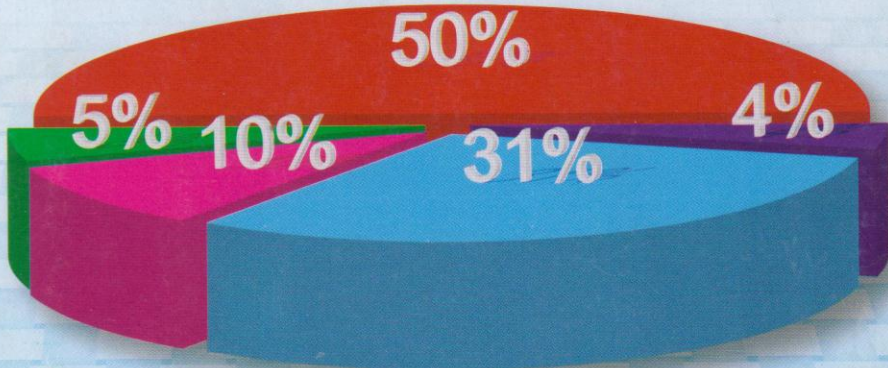
ហាមលក់
កម្មសិទ្ធិរបស់រដ្ឋ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា



៨

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី ៨

PUBLISHING AND DISTRIBUTION HOUSE

បោះពុម្ពផ្សាយដោយ

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

អគារ ១៩៨ មហាវិថី ព្រះនរោត្តម ភ្នំពេញ

គណៈកម្មការនិពន្ធ	លោកស្រី អ៊ុកសុមុនី	លោក ប៊ូ សន
	លោក ព្រំ ងួន	លោក នួ វ៉េត
ខាយអត្ថបទ	លោក ជុំ សត្យា	
វិចិត្រករ	លោក ជុំ សត្យា	
រៀបរៀង	លោក អ៊ិន គីមស្រ៊ុន	
រចនាទំព័រ	លោក ហាក់ វណ្ណថា	
អ្នកឯកទេសមុខវិជ្ជា	លោក ជា អម្ពរ	
គណៈកម្មការពិនិត្យ	លោក ឡុង សុផេង	លោក សំ សុភក្តិ

បានទទួលការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយពី ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា តាមប្រកាសលេខ ១៩៨២ អយក.ប្រក. ចុះថ្ងៃទី ០២ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០១០ ដើម្បីប្រើប្រាស់នៅតាមសាលារៀន ។

ហាមថតចម្លងសៀវភៅនេះ

បោះពុម្ពលើកទី ១ ឆ្នាំ ២០១០ ចំនួន ១៦០ ៥០០ច្បាប់

ISBN 9-789-995-001-223

អារម្ភកថា

សៀវភៅគណិតវិទ្យានេះបានរៀបចំឡើងដើម្បីឱ្យសិស្សអាចអានសៀវភៅនេះយល់បានច្រើន ហើយក៏អាចប្រើប្រាស់វាដើម្បីធ្វើការហ្វឹកហាត់ដោយខ្លួនឯង ។ ក្នុងគោលបំណងនេះគណៈកម្មការរៀបរៀងបានរៀបចំសៀវភៅឱ្យមានទម្រង់ដូចខាងក្រោម

- **ការផ្តល់បញ្ញត្តិ :** មេរៀននីមួយៗ ផ្តើមចេញពីឧទាហរណ៍រូបីសំដៅឱ្យសិស្សងាយយល់បញ្ញត្តិនៃខ្លឹមសារមេរៀន ។
- **លំហាត់គំរូ :** ជាលំហាត់ដែលមានចម្លើយស្រាប់ ងាយស្រួលដល់សិស្សក្នុងការពង្រឹងចំណេះដឹងដែលបានរៀនក៏ដូចជា យកចំណេះដឹងទៅអនុវត្ត ឬដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដែលទាក់ទងនឹងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ ។
- **ប្រតិបត្តិ :** ជាលំហាត់តូចៗទៅតាមបញ្ញត្តិនៃមេរៀននីមួយៗ ។ កិច្ចការនេះសម្រាប់ឱ្យសិស្សហ្វឹកហាត់ដោយខ្លួនឯង ។
- **លំហាត់ :** ជាលំហាត់សម្រាប់វាយតម្លៃចំណេះដឹងរបស់សិស្ស នៅចុងបញ្ចប់នៃមេរៀននីមួយៗ ។

គណៈកម្មការនិពន្ធយើងខ្ញុំសង្ឃឹមថា អ្នកគ្រូ - លោកគ្រូ ព្រមទាំងមិត្តអ្នកអាន ពិតជានឹងផ្តល់ការរិះគន់ស្ថាបនា និងកែលំអសៀវភៅនេះឱ្យកាន់តែប្រសើរឡើង ។

គណៈកម្មការនិពន្ធ

បញ្ជីអត្ថបទ

ទំព័រ

មេរៀនទី

1 ចំនួនសនិទាន

វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់និយមន័យចំនួនសនិទាន
- ❑ ប្រៀបធៀបនិងរៀបលំដាប់ចំនួនសនិទាន
- ❑ ធ្វើប្រមាណវិធីទាំងបួន (បូក ដក គុណ ចែក) លើចំនួនសនិទាន ។

1. សញ្ញាណចំនួនសនិទាន

- បើគេដកពីរចំនួនគត់ ផលដកមិនមែនជាចំនួនគត់គ្រប់ករណីទេ

ឧទាហរណ៍ : $7-4=3$ ប៉ុន្តែ $4-7=-3$

-3 ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។

- បើគេចែកពីរចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ផលចែកមិនមែនជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបគ្រប់ករណីទេ

ឧទាហរណ៍ : $6\div 3=2$ ប៉ុន្តែ $3\div 6=\frac{3}{6}$

ផលចែក $\frac{3}{6}$ ដែលមានទម្រង់ជាប្រភាគហៅថា ចំនួនសនិទាន ។

និយមន័យ : ចំនួនសនិទានជាចំនួនដែលមានទម្រង់ $\frac{a}{b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $b\neq 0$

- ចំនួនសនិទានដែលមានភាគបែងស្មើនឹង 1 អាចតាងដោយចំនួនគត់

ឧទាហរណ៍ : $\frac{5}{1}=5$ ។

- ចំនួនសនិទានដែលមានភាគបែងស្មើនឹង 10 , $100\ldots$ អាចតាងដោយចំនួនទសភាគ

ឧទាហរណ៍ : $\frac{2}{10}=0.2$, $\frac{-3}{100}=-0.03$ ។

- ចំនួនសនិទានដែលមានភាគយកនិងភាគបែងជាចំនួនបឋមនឹងគ្នា អាចតាងដោយចំនួនទសភាគខួប

ឧទាហរណ៍ : $\frac{4}{3}=1.\overline{3}$, $\frac{1}{3}=0.\overline{3}$ ។

- ចំនួនសនិទានដែលមានភាគយកធំជាងភាគបែង អាចតាងដោយចំនួនចំរុះ

ឧទាហរណ៍ : $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$, $\frac{-13}{4} = -3\frac{1}{4}$ ។

ដូចនេះចំនួនសនិទានអាចមានទម្រង់ជា

ចំនួនគត់ ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ចំនួនទសភាគ ចំនួនចំរុះ

ចំនួន -3 , 0 , 0.5 , $\frac{-2}{3}$, $4\frac{1}{5}$, $2.\bar{3}$ សុទ្ធតែជាចំនួនសនិទាន

ចំនួន $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{2}$, 0.5 ជាចំនួនសនិទានស្មើគ្នា

គេសរសេរ $\frac{5}{10} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$ ។

ជាទូទៅ : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ នោះ $ad = bd$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្នុងចំណោមចំនួនសនិទានខាងក្រោម ចូរផ្គុំចំនួនដែលស្មើគ្នា

$-3\frac{1}{2}$, 3.5 , $\frac{-7}{2}$, $\frac{-14}{4}$, -3.5 , $\frac{21}{6}$ ។

ចម្លើយ :

$-3\frac{1}{2} = \frac{-7}{2} = \frac{-14}{4} = -3.5$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : កំណត់ x ដើម្បីឱ្យចំនួនសនិទាន $\frac{45}{x}$ ស្មើនឹង $7\frac{1}{2}$

ចម្លើយ : ដោយ $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ នោះ $\frac{45}{x} = \frac{15}{2}$

$15x = 2\times45$

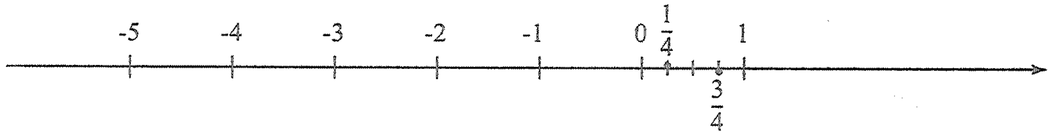
$x = \frac{2\times45}{15} = 2\times3 = 6$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរកំណត់ x , y ដើម្បីឱ្យចំនួនសនិទានខាងក្រោមស្មើគ្នា $\frac{-2}{x}$, $\frac{y}{5}$, -0.2 ។

2. ការប្រៀបធៀបនិងរៀបលំដាប់នៃចំនួនសនិទាន

2.1. ការប្រៀបធៀបចំនួនសនិទាន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ចំនួនសនិទាន -5 តូចជាងចំនួនសនិទាន -1 តាងដោយ $-5<-1$ ព្រោះចំនួនសនិទាន -1 នៅខាងស្តាំនៃចំនួនសនិទាន -5 នៅលើបន្ទាត់ចំនួន



ចំនួនសនិទាន $\frac{1}{4}$ តូចជាងចំនួនសនិទាន $\frac{3}{4}$ តាងដោយ $\frac{1}{4}<\frac{3}{4}$ ព្រោះ $1<3$ ។

ចំនួនសនិទាន $\frac{-5}{7} > \frac{-3}{4}$ ព្រោះ $\frac{-5}{7} - \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{-5}{7} + \frac{3}{4} = \frac{-20+21}{28} = \frac{1}{28} > 0$ ។

គេអាចរៀបលំដាប់នៃចំនួនសនិទានតាម :

- $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ លុះត្រាតែ $\frac{a}{b}$ ស្ថិតនៅខាងឆ្វេងនៃ $\frac{c}{d}$ នៅលើបន្ទាត់នៃចំនួន
- $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ លុះត្រាតែ $\frac{c}{d} - \frac{a}{b} > 0$
- $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$ លុះត្រាតែ $a < c$, $b > 0$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ចំនួនសនិទាន $\frac{6}{11}$ និង $\frac{7}{12}$ មានផលគុណខ្វែងដូចខាងក្រោម

$\frac{6}{11} \; ? \; \frac{7}{12}$

$6 \times 12 \overset{?}{-} 7 \times 11$

$72 < 77$ ដូចនេះគេសន្និដ្ឋានថា $\frac{6}{11} < \frac{7}{12}$ ។

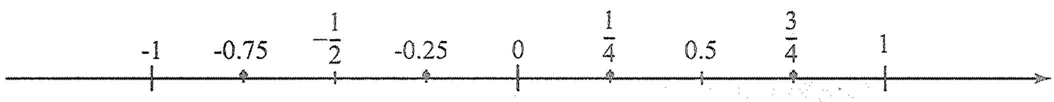
ជាទូទៅ : ចំពោះចំនួនសនិទាន $\frac{a}{b}$ និង $\frac{c}{d}$ ដែល $b > 0$ និង $d > 0$

- បើ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ នោះ $ad < bc$

- បើ $ad < bc$ នោះ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ។

2.2. ការរៀបលំដាប់ចំនួនសនិទាន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : លំដាប់ចំនួនសនិទាននៅលើបន្ទាត់ចំនួន



ឧទាហរណ៍ទី 2 : សរសេរចំនួនសនិទានខាងក្រោមពីតូចទៅធំ

$\frac{1}{8}$, -1 , $\frac{-9}{7}$, 0.28 , $1\frac{2}{5}$ ។

គេបាន $-\frac{9}{7}$, -1 , $\frac{1}{8}$, 0.28 , $1\frac{2}{5}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : រកចំនួនសនិទាននៅចន្លោះ $\frac{3}{4}$ និង $\frac{6}{7}$ ។ មានន័យថាគេ

ត្រូវរកមធ្យមនៃចំនួនសនិទានទាំងពីរគឺ $\frac{\frac{3}{4}+\frac{6}{7}}{2}$ ឬ $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{6}{7}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{21}{28}+\frac{24}{28}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{45}{28}\right) = \frac{45}{56}$ ។

ដូចនេះចំនួនសនិទាននៅចន្លោះ $\frac{3}{4}$ និង $\frac{6}{7}$ គឺ $\frac{45}{56}$ ឬ 0.804 ។

លំហាត់គំរូទី 1 : បំពេញចន្លោះដោយ $>$; $<$; $=$ ចំពោះចំនួនខាងក្រោម

ក. $-6 \ldots -3$ ខ. $\frac{-2}{7} \ldots \frac{-5}{7}$ គ. $\frac{4}{3} \ldots 1\frac{5}{7}$ ឃ. $0.45 \ldots \frac{54}{100}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $-6 < -3$

ខ. $\frac{-2}{7} > \frac{-5}{7}$

គ. $\frac{4}{3} = \frac{28}{21}$ និង $1\frac{5}{7} = \frac{7+5}{7} = \frac{12}{7} = \frac{36}{21}$

គេបាន $\frac{28}{21}$ និង $\frac{36}{21}$ ដោយ $36 > 28$ នាំឱ្យ $\frac{4}{3} < 1\frac{5}{7}$

ឃ. $0.45 = \frac{45}{100}$ និង $\frac{54}{100}$ ដោយ $45 < 54$ នាំឱ្យ $0.45 < \frac{54}{100}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : រៀបចំនួនសនិទានខាងក្រោមតាមលំដាប់ពីតូចទៅធំ

ក. $\frac{4}{3}$, 0.3 , -0.25 , $\frac{5}{4}$ ខ. $1\frac{1}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{4}$, -1 , $\frac{-9}{7}$ ។

ចម្លើយ :

ក. គេបាន $\frac{4}{3}$, $0.3 = \frac{3}{10}$, $-0.25 = -\frac{25}{100}$, $\frac{5}{4}$

តម្រូវភាគបែងរួម 120

គេបាន $\frac{4}{3} = \frac{160}{120}$, $0.3 = \frac{3}{10} = \frac{36}{120}$, $-0.25 = -\frac{25}{100} = -\frac{30}{120}$, $\frac{5}{4} = \frac{30}{120}$

ដូចនេះ $-0.25 < 0.3 < \frac{5}{4} < \frac{4}{3}$ ។

ខ. គេបាន $1\frac{1}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{4}$, -1 , $\frac{-9}{7}$

តម្រូវភាគបែងរួម 12

$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, $\frac{7}{3} = \frac{16}{12}$, $\frac{5}{4} = \frac{3}{12}$, $-1 = -\frac{12}{12}$, $\frac{-9}{7}$

ដូចនេះ $\frac{-9}{7} < -1 < \frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{7}{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ :

1. ក. រៀបចំនួនសនិទានតាមលំដាប់ពីធំទៅតូច $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, 0.75

ខ. សរសេរចំនួនសនិទាន $\frac{9}{11}$, $\frac{7}{2^3 \times 5}$ ជាចំនួនទសភាគ ។

2. សរសេរចំនួនទសភាគខួបខាងក្រោមទៅជាចំនួនសនិទាន ។

ក. $0.\overline{4}$ ខ. $1.\overline{285}$ គ. $0.8\overline{21}$ ។

2.3. លក្ខណះ

1. តាង $\frac{a}{b}$ និង $\frac{c}{d}$ ជាពីរចំនួនសនិទាន នោះ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ លុះត្រាតែ $ad = bc$ ។
2. តាង $\frac{a}{b}$ ជាចំនួនសនិទាននិង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n \neq 0$ នោះ $\frac{a}{b} = \frac{na}{nb}$ ។
3. តាង $\frac{a}{b}$ ជាចំនួនសនិទាន នោះ $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ ។
4. ចំពោះចំនួនសនិទាន $\frac{a}{b}$ និង $\frac{c}{d}$ ដែល $b > 0$ និង $d > 0$ បើ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ នោះ $ad < bc$

   បើ $ad < bc$ នោះ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ។

លំហាត់គំរូ : បញ្ជាក់ថា គូនៃចំនួនសនិទានខាងក្រោមស្មើគ្នា រួចសរសេរជាទម្រង់បង្រួមរួច

ក. $\frac{6}{-13}$, $\frac{-6}{13}$ ខ. $\frac{-25}{-35}$, $\frac{5}{7}$ គ. $\frac{-15}{36}$, $\frac{20}{-48}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{6}{-13} = \frac{-6}{13}$ ព្រោះ $6 \times 13 = (-6) \times (-13) = 78$ ទម្រង់បង្រួមរួចគឺ $\frac{-6}{13}$

ខ. $\frac{-25}{-35} = \frac{(-5) \times 5}{(-5) \times 7} = \frac{5}{7}$ ទម្រង់បង្រួមរួចគឺ $\frac{5}{7}$

គ. $\frac{-15}{36} = \frac{20}{-48}$ ព្រោះ $36 \times 20 = (-15) \times (-48) = 720$ ទម្រង់បង្រួមរួចគឺ $\frac{-5}{12}$ ។

ប្រតិបត្តិ : បញ្ជាក់ថា គូនៃចំនួនសនិទានខាងក្រោមស្មើគ្នា រួចសរសេរជាទម្រង់បង្រួមរួច

ក. $\frac{16}{-30}$, $\frac{-8}{15}$ ខ. $\frac{-15}{-35}$, $\frac{21}{49}$ ។

3. ប្រមាណវិធីបូកនិងដកនៃចំនួនសនិទាន

3.1. ប្រមាណវិធីបូក

ឧទាហរណ៍ : គណនាផលបូក ក. $\frac{9}{5} + \frac{7}{5}$ ខ. $3.5 + \frac{79}{10}$ ។

ក. $\frac{9}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9+7}{5} = \frac{16}{5}$ ។

ខ. $3.5 + \frac{79}{10} = \frac{35}{10} + \frac{79}{10} = \frac{35+79}{10} = \frac{114}{10} = \frac{57}{5}$ ។

ជាទូទៅ : គេមាន $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ជាពីរចំនួនសនិទាន គេបាន $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ ។

សំគាល់ : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាផលបូក

ក. $\frac{3}{7} + \frac{-5}{7}$ ខ. $\frac{-3}{8} + \frac{5}{-8}$ គ. $\frac{7}{8} + \frac{-7}{8}$ ឃ. $\frac{-3}{5} + \frac{4}{-7}$ ។

ចម្លើយ ៖

ក. $\frac{3}{7}+\frac{-5}{7} = \frac{3-5}{7} = \frac{-2}{7}$

ខ. $\frac{-3}{8}+\frac{5}{-8} = \frac{-3}{8}+\frac{-5}{8} = \frac{-3-5}{8} = \frac{-8}{8} = -1$

គ. $\frac{7}{8}+\frac{-7}{8} = \frac{7-7}{8} = \frac{0}{8} = 0$

ឃ. $\frac{-3}{5}+\frac{4}{-7} = \frac{-3}{5}+\frac{-4}{7} = \frac{-21-20}{35} = \frac{-41}{35}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 ៖ គណនាផលបូក

ក. $\left(-3\frac{3}{5}\right)+\left(3\frac{7}{4}\right)$ ខ. $\left(\frac{-1}{4}\right)+\frac{5}{6}+\frac{7}{3}$ គ. $437.56+127.95$ ។

ចម្លើយ ៖

ក. $\left(-3\frac{3}{5}\right)+\left(3\frac{7}{4}\right) = \frac{-18}{5}+\frac{19}{4} = \frac{-72+95}{20} = \frac{23}{20}$

ខ. $\left(\frac{-1}{4}\right)+\frac{5}{6}+\frac{7}{3} = \frac{-3+10+28}{12} = \frac{35}{12}$

គ. $437.56+127.95 = 565.51$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ គណនា

ក. $\left(-\frac{21}{4}\right)+\left(-\frac{11}{4}\right)$ ខ. $2\frac{1}{4}+5\frac{1}{4}$ គ. $2\frac{5}{8}+\left(-1\frac{1}{8}\right)+3\frac{7}{8}$ ។

៣.២. លក្ខណៈ

គេមាន $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ និង $\frac{e}{f}$ ជាចំនួនសនិទាន ។ គេបាន

1. ផលបូក $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$ ជាចំនួនសនិទាន
2. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{c}{d}+\frac{a}{b}$ (លក្ខណៈត្រឡប់)
3. $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f} = \frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$ (លក្ខណៈផ្តុំ)
4. $\frac{a}{b}+0 = 0+\frac{a}{b}$
5. គ្រប់ចំនួនសនិទាន $\frac{a}{b}$ មានចំនួនផ្ទុយតែមួយគត់គឺ $-\frac{a}{b}$ ដោយ $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{b} = 0$
6. $\frac{a}{b}+\frac{e}{f} = \frac{c}{d}+\frac{e}{f}$ នោះ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
7. $-\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលបូកខាងក្រោមដោយប្រើលក្ខណៈផ្តុំ

ក. $\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{3}\right)+\frac{5}{3}$ ខ. $\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{3}\right)+\left(-1\frac{5}{7}\right)$ គ. $\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{8}\right)+\left(\frac{17}{8}+\frac{5}{-7}\right)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{3}\right)+\frac{5}{3} = \frac{5}{6}+\left(\frac{7}{3}+\frac{5}{3}\right)$ (លក្ខណៈផ្តុំ)

$= \frac{5}{6}+\left(\frac{7+5}{3}\right) = \frac{5}{6}+4 = \frac{5+24}{6} = \frac{29}{6}$ ។

ខ. $\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{3}\right)+\left(-1\frac{5}{7}\right) = \left(\frac{5}{6}+\frac{7}{3}\right)+\left(\frac{-12}{7}\right) = \frac{5+14}{6}-\frac{12}{7} = \frac{19}{6}-\frac{12}{7}$

$= \frac{133-72}{42} = \frac{61}{42}$ ។

គ. $\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{8}\right)+\left(\frac{17}{8}+\frac{5}{-7}\right) = \left(\frac{5}{7}+\frac{-5}{7}\right)+\left(\frac{3}{8}+\frac{17}{8}\right) = 0+\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលបូកខាងក្រោមដោយប្រើលក្ខណៈផ្តុំ

ក. $\left(\frac{7}{4}+\frac{8}{3}\right)+\frac{10}{3}$ ខ. $\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{8}\right)+\left(\frac{15}{4}\right)$ ។

១.៣. ប្រមាណវិធីដកនៃចំនួនសនិទាន

ឧទាហរណ៍ : គណនាផលដក ក. $\frac{9}{10}-\frac{7}{10}$ ខ. $\frac{5}{4}-\frac{7}{8}$ គ. $-\frac{5}{6}-\left(-\frac{7}{3}\right)$ ។

ក. $\frac{9}{10}-\frac{7}{10} = \frac{9-7}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

ខ. $\frac{5}{4}-\frac{7}{8} = \frac{10-7}{8} = \frac{3}{8}$

គ. $-\frac{5}{6}-\left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{-5}{6}+\frac{7}{3} = \frac{-5+14}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ ។

> *ជាទូទៅ :* គេមាន $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ជាពីរចំនួនសនិទាន គេបាន $\frac{a}{b}-\frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$ ។

សំគាល់ : $\frac{a}{b}-\frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាផលដក

ក. $\frac{3}{5}-\frac{7}{10}$ ខ. $\frac{9}{12}-\frac{2}{3}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{3}{5}-\frac{7}{10} = \frac{6}{10}-\frac{7}{10} = \frac{6-7}{10} = \frac{-1}{10}$

ខ. $\frac{9}{12}-\frac{2}{3} = \frac{9}{12}-\frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ក្នុងសិក្ខាសាលាមួយមានការចូលរួមពីតន្ត្រីករ $\frac{1}{4}$ សិល្បករ $\frac{2}{5}$ អ្នករបាំ $\frac{1}{10}$ និងអ្នកដែលនៅសល់ជាអ្នកនិពន្ធ ។ តើប្រភាគតាងអ្នកនិពន្ធស្មើប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ : ប្រភាគតាងតន្ត្រីករ សិល្បករ និងរបាំ គឺ $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$

$PPCM(4, 5, 10) = 20$

$$\frac{1}{4}\times\frac{5}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{4}{4}+\frac{1}{10}\times\frac{2}{2} = \frac{5}{20}+\frac{8}{20}+\frac{2}{20} = \frac{5+8+2}{20} = \frac{15}{20} = \frac{15\div 5}{20\div 5} = \frac{3}{4}$$

ប្រភាគតាងអ្នកចូលរួមសិក្ខាសាលាស្មើ 1

ប្រភាគតាងអ្នកនិពន្ធគឺ $1-\frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា : ក. $-\frac{5}{24}-\frac{7}{30}$ ខ. $\frac{1}{15}-\frac{27}{50}$ ។

4. ប្រមាណវិធីគុណនៃចំនួនសនិទាន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គណនាផលគុណ $\frac{3}{8}\times 3.8$

$$\frac{3}{8}\times 3.8 = \frac{3}{8}\times\frac{38}{10} = \frac{3\times 38}{8\times 10} = \frac{114}{80} = \frac{114\div 2}{80\div 2} = \frac{57}{40}$$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនាផលគុណ $\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{7}{15}\right)$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{(-2)(-7)}{3\times 15} = \frac{14}{45}$$ ។

> *ជាទូទៅ* : គេមាន $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ជាពីរចំនួនសនិទាន គេបាន $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលគុណ

ក. 0.25×48 ខ. 245.4×5.3 គ. $(-3.2)(7.4)(-0.1)(-0.5)$ ឃ. $(-4)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $0.25\times 48 = \frac{25}{100}\times 48 = \frac{1}{4}\times 48 = 12$

ខ. $245.4\times 5.3 = \frac{2454}{10}\times\frac{53}{10} = \frac{130062}{100} = 1300.62$

គ. $(-3.2)(7.4)(-0.1)(-0.5) = [(-3.2)(-0.5)][(7.4)(-0.1)]$

$= (1.6)(-0.74) = -1.184$

ឃ. $(-4)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \left[(-4)\left(\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\right] = (-2)\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$ ។

សំគាល់ :

- ផលគុណនៃពីរចំនួនសនិទានដែលមានសញ្ញាដូចគ្នាជាចំនួនវិជ្ជមាន ។
- ផលគុណនៃពីរចំនួនសនិទានដែលមានសញ្ញាផ្ទុយគ្នាជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលគុណ

ក. $0.75\times\frac{13}{125}$ ខ. $5\frac{3}{4}\times\frac{12}{125}$ គ. $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)(0.5)(0.2)$ ។

លក្ខណៈ

គេមាន $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ និង $\frac{e}{f}$ ជាចំនួនសនិទាន ។ គេបាន

1. ផលគុណ $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ ជាចំនួនសនិទាន
2. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$ (លក្ខណៈត្រឡប់)
3. $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$ (លក្ខណៈផ្តុំ)
4. $\frac{a}{b}\cdot 1=1\cdot\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}$, $\left(1=\frac{m}{m}, m\neq 0\right)$
5. គ្រប់ចំនួនសនិទាន $\frac{a}{b}$ មានចំនួនសនិទាន $\frac{b}{a}$ តែមួយគត់ដែល $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$
6. $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$ (លក្ខណៈបំបែកប្រមាណវិធីគុណចំពោះប្រមាណវិធីបូក) ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលគុណខាងក្រោមដោយប្រើលក្ខណៈខាងលើ

ក. $\frac{7}{5}\cdot\frac{9}{4}+\frac{7}{5}\cdot\frac{11}{4}$ ខ. $\frac{4}{5}\cdot\frac{9}{4}-\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}$ គ. $\frac{-3}{5}\left(\frac{7}{8}\cdot\frac{10}{-3}\right)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{7}{5}\cdot\frac{9}{4}+\frac{7}{5}\cdot\frac{11}{4}=\frac{7}{5}\cdot\left(\frac{9}{4}+\frac{11}{4}\right)=\frac{7}{5}\cdot\left(\frac{20}{4}\right)=\frac{7}{5}\cdot 5=7$

ខ. $\frac{4}{5}\cdot\frac{9}{4}-\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{9}{4}-\frac{7}{8}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{18-7}{8}\right)=\frac{4}{5}\cdot\frac{11}{8}=\frac{11}{10}$

គ. $\frac{-3}{5}\left(\frac{7}{8}\cdot\frac{10}{-3}\right)=\frac{7}{8}\left(\frac{-3}{5}\cdot\frac{10}{-3}\right)=\frac{7}{8}\cdot 2=\frac{7}{4}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលគុណខាងក្រោមដោយប្រើលក្ខណៈខាងលើ

ក. $\frac{9}{5}\cdot\frac{3}{4}-\frac{9}{5}\cdot\frac{11}{4}$ ខ. $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)$ គ. $\left(-\frac{3}{7}\cdot\frac{10}{12}\right)\cdot\frac{6}{10}$ ។

5. ប្រមាណវិធីចែកនៃចំនួនសនិទាន

ឧទាហរណ៍ : គណនាផលចែក ក. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{10}$ ខ. $-\frac{3}{5} \div 2\frac{3}{10}$ ។

ក. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{1} = \frac{40}{5} = 8$

ខ. $-\frac{3}{5} \div 2\frac{3}{10} = -\frac{3}{5} \div \left(2 + \frac{3}{10}\right) = -\frac{3}{5} \div \frac{23}{10} = -\frac{3}{5} \times \frac{10}{23} = -\frac{6}{23}$ ។

ជាទូទៅ : គេមាន $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ជាពីរចំនួនសនិទានដែល $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$

គេបាន $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលចែកខាងក្រោម

ក. $\frac{24}{-25} \div \frac{6}{15}$ ខ. $\frac{28}{27} \div \frac{-4}{51}$ គ. $\frac{-18}{65} \div \frac{-6}{25}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{24}{-25} \div \frac{6}{15} = \frac{24}{-25} \times \frac{15}{6} = \frac{4 \times 3}{-5} = -\frac{12}{5}$

ខ. $\frac{28}{27} \div \frac{-4}{51} = \frac{28}{27} \times \frac{51}{-4} = \frac{7 \times 17}{-9} = -\frac{119}{9}$

គ. $\frac{-18}{65} \div \frac{-6}{25} = \frac{-18}{65} \times \frac{25}{-6} = \frac{3 \times 5}{13} = \frac{15}{13}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលចែកខាងក្រោម

ក. $\frac{8}{3} \div \frac{-6}{5}$ ខ. $\frac{40}{-27} \div \frac{-10}{9}$ គ. $154.63 \div 4.7$ ។

6. ចំណោទ

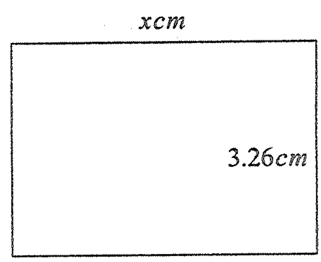
ចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $16.38cm$ ។

ក. រកកន្លះបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងនោះ ។

ខ. បើជ្រុងមួយនៃចតុកោណកែងស្មើនឹង $3.26cm$ រកប្រវែងជ្រុងមួយទៀត ។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង ។

ចម្លើយ :



ក. រកកន្លះបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង

តាង p ជាកន្លះបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង នោះគេបាន

$p = 16.38 \div 2 = 8.19cm$ ។

ខ. រកប្រវែងជ្រុងមួយទៀត

តាង x ជាប្រវែងជ្រុងមួយទៀតនៃចតុកោណកែង នោះគេបាន

$$x + 3.26 = p$$

$$x + 3.26 = 8.19$$

នាំឱ្យ $x = 8.19 - 3.26 = 4.93cm$

ដូចនេះ ជ្រុងមួយទៀតនៃចតុកោណកែងមានប្រវែង $4.93cm$ ។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង នោះគេបាន $S = 3.26 \times 4.93 = 16.0718cm^2$

ដូចនេះ ចតុកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា $16.0718cm^2$ ។

? លំហាត់

1. ក្នុងចំណោមចំនួនខាងក្រោម តើចំនួនណាខ្លះដែលស្មើ -5 ?
$\frac{-5}{1}$, $\frac{5}{1}$, $\frac{5}{-1}$, $-\frac{5}{1}$, $\frac{-5}{-1}$, $-\frac{-5}{1}$, $-\frac{-5}{-1}$ ។

2. សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាចំនួនទសភាគ

ក. $(2\times10)+4+(2\times0.1)+(8\times0.01)$ ខ. $(4\times100)+4+(2\times0.01)+(8\times0.0001)$

គ. $(8\times1000)+(2\times10)+(8\times0.001)$ ឃ. $(7\times100)+(6\times10)+4+(2\times0.1)+(7\times0.01)$

ង. $5(100)+4(10)+8+6\left(\frac{1}{10}\right)+9\left(\frac{1}{100}\right)+3\left(\frac{1}{1000}\right)$ ។

3. សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាប្រភាគ

ក. 28.45 ខ. $1.37\overline{8}$ គ. $1\frac{19}{50}$ ឃ. $0.\overline{13}$ ង. $0.34\overline{7}$ ។

4. សរសេរចំនួនសនិទានខាងក្រោមជាចំនួនទសភាគ

ក. $\frac{7}{100}$ ខ. $\frac{13}{10,000}$ គ. $\frac{3}{2^4}$ ឃ. $\frac{7}{2^3\cdot5}$ ង. $\frac{17}{652}$ ។

5. បំពេញក្នុង $\square$ ដោយ $<$ ឬ $>$ ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ

ក. $\frac{4}{7} \square \frac{3}{7}$ ខ. $-21 \square -3$ គ. $0.54 \square 0.5398$

ឃ. $\frac{7}{12} \square \frac{7}{13}$ ង. $1\frac{10}{12} \square 2\frac{7}{13}$ ច. $-1\frac{10}{12} \square -1\frac{9}{13}$ ។

6. តម្រៀបចំនួនសនិទាន $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{8}{9}$ តាមលំដាប់កើន ។

7. តម្រៀបចំនួនសនិទាន $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{3}$ តាមលំដាប់ចុះ ។

8. ក. តើចំនួនសនិទាន $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$ មួយណាដែលធំជាងគេ ?

ខ. តើចំនួនសនិទាន $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{9}$ មួយណាដែលតូចជាងគេ ?

9. គណនា រួចសម្រួល

ក. $\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(2\frac{5}{9}\right)$ ខ. $\left(-3\frac{1}{8}\right)-\left(-2\frac{5}{9}\right)$ គ. $\left(\frac{12}{25}\right)+\left(-2\frac{5}{7}\right)$

ឃ. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\div\frac{5}{8}$ ង. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)$ ច. $\dfrac{3\frac{2}{5}-\frac{25}{8}}{\frac{-7}{12}+5\frac{4}{9}}$

ឆ. $\dfrac{3\frac{25}{8}\div 2\frac{3}{8}}{2\frac{1}{5}-\left(-\frac{7}{9}\right)}+2$ ។

10. គណនា

ក. $-\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{11}{17}\cdot\frac{10}{16}\right)$ ខ. $-\left(\frac{11}{13}\cdot\frac{17}{16}\right)\cdot\frac{26}{51}$ គ. $\left(-\frac{11}{13}+\frac{17}{16}\right)\cdot\frac{26}{22}$

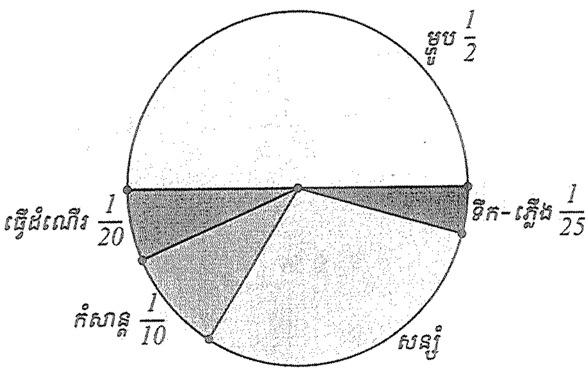
ឃ. $-\frac{11}{8}\cdot\frac{21}{22}+\frac{17}{16}\cdot\frac{21}{22}$ ង. $-\frac{11}{8}+\frac{21}{4}-\frac{17}{16}$ ច. $\left(-\frac{11}{21}\right)\cdot\frac{3}{7}+\left(\frac{-3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{11}{21}\right)$ ។

11. បង្ហាញថា $\frac{13}{4}+\frac{13}{9}=\frac{13}{4}\times\frac{13}{9}$ ។

12. គេមាន $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$ បង្ហាញថា $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$ ។

13. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា បើ $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ នោះ $\frac{a}{b}+\frac{e}{f}<\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$ ។

14. តារាងខាងស្តាំនេះបង្ហាញពីចំណែងចែកនៃប្រាក់ប្រចាំខែ ។ រកប្រភាគដែលតាងឱ្យប្រាក់សន្សំ ។



មេរៀនទី

2 ស្វ័យគុណ

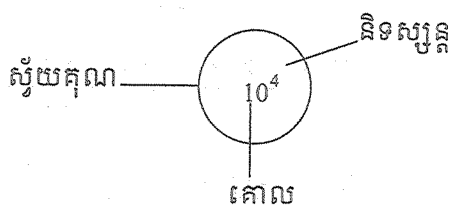
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់សញ្ញាណនិងនិយមន័យស្វ័យគុណ a^n
- ❑ ធ្វើប្រមាណវិធីគុណនិងចែកស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប
- ❑ កំណត់លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ
- ❑ កំណត់ទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ $A \times 10^n$ ដែល $1 \le A < 10$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប
- ❑ កំណត់ឫសការេនិងឫសគូប ។

1. សញ្ញាណស្វ័យគុណ

ឧទាហរណ៍ : សហរដ្ឋអាមេរិចមានអាកាសយានដ្ឋានឯកជនរហូតដល់ជាង 10 000 កន្លែង ។ ចំនួន 10 000 អាចសរសេរជាផលគុណ $10\ 000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10$ ហើយ គេក៏អាចសរសេរផលគុណ $10 \times 10 \times 10 \times 10$ នេះឱ្យកាន់តែខ្លីដោយប្រើនិទស្សន្ត ។ និទស្សន្តប្រាប់អំពីចំនួនដងនៃចំនួនដែលត្រូវគុណហៅថា គោល ។ ដូចនេះ $10 \times 10 \times 10 \times 10$ សរសេរជា 10^4 ដែល

- ចំនួន 10 ហៅថា គោល
- ចំនួន 4 ហៅថា និទស្សន្ត
- ចំនួន 10^4 ហៅថា ស្វ័យគុណ ។



ស្វ័យគុណ 5^2 , 9^3 , 8^2 និង $\left(\frac{4}{3}\right)^7$ អានដូចខាងក្រោម

5^2 អានថា 5 ស្វ័យគុណ 2 ឬ 5 ការេ

9^3 អានថា 9 ស្វ័យគុណ 3 ឬ 9 គូប

8^4 អានថា 8 ស្វ័យគុណ 4

$\left(\frac{4}{3}\right)^7$ អានថា $\frac{4}{3}$ ស្វ័យគុណ 7 ។

> **និយមន័យ :** បើ a ជាចំនួនសនិទាននិង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសពីសូន្យ
>
> នោះគេបាន $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ កត្តា}} = a^n$ ។

លំហាត់គំរូទី 1: ចូរសរសេរផលគុណខាងក្រោមជាស្វ័យគុណរួចប្រាប់គោលនិងនិទស្សន្ត

ក. $4\times4\times4\times4\times4\times4$ ខ. $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{2010\text{ កត្តា}}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $4\times4\times4\times4\times4\times4 = 4^6$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលស្មើនឹង 4 និងមាននិទស្សន្តស្មើនឹង 6

ខ. $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{2010\text{ កត្តា}} = a^{2010}$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលស្មើ a និងមាននិទស្សន្តស្មើ 2010 ។

លំហាត់គំរូទី 2: ចូរសរសេរស្វ័យគុណខាងក្រោមជាផលគុណដែលមានកត្តាដូចគ្នារួចគណនា

ក. 2^5 ខ. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ គ. $(-3)^3$ ឃ. $(-2)^6$ ។

ចម្លើយ :

ក. $2^5 = \underbrace{2\times2\times2\times2\times2}_{5\text{ កត្តា}} = 32$

ខ. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)}_{3\text{ កត្តា}} = \frac{8}{27}$

គ. $(-3)^3 = \underbrace{(-3)\times(-3)\times(-3)}_{3\text{ កត្តា}} = -27$

ឃ. $(-2)^6 = \underbrace{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}_{6\text{ កត្តា}} = 64$ ។

សំគាល់ : $(-1)^n = \begin{cases} 1 & \text{កាលណា } n \text{ ជាចំនួនគត់គូ} \\ -1 & \text{កាលណា } n \text{ ជាចំនួនគត់សេស} \end{cases}$

ប្រតិបត្តិ :

1. ចូរសរសេរផលគុណខាងក្រោមជាស្វ័យគុណរួចប្រាប់គោលនិងនិទស្សន្ត

   ក. $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$ ខ. $\underbrace{y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot\ldots\cdot y}_{2013\text{ កត្តា}}$ ។

2. ចូរសរសេរស្វ័យគុណខាងក្រោមជាផលគុណដែលមានកត្តាដូចគ្នារួចគណនា

   ក. 3^4 ខ. $\left(-\frac{1}{2}\right)^6$ គ. $(-2)^7$ ។

2. វិធីគុណស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

ឧទាហរណ៍ : សរសេរកន្សោមខាងក្រោមដោយប្រើនិទស្សន្តតែមួយ

ក. $2^3 \times 2^4 = \underbrace{(2\times2\times2)}_{3\text{ កត្តា}}\underbrace{(2\times2\times2\times2)}_{4\text{ កត្តា}} = \underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}_{3+4\text{ កត្តា}} = 2^{3+4} = 2^7$

ខ. $3^5 \times 3^7 = \underbrace{(3\times3\times3\times3\times3)}_{5\text{ កត្តា}}\underbrace{(3\times3\times3\times3\times3\times3\times3)}_{7\text{ កត្តា}}$

$= \underbrace{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}_{(5+7)\text{ កត្តា}} = 3^{5+7} = 3^{12}$

គ. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left[\underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)}_{2\text{ កត្តា}}\right]\left[\underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)}_{3\text{ កត្តា}}\right] = \underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)}_{(2+3)\text{ កត្តា}}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

ឃ. $a^m \cdot a^n = \underbrace{(a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a)}_{m\text{ កត្តា}}\underbrace{(a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a)}_{n\text{ កត្តា}} = \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{(m+n)\text{ កត្តា}} = a^{m+n}$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីគុណស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នា គេត្រូវរក្សាទុកគោលឱ្យនៅដដែល ហើយបូកនិទស្សន្តនិងនិទស្សន្ត ។

បើ a ជាចំនួនសនិទាននិង m , n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបខុសពីសូន្យ គេបាន $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនា

ក. $10^{-3} \times 10^4$ ខ. $(-5y^2)(7y^8)$ គ. $(-5xy^{-2})\left(\frac{3}{5}x^3y^8\right)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $10^{-3} \times 10^4 = 10^{-3+4} = 10^1 = 10$

ខ. $(-5y^2)(7y^8) = (-5\cdot7)(y^2\cdot y^8) = -35\cdot y^{2+8} = -35y^{10}$

គ. $(-5xy^{-2})\left(\frac{3}{5}x^3y^8\right) = -\left(5\times\frac{3}{5}\right)(x\cdot x^3\cdot y^{-2}\cdot y^8) = -3\cdot x^{1+3}\cdot y^{-2+8} = -3x^4y^6$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $x^9 \cdot x^4$ ខ. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}$ គ. $(3x^4y^{-3})\left(-\frac{4}{3}x^{-2y}\right)$ ។

3. វិធីចែកស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ឧទាហរណ៍ : សរសេរកន្សោមខាងក្រោមដោយប្រើនិទស្សន្តតែមួយ

ក. $\dfrac{2^7}{2^4} = \dfrac{\overbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}_{7\text{ កត្តា}}}{\underbrace{2\times2\times2\times2}_{4\text{ កត្តា}}} = \underbrace{2\times2\times2}_{3\text{ កត្តា}} = 2^{7-4} = 2^3 = 8$

ខ. $\dfrac{3^7}{3^5} = \dfrac{\overbrace{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}_{7\text{ កត្តា}}}{\underbrace{3\times3\times3\times3\times3}_{5\text{ កត្តា}}} = \underbrace{3\times3}_{2\text{ កត្តា}} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$ ។

> *ជាទូទៅ* : ដើម្បីចែកស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នាគេត្រូវរក្សាទុកគោលឱ្យនៅដដែល ហើយដកនិទស្សន្តនិងនិទស្សន្ត ។ បើ a ជាចំនួនសនិទានមិនសូន្យនិង m , n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសពីសូន្យ គេបាន $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនា

ក. $\dfrac{10^8}{10^6}$ ខ. $\dfrac{(-2)^6}{(-2)^5}$ គ. $\dfrac{\frac{5}{4}x^3y^8}{-5xy^{-2}}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\dfrac{10^8}{10^6} = 10^{8-6} = 10^2 = 100$ ខ. $\dfrac{(-2)^6}{(-2)^5} = (-2)^{6-5} = (-2)^1 = -2$

គ. $\dfrac{\frac{5}{4}x^3y^8}{-5xy^{-2}} = \left(\dfrac{\frac{5}{4}}{-5}\right)\left(\dfrac{x^3}{x}\right)\left(\dfrac{y^8}{y^{-2}}\right) = -\dfrac{1}{4}(x^{3-1})(y^{8-(-2)}) = -\dfrac{1}{4}x^2y^{10}$ ។

សំគាល់ : តើវាមានអ្វីកើតឡើងនៅពេលដែល $m = n$? ឧទាហរណ៍គណនា $\dfrac{a^4}{a^4}$

$\dfrac{a^4}{a^4} = \dfrac{a\cdot a\cdot a\cdot a}{a\cdot a\cdot a\cdot a} = 1$ ឬ $\dfrac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0$ ។

ហេតុនេះ $a^o = 1$ ដែល $a \neq 0$ ។

គេក៏អាចប្រើ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ដើម្បីសម្រួលកន្សោម $\dfrac{a^2}{a^4} = \dfrac{a\cdot a}{a\cdot a\cdot a\cdot a} = \dfrac{1}{a^2}$ ឬ $\dfrac{a^2}{a^4} = a^{2-4} = a^{-2}$

ហេតុនេះ $a^{-2} = \dfrac{1}{a^2}$ ជាទូទៅ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $\dfrac{x^9}{x^4}$ ខ. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^4}$ គ. $\dfrac{y^9}{y^9}$ ឃ. $\left(\dfrac{3yx^9}{-15y^5x^4}\right)^0$ ។

4. លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

4.1. ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ

ឧទាហរណ៍ : សរសេរកន្សោមខាងក្រោមដោយប្រើនិទស្សន្តតែមួយ

ក. $(2^3)^4 = (2^3)\cdot(2^3)\cdot(2^3)\cdot(2^3) = 2^{\underbrace{3+3+3+3}_{4\text{ កត្តា}}} = 2^{3\times 4} = 2^{12}$

ខ. $(5^6)^4 = (5^6)\cdot(5^6)\cdot(5^6)\cdot(5^6) = 5^{\underbrace{6+6+6+6}_{4\text{ កត្តា}}} = 5^{6\times 4} = 5^{24}$ ។

> *ជាទូទៅ* : បើ a ជាចំនួនសនិទាននិង m , n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបខុសពីសូន្យ
>
> គេបាន $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m\cdot n}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនា

ក. $(10^2)^3$ ខ. $(a^{-2})^k(a^k)^5$ ។

ចម្លើយ :

ក. $(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6 = 1\ 000\ 000$

ខ. $(a^{-2})^k\cdot(a^k)^5 = a^{-2\cdot k}\cdot a^{5k} = a^{-2k+5k} = a^{3k}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $(a^3)^{-2}$ ខ. $a\cdot(a^4)^5\cdot a^{-6}$ ។

4.2. ស្វ័យគុណនៃផលគុណ

ឧទាហរណ៍ : សរសេរកន្សោមខាងក្រោមដោយប្រើនិទស្សន្តតែមួយ

ក. $2^3\times 5^3 = \underbrace{2\times 2\times 2}_{3\text{ កត្តា}}\times\underbrace{5\times 5\times 5}_{3\text{ កត្តា}} = \underbrace{(2\times 5)(2\times 5)(2\times 5)}_{3\text{ កត្តា}} = (2\times 5)^3$

ខ. $2^2\times 5^2\times 7^2 = \underbrace{2\times 2}_{2\text{ កត្តា}}\times\underbrace{5\times 5}_{2\text{ កត្តា}}\times\underbrace{7\times 7}_{2\text{ កត្តា}} = \underbrace{(2\times 5\times 7)(2\times 5\times 7)}_{2\text{ កត្តា}} = (2\times 5\times 7)^2$

គ. $a^n\cdot b^n = \underbrace{a\cdot a\cdot a\ldots a}_{n\text{ កត្តា}}\cdot\underbrace{b\cdot b\cdot b\ldots b}_{n\text{ កត្តា}} = \underbrace{(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n\text{ កត្តា}} = (ab)^n$ ។

> *ជាទូទៅ* : បើ a , b ជាចំនួនសនិទាននិង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបខុសពីសូន្យ
>
> គេបាន $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$ ។

លំហាត់គំរូ : សម្រួលកន្សោម

ក. $(3xy^2)^3$ ខ. $(b^3)(b^{2k-1})^3$ ។

ចម្លើយ :

ក. $(3xy^2)^3 = 3^3 \cdot x^3 \cdot (y^2)^3 = 27x^3y^6$

ខ. $(b^3)(b^{2k-1})^3 = b^3 \cdot b^{3(2k-1)} = b^{3+6k-3} = b^{6k}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $-2(a^{-3} \cdot b^5)^2$ ខ. $a \cdot (a^4) \cdot a^{-6}$ ។

4.3. ស្វ័យគុណនៃផលចែក

ឧទាហរណ៍ : សរសេរកន្សោមខាងក្រោមដោយប្រើនិទស្សន្តតែមួយ

ក. $\dfrac{2^3}{5^3} = \dfrac{\overbrace{2\times2\times2}^{3\text{ កត្តា}}}{\underbrace{5\times5\times5}_{3\text{ កត្តា}}} = \underbrace{\left(\dfrac{2}{5}\right)\left(\dfrac{2}{5}\right)\left(\dfrac{2}{5}\right)}_{3\text{ កត្តា}} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^3$

ខ. $\dfrac{a^n}{b^n} = \dfrac{\overbrace{a\cdot a\cdot\ldots a}^{n\text{ កត្តា}}}{\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots b}_{n\text{ កត្តា}}} = \underbrace{\left(\dfrac{a}{b}\right)\cdot\left(\dfrac{a}{b}\right)\cdot\ldots\left(\dfrac{a}{b}\right)}_{n\text{ កត្តា}} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ ។

ជាទូទៅ : បើ a , b ជាចំនួនសនិទានខុសពីសូន្យនិង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបខុសពីសូន្យ

គេបាន $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : សម្រួលកន្សោម

ក. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^3$ ខ. $\left(\dfrac{a^2b^3}{c^{-2}}\right)^3$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^3 = \dfrac{3^3}{4^3} = \dfrac{27}{64}$ ។

ខ. $\left(\dfrac{a^2b^3}{c^{-2}}\right)^3 = \dfrac{(a^2)^3(b^3)^3}{(c^{-2})^3} = \dfrac{a^6b^9}{c^{-6}} = a^6b^9c^6$ ។

ប្រតិបត្តិ : សម្រួលកន្សោម

ក. $\left(\dfrac{-2}{3}\right)^4$ ខ. $\left(\dfrac{a^4 \cdot b^{-2}}{c^3}\right)^2$ ។

4.4. ស្វ័យគុណនៃ 10

បើគេធ្វើប្រមាណវិធីគុណចំនួន 10 និង 10 ខ្លួនឯងច្រើនដងគេគ្រាន់តែបន្ថែមចំនួន 0 តាមចំនួនដងនៃការគុណទៅលើ 10 ជាការស្រេច ។ ចូរពិនិត្យមើលលំនាំគំរូខាងក្រោម

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0.\underbrace{1}_{1\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^1 = 1\underbrace{0}_{\text{ស៊ូន្យ } 1} \qquad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0.\underbrace{01}_{2\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^2 = 1\underbrace{00}_{\text{ស៊ូន្យ } 2} \qquad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0.\underbrace{001}_{3\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^3 = 1\underbrace{000}_{\text{សូន្យ } 3} \qquad 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0.\underbrace{0001}_{4\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^4 = 1\underbrace{0000}_{\text{សូន្យ } 4} \qquad 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0.\underbrace{00001}_{5\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^5 = 1\underbrace{00000}_{\text{សូន្យ } 5} \qquad 10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0.\underbrace{000001}_{6\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^6 = 1\underbrace{000000}_{\text{សូន្យ } 6} \qquad 10^{-7} = \frac{1}{10^7} = 0.\underbrace{0000001}_{7\text{ខ្ទង់}}$$

$$10^7 = 1\underbrace{0000000}_{\text{សូន្យ } 7}$$

....

....

$$10^n = 1\underbrace{0\ldots000\ 000}_{\text{សូន្យ } n} \qquad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0.\underbrace{00\ldots01}_{n\text{ខ្ទង់}} \text{ ។}$$

ការគុណ ឬចែកចំនួនទសភាគនឹងស្វ័យគុណនៃ 10 ដូចគ្នានឹងការគុណ ឬចែកចំនួនគត់នឹងស្វ័យគុណនៃ 10 ដែរ ។

ឧទាហរណ៍ : គណនាផលគុណ ឬផលចែកខាងក្រោមដោយបំប្លែងជាប្រភាគ

ក. $3.75 \times 10^4 = \frac{375}{100} \times \frac{10\ 000}{1} = 37\ 500$

ខ. $128.5 \div 10^2 = \frac{1\ 285}{10} \div 100 = \frac{1\ 285}{10} \times \frac{1}{100} = 1.285$ ។

ជាទូទៅ : បើ a ជាចំនួនទសភាគនិង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបខុសពីសូន្យ ។ បើគេគុណចំនួនទសភាគ a នឹង 10^n នោះគេបានចំនួនថ្មីមួយដោយគ្រាន់តែផ្លាស់ទីចំណុចទសភាគនៃចំនួនទសភាគ a ទៅខាងស្តាំចំនួន n ខ្ទង់ ។ បើគេចែកចំនួនទសភាគ a នឹង 10^n នោះគេបានចំនួនថ្មីមួយដោយគ្រាន់តែផ្លាស់ទីចំណុចទសភាពនៃចំនួនទសភាគ a ទៅខាងឆ្វេងចំនួន n ខ្ទង់ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

ក. 62.013×10^5 ខ. $0.57 \div 10^5$ ។

ចម្លើយ :

ក. $62.\underbrace{013}_{3\text{ខ្ទង់}} \times 10^5 = 62\underbrace{01300}_{5\text{ខ្ទង់}}$ ខ. $0.\underbrace{57}_{2\text{ខ្ទង់}} \div 10^5 = 0.\underbrace{00000}_{5\text{ខ្ទង់}}\underbrace{57}_{2\text{ខ្ទង់}}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរបំពេញតារាងតាមគំរូដែលគេឱ្យដូចខាងក្រោម

ប្រវែង	ប្រភាគ	ទសភាគ
$10cm$	$\frac{1}{10}m$	$0.1m$
$25cm$		
$136cm$		

ចម្លើយ :

ប្រវែង	ប្រភាគ	ទសភាគ
$10cm$	$\frac{1}{10}m$	$0.1m$
$25cm$	$25 \times \frac{1}{100}m = \frac{1}{4}m$	$0.25m$
$136cm$	$136 \times \frac{1}{100}m = \frac{34}{25}m$	$1.36m$

ប្រតិបត្តិ :

1. គណនា

ក. 762.0213×10^5 ខ. $34.57 \div 10^5$ ។

2. ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម

ក្រាម	ប្រភាគ	ទសភាគ
$10g$	$\frac{1}{100}kg$	$0.01kg$
$325g$		
$1365g$		

4.5. ទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ

ក្នុងការសិក្សាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ $A \times 10^n$ ដែល $1 \le A < 10$ ហើយ n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប មានការអនុវត្តច្រើនក្នុងរូបវិទ្យានិងគីមីវិទ្យា ដូចជា ល្បឿនពន្លឺ ម៉ាសនៃផែនដី ម៉ាសនៃអេឡិចត្រុង ទំហំអាតូម ... ឬទំហំវត្ថុអ្វីមួយដែលមានទំហំដ៏ធំក្រៃលែងនិងទំហំដ៏តូចហួសហេតុ ។

ឧទាហរណ៍ : ល្បឿននៃពន្លឺស្មើនឹង 299 800 000 m/s ។ សរសេរជាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណគឺ 2.998×10^8 m/s ។

កាំរបស់អាតូមស្មើនឹង 0.000 000 000 003 mm សរសេរថាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណគឺ 3.0×10^{-12} mm ។

ជាទូទៅ : ទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណរបស់ចំនួនមួយ គឺជាផលគុណនៃចំនួន A ដែល $1 \le A < 10$ នឹងស្វ័យគុណនៃ 10 ។ ដូចនេះទម្រង់ស្តង់ដាមានរាង $A \times 10^n$ ដែល $1 \le A < 10$ ហើយ n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។

លំហាត់គំរូទី 1 : សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ

ក. 490 000 000 ខ. 0.000 000 732 ។

ចម្លើយ :

ក. $490\,000\,000 = 49 \times 10.000\,000 = 4.9 \times 10 \times 10\,000\,000$

$= 4.9 \times 100.000\,000 = 4.9 \times 10^8$ ដូចនេះ $490\,000\,000 = 4.9 \times 10^8$

ខ. $0.000\,000\,732 = \dfrac{732}{1\,000\,000\,000} = \dfrac{7.32 \times 100}{1\,000\,000\,000} = \dfrac{7.32}{1\,000\,000}$

$= 7.32 \times \dfrac{1}{10^7} = 7.32 \times 10^{-7}$ ដូចនេះ $0.000\,000\,732 = 7.32 \times 10^{-7}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2: អង្កត់ផ្ចិតនៃភពផ្កាយព្រហស្បតិ៍គឺ $1.438 \times 10^8 m$ និងអង្កត់ផ្ចិតនៃផែនដីគឺ $1.27 \times 10^7 m$ ។ គណនាផលធៀបនៃអង្កត់ផ្ចិតនៃភពផ្កាយព្រហស្បតិ៍នឹងអង្កត់ផ្ចិតនៃផែនដី ។

ចម្លើយ : ផលធៀបនៃអង្កត់ផ្ចិតនៃភពផ្កាយព្រហស្បតិ៍នឹងអង្កត់ផ្ចិតនៃផែនដី

$$\frac{1.438 \times 10^8}{1.27 \times 10^7} = \frac{1.438}{1.27} \times \frac{10^8}{10^7} \approx 1.13 \times 10 = 11.3$$ ។

ប្រតិបត្តិ : សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដា

ក. 37 000 000 000 ខ. 0.000 000 000 075 ។

4.6. ឫសការេនិងឫសគូប

ក. សញ្ញាណឫសការេនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

ឧទាហរណ៍ : គណនា

ក. $(+4)^2 = (+4)(+4) = 16$ ។ 16 ហៅថាការេនៃ +4 ។

ខ. $(-4)^2 = (-4)(-4) = 16$ ។ 16 ហៅថាការេនៃ -4 ។

ដូចនេះចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបពីរផ្ទុយគ្នាមានការេស្មើគ្នា ។

គេមាន $(+4)^2 = 16$ ហើយ $(-4)^2 = 16$ ។ គេថា +4 ជាឫសការេវិជ្ជមាននៃ 16 ហើយ -4 ជាឫសការេអវិជ្ជមាននៃ 16 ។ គេកំណត់សរសេរ $\sqrt{16} = 4$ ហើយ $-\sqrt{16} = -4$ ។ សញ្ញា $\sqrt{\ }$ ហៅថា រ៉ាឌីកាល់ និង 16 ហៅថា រ៉ាឌីកង់ ។

ជាទូទៅ : បើ x ជាឫសការេនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន a នោះ $x^2 = a$ ។

លំហាត់គំរូទី 1: រកតម្លៃ x ដោយស្គាល់

ក. $x^2 = 16$ ខ. $x^2 = -9$ ។

ចម្លើយ :

ក. បើ $x^2 = 16$ នោះ $x = +\sqrt{16} = +4$ ឬ $x = -\sqrt{16} = -4$ ព្រោះ $(+4)^2 = 16$ ហើយ $(-4)^2 = 16$ ។ ដូចនេះ $x = +4$ ឬ $x = -4$ ។

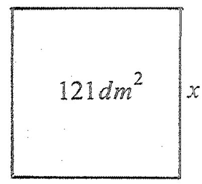
ខ. បើ $x^2 = -9$ នោះ $x = +\sqrt{-9}$ ឫស $x = -\sqrt{-9}$ គ្មានឫសជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបទេ ព្រោះការេនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

សំគាល់ : ចំនួនវិជ្ជមានមួយមានឫសការេពីរផ្ទុយគ្នា ។

ចំនួនសូន្យមានឫសការេតែមួយគត់គឺ 0 ។ ចំនួនអវិជ្ជមានគ្មានឫសការេទេ ពីព្រោះការេនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ការេមួយមានផ្ទៃក្រឡា $121dm^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងការេនោះ ។

ចម្លើយ : រង្វាស់ជ្រុងការេ



តាង $x>0$ ជារង្វាស់ជ្រុងការេ ហើយ S ជាផ្ទៃក្រឡាការេ ។ គេបាន

$S = x^2$ ហើយ $S = 121dm^2$ នោះគេបាន

$x^2 = 121$ នាំឱ្យ $x = \sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$ ។

ដូចនេះ ជ្រុងការេមានរង្វាស់ $11dm$ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក. រក x បើ $x^2 = 196$ ។

ខ. ការេមួយមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $2.25m^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងការេនោះ ។

ខ. ឫសគូបនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

ឧទាហរណ៍ 1 : គណនា

ក. $(+2)^3=(+2)(+2)(+2)= +8$ ដែល $+8$ ហៅថាគូបនៃ $+2$ ។

ខ. $(-2)^3=(-2)(-2)(-2)= -8$ ដែល -8 ហៅថាគូបនៃ -2 ។

ឧទាហរណ៍ 2 : បើ $(+2)^3 = +8$ នោះ $+2$ ជាឫសគូបនៃ $+8$ ហើយបើ $(-2)^3=-8$ នោះ -2 ជាឫសគូបនៃ -8 ។ គេកំណត់សរសេរ $\sqrt[3]{8} = +2$ ហើយ $\sqrt[3]{-8} = -2$ ។ សញ្ញា $\sqrt[3]{}$ ហៅថាឫសគូប ។

ជាទូទៅ : បើ x ជាឫសគូបនៃចំនួន a កាលណា $x^3 = a$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : រកតម្លៃ x ដោយស្គាល់

ក. $x^3 = 27$ ខ. $x^3 = -27$ ។

ចម្លើយ :

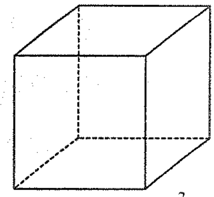
ក. ដោយ $x^3 = 27$ នាំឱ្យ $x = \sqrt[3]{27} = 3$ ។ ដូចនេះ $x = 3$ ។

ខ. ដោយ $x^3 = -27$ នាំឱ្យ $x = \sqrt[3]{-27} = -3$ ។ ដូចនេះ $x = -3$ ។

សំគាល់ : ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបមានឫសគូបតែមួយគត់ ។

ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមានហើយឫសគូបនៃចំនួនអវិជ្ជមានជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃគូបមួយដែលមានមាឌ $125cm^3$ ។



ចម្លើយ : តាង $x>0$ រង្វាស់ជ្រុងនៃគូប នោះមាឌគូបគឺ $x\times x\times x = x^3$ ។ គេបាន $x^3 = 125$ នាំឱ្យ $x = \sqrt[3]{125} = 5cm$ ។ ដូចនេះជ្រុងនៃគូបមានរង្វាស់ $5cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា ក. $\sqrt{(-64)(-81)}$ ខ. $\sqrt{-1225}$ គ. $\sqrt[3]{(-128)\times 108}$ ។

គ. អនុវត្ត (ប្រើវិធានគណនានិងម៉ាស៊ីនគិតលេខ)

អនុវត្ត 1 : គណនាឫសការេនៃ 225 ។

- របៀបទី 1: បំបែកចំនួន 225 ជាកត្តាបឋម ។ គេបាន $225 = 3^2\times 5^2\times 1$ នោះ $\sqrt{225} = \sqrt{3^2\times 5^2\times 1} = 3\times 5\times 1 = 15$ ។ ដូចនេះ $\sqrt{225} = 15$ ។
- របៀបទី 2: ចែកចំនួននេះជាសង្កាត់ៗដែលមានលេខពីរខ្ទង់គិតពីស្តាំទៅឆ្វេង (លេខខាងឆ្វេងអាចមួយខ្ទង់) ។ 2 អាចយកបាន 1 ព្រោះការេនៃ 1 គឺ 1 រួច 2 ដក 1 សល់ 1 ។ គេយក 1 នេះជាចម្លើយនៃឫស ។

225	15
1	$1\times 2 = 2$
125	$25\times 5 = 125$
125	
0	

ខាងស្តាំនៃសំណល់នេះគេទម្លាក់សង្កាត់បន្ទាប់គឺ 25 គេបាន 125 ។ យក 1 ជាចម្លើយនៃឫសគុណនឹង 2 បាន 2 ។ តើត្រូវដាក់លេខប៉ុន្មានខាងស្តាំ 2 ដើម្បីគុណនឹងលេខដដែលនោះឃើញតូចជាង ឬស្មើ 125 ?

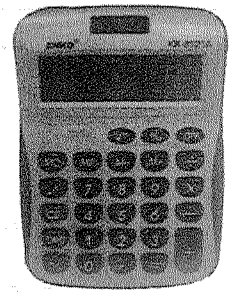
ដូចនេះគេយកលេខ 5 គឺ $25\times 5 = 125$ ។ យក 125 ដក 125 ស្មើ 0 ។

5 ជាលេខទី 2 នៃឫស ។ ដូចនេះ ឫសការេនៃ 225 គឺ 15 ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាឫសការេនៃ 625 , 2312 ។

អនុវត្ត 2 : គណនាឫសការេនៃ 225 , 529 និង 153.76 ដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ។

ចម្លើយ :



$\sqrt{225}$ គេចុច 225 រួចចុចសញ្ញា $\sqrt{}$ ហើយចុចសញ្ញា = ឃើញចម្លើយ 15 ។

$\sqrt{625}$ គេចុច 625 រួចចុចសញ្ញា $\sqrt{}$ ហើយចុចសញ្ញា = ឃើញចម្លើយ 25 ។

$\sqrt{153.76}$ គេចុច 153.76 រួចចុចសញ្ញា $\sqrt{}$ ហើយចុចសញ្ញា = ឃើញចម្លើយ 124 ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាឫសការេនៃ 3249 , 0.208 849 និង $\frac{2025}{169}$ ដោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ។

លំហាត់

1. ចូរសរសេរផលគុណខាងក្រោមជាស្វ័យគុណរួចប្រាប់គោលនិងនិទស្សន្ត

ក. $6\times6\times6\times6\times6\times6\times6$ ខ. $(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)$

គ. $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ កត្តា}}$ ឃ. $\underbrace{\left(-\frac{ab}{c}\right)\times\left(-\frac{ab}{c}\right)\times\left(-\frac{ab}{c}\right)\times\ldots\times\left(-\frac{ab}{c}\right)}_{n\text{ កត្តា}}$ ។

2. ចូរសរសេរស្វ័យគុណខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាដូចគ្នារួចគណនា

ក. $(4^3)(2^2)$ ខ. $(-8^2)(-7^3)$

គ. $(-3^4)(-6^3)$ ឃ. $(7^3)(-12^3)$ ។

3. ចូរសរសេរកន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាដូចគ្នារួចគណនា

ក. $(4^3)(-3^2)$ ខ. $\dfrac{4^3-2^2}{3(2^2)}$

គ. $(-2^3)(3^2)(-5^2)$ ឃ. $5^3-2^4-3^3$ ។

4. ចតុកោណកែងមួយមានបណ្ដោយប្រវែង b^3+1 និងទទឹងប្រវែង b^2-1 ។ គណនាបរិមាត្រចតុកោណកែងនោះបើ $b=3$ ។

5. គណនាតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម

ក. $3x^2y-2xy^2$ ចំពោះ $x=-5$ និង $y=4$

ខ. $(5m^2n^2-6)(m^3-n^3)$ ចំពោះ $m=-1$ និង $n=2$

គ. $-2a^3b^4c^2$ ចំពោះ $a=-2$, $b=3$ និង $c=-1$ ។

6. សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(4^5)(4^2)(4^4)$ ខ. $2\times2^3\times2^4\times2^7$

គ. $\left(\frac{4}{3}\right)^4\left(\frac{4}{3}\right)^{-6}\left(\frac{4}{3}\right)^3$ ឃ. $\dfrac{2\times2^3\times3^4\times2^7}{-12^2\times6}$ ។

7. សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

ក. $\left(\frac{2}{5}x^2y^3\right)$ ខ. $(-3x^4y^3)(-x^7y^{-5})$

គ. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}a^2b^3\right)(2a^{-3}b^4)}{6a^{-2}b^4}$ ឃ. $\dfrac{(32a^2x^8)(-5a^4x^3)}{(5ax)(-2a^2x^2)(-4a^3x)}$

ង. $\dfrac{(32a^2x^8)^3}{(5ax)(-2a^2x^2)^2(-4a^3x)^3}$ ច. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}a^2b^3\right)^0(2a^{-3}b^5)}{6a^{-2}b^4}$ ។

8. ក. សរសេរ x^{12} ជាស្វ័យគុណនៃ x^2 ។

ខ. សរសេរ y^{15} ជាស្វ័យគុណនៃ y^3 ។

គ សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាស្វ័យគុណនៃ 8 : 2^{18} , $(2^5)^6$ ។

9. សរសេរចំនួននីមួយៗខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ ។

ក. ចម្ងាយពីផែនដីទៅព្រះអាទិត្យស្មើនឹង 93 000 000 mi

ខ. អង្កត់ផ្ចិតនៃគ្រាប់ខ្សាច់គឺស្មើនឹង 0.000 021 m

គ. អង្កត់ផ្ចិតនៃព្រះអាទិត្យស្មើនឹង 130 000 000 000 cm ។

10. ប្តូរខ្នាតមីលីលីត្រទៅជាលីត្រ

រង្វាស់	ប្រភាគ	ទសភាគ
$10ml$		
$330ml$		
$1365ml$		
$100ml$		
$3800ml$		
$17500ml$		

11. គណនារួចទុកលទ្ធផលជាទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ

ក. $(2.5 \times 10^7)(3 \times 10^5)$

ខ. $\dfrac{4.5 \times 10^7}{3 \times 10^5}$

គ. $\dfrac{(3.3 \times 10^{15})(6 \times 10^{15})}{(1.1 \times 10^8)(3 \times 10^8)}$ ។

មេរៀនទី

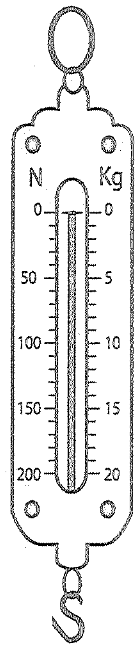
3 ទំហំសមាមាត្រនិងភាគរយ

វត្ថុបំណង

- កំណត់ទំហំពីរសមាមាត្រគ្នា
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយនិងកិច្ចការជំនួញ ។

1. ទំហំសមាមាត្រ

1.1. ទំហំសមាមាត្រស្រប



ឧទាហរណ៍ : គេប្រើជញ្ជីងដៃក្នុងការថ្លឹងម៉ាស គេទទួលបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម

ម៉ាស x (គិតជា g)	50	100	150	250	....
ប្រវែងរ៉ឺស័រលូត y (គិតជា mm)	10	20	30	50	....

តាមតារាងខាងលើគេសង្កេតឃើញថា កាលណាម៉ាសកាន់តែធំ នោះរ៉ឺស័រលូតបានកាន់តែវែងទៅតាមចំនួនដងនៃម៉ាស ។

គេកត់សំគាល់ឃើញថា $\frac{y}{x} = \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = \frac{30}{150} = \dots = 0.2$

គេអាចបកស្រាយទំនាក់ទំនងរវាងទំហំ x និង y ដោយខ្លី

$\frac{y}{x} = 0.2$ ឬ $y = 0.2x$

គេថា x និង y ជាទំហំសមាមាត្រស្របនិង 0.2 ជាមេគុណសមាមាត្រ ។

> ***ជាទូទៅ :*** y និង x ជាទំហំសមាមាត្រស្របនិង $a \neq 0$ ជាមេគុណសមាមាត្រ
>
> គេបាន $\frac{y}{x} = a$ ឬ $y = ax$ ។

លំហាត់គំរូ : ក្នុងការពិន័យអ្នកដែលបានខ្ចីសៀវភៅអានពីបណ្ណាល័យមួយ បើអ្នកបានសងសៀវភៅវិញហួសកំណត់មួយថ្ងៃនឹងត្រូវពិន័យប្រាក់ 100៛ ។ ចូរសរសេរទំនាក់ទំនងរវាងទំហំទាំងពីរនេះ ។

ចម្លើយ : តាង x ជាចំនួនថ្ងៃដែលបានខ្ចីសៀវភៅហួសកំណត់

តាង y ជាប្រាក់ដែលត្រូវបានពិន័យ ។

ប្រាក់ពិន័យនិងកើនទៅតាមចំនួនដងនៃថ្ងៃដែលបានហួសកំណត់ វាជាទំហំសមាមាត្រស្របកំណត់ដោយ $y = 100x$ ។

ប្រតិបត្តិ : យន្តហោះមួយគ្រឿងហោះក្នុងល្បឿន $800km/h$ ។ ចូរកំណត់ចម្ងាយចរនៅពេលដែលវាចរអស់រយៈពេល 8 ម៉ោង ។

1.2. លក្ខណៈនៃសមាមាត្រស្រប

ក. លក្ខណៈទី 1

យើងពិនិត្យតម្លៃសមាមាត្រនៃ y និង x ដែលមានមេគុណសមាមាត្រ $a \neq 0$ ។ បើ x_1 និង x_2 ជាតម្លៃពីរផ្សេងគ្នានៃ x និង y_1 និង y_2 ជាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ y

យើងបាន $y_1 = ax_1$ និង $y_2 = ax_2$

$\frac{y_1}{x_1} = a$ និង $\frac{y_2}{x_2} = a$ ។

ដូចនេះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ ឬ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ ជាសមាមាត្រ ហើយ x_1 , x_2 , y_1 និង y_2 ហៅថាតួនៃសមាមាត្រ ។

ក្នុងសមាមាត្រ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$, y_1 និង x_2 ហៅថាតួចុងនិង x_1 និង y_2 ហៅថាតួមធ្យម ។

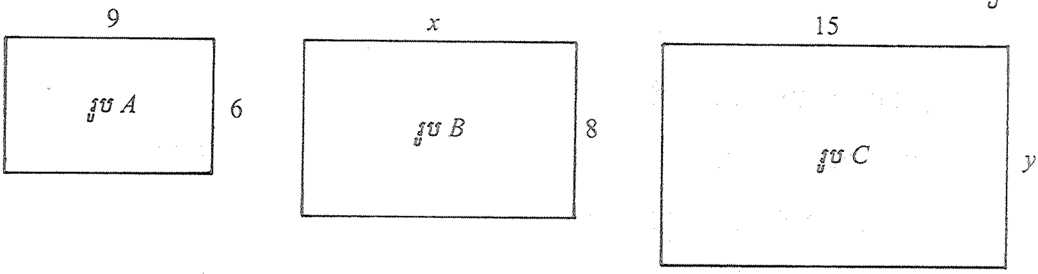
បើយើងគុណអង្គទាំងពីរនៃសមាមាត្រ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ និង x_1x_2

យើងបាន : $\frac{y_1}{x_1} \times x_1x_2 = \frac{y_2}{x_2} \times x_1x_2$ សមមូលនឹង $y_1x_2 = y_2x_1$ ។

លក្ខណៈទី 1 : ក្នុងសមាមាត្រ ផលគុណតួចុងស្មើនឹងផលគុណតួមធ្យម

$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ សមមូលនឹង $x_2y_1 = x_1y_2$ ។

លំហាត់គំរូ : រូបខាងក្រោមជាចតុកោណកែងបីដែលមានប្រវែងបណ្ដោយសមាមាត្រនឹងប្រវែងទទឹង ។ វិមាត្រទាំងអស់គិតជាសង់ទីម៉ែត្រ (cm) ។ ចូររក :



ក. ប្រវែងបណ្ដោយនៃរូប B ។

ខ. ប្រវែងទទឹងនៃរូប C ។

ចម្លើយ : ផលធៀបប្រវែងបណ្ដោយនឹងប្រវែងទទឹងនៃរូប A គឺ $\frac{3}{2}$

ក. ចំពោះរូប B : ដោយរូប B សមាមាត្រនឹងរូប A

គេបាន $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$ នោះ $x = \frac{3}{2}\times 8 = 12$

ដូចនេះបណ្ដោយនៃរូប B មានប្រវែង $12cm$ ។

ខ. ចំពោះរូប C : ដោយរូប C សមាមាត្រនឹងរូប A

គេបាន $\frac{3}{2} = \frac{15}{y}$ នោះ $y = \frac{3}{2}\times 15 = 10$

ដូចនេះទទឹងនៃរូប C មានប្រវែង $10cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : ថ្លៃផ្លែក្រូចសមាមាត្រនឹងចំនួនផ្លែក្រូច ។ បើក្រូច 9 ផ្លែ ថ្លៃ 1200 ៛ ។ ចូររក :

ក. ថ្លៃក្រូច 12 ផ្លែ

ខ. ចំនួនផ្លែក្រូចដែលថ្លៃ 32000 ៛ ។

ខ. លក្ខណៈទី 2

បើ $y_1 = ax_1$ និង $y_2 = ax_2$ ដែល $a \neq 0$

យើងបាន $\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2} = \frac{ax_1+ax_2}{x_1+x_2} = \frac{a(x_1+x_2)}{x_1+x_2} = a$

តែ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = a$ នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$ ។

លក្ខណៈទី 2 :

- x_1 និង x_2 ជាពីរចំនួនខុសពីសូន្យដែល $x_1+x_2 \neq 0$ ។ បើ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$ ។
- ដូចគ្នាដែរ x_1 , x_2 , x_3 ជាបីចំនួនខុសពីសូន្យដែល $x_1+x_2+x_3 \neq 0$ បើ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}$

នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_1+y_2+y_3}{x_1+x_2+x_3}$ ។

លំហាត់គំរូ : កាកបាទក្រហមបានផ្តល់អង្ករ $320kg$ ឱ្យប្រជាជនបីគ្រួសាររងគ្រោះដោយទឹកជំនន់ ដែលគ្រួសារនីមួយៗមានសមាជិក 4 នាក់ 5 នាក់ និង 7 នាក់ ។ គេដឹងថាមនុស្សម្នាក់ៗទទួលបានអង្ករស្មើគ្នាហើយចំណែកនៃគ្រួសារនីមួយៗ សមាមាត្រនឹងចំនួនសមាជិកនៅក្នុងគ្រួសារ ។ ចូររកចំណែកអង្ករដែលគ្រួសារនីមួយៗ ទទួលបាន ។

ចម្លើយ : តាង a , b និង c ជាចំណែករៀងគ្នានៃគ្រួសារនីមួយៗ ។ ដោយចំណែកគ្រួសារនីមួយៗសមាមាត្រនឹងចំនួនសមាជិកនៅក្នុងគ្រួសារ

យើងបាន $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$ ហើយ $a+b+c = 320$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ

យើងបាន $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{4+5+7} = \frac{320}{16} = 20$ ។

យើងទាញបាន :

$\frac{a}{4} = 20$ នោះ $a = 4\times 20 = 80$ ។

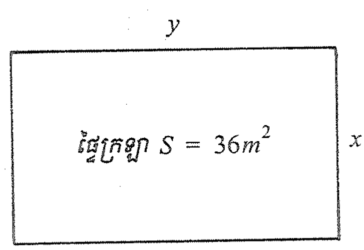
$\frac{b}{5} = 20$ នោះ $b = 5\times 20 = 100$ ។

$\frac{c}{7} = 20$ នោះ $c = 7\times 20 = 140$ ។

ដូចនេះចំណែកនៃគ្រួសារនីមួយៗ គឺ $80kg$, $100kg$ និង $140kg$ ។

ប្រតិបត្តិ : បុរសម្នាក់បានចែកប្រាក់ 140 000៛ ឱ្យកូនបីនាក់មានអាយុ 7 ឆ្នាំ 10 ឆ្នាំ និង 11 ឆ្នាំ ។ គេដឹងថាចំណែកនៃកូនម្នាក់ៗសមាមាត្រនិងអាយុរបស់ពួកគេ ។ រកចំណែកប្រាក់ដែលកូនម្នាក់ៗទទួលបាន ។

1.3. ទំហំសមាមាត្រច្រាស



ឧទាហរណ៍ : គេចង់បានដីមួយកន្លែងរាងចតុកោណកែងដែលមានផ្ទៃក្រឡា $36m^2$ ។

គេអាចមានជំរើសច្រើនបែបក្នុងការកំណត់ទទឹងនិងបណ្តោយនៃចតុកោណនោះដូចខាងក្រោម

ប្រវែងទទឹង x (គិតជា m)	1	2	3	4	6
ប្រវែងបណ្តោយ y (គិតជា m)	36	18	12	9	6

យើងសង្កេតលើតារាងឃើញថា កាលណាតម្លៃ x កើន តម្លៃ y ថយចុះ ឬតម្លៃ x ថយចុះនោះតម្លៃ y កើន ហើយផលគុណតម្លៃទាំងពីរគឺ

$xy = 1\times 36 = 2\times 18 = 3\times 12 = 4\times 9 = 6\times 6 = 36$

យើងអាចបកស្រាយទំនាក់ទំនង x និង y ដោយខ្លី : $xy = 36$ ឬ $y = \dfrac{36}{x}$ ។

គេថាប្រវែងទទឹង $x(m)$ និងបណ្តោយ $y(m)$ ជាទំហំសមាមាត្រច្រាសហើយ 36 ជាមេគុណសមាមាត្រច្រាស ។

> *ជាទូទៅ :* បើ y និង x ជាទំហំសមាមាត្រច្រាសនិង $a\neq 0$ ជាមេគុណសមាមាត្រច្រាស
> នោះ $xy = a$ ឬ $y = \dfrac{a}{x}$ ។

លំហាត់គំរូ : កម្មករ 35 នាក់សង់ផ្ទះមួយហើយក្នុងរយៈពេល 16 ថ្ងៃ ។ តើកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានថ្ងៃ ?

ចម្លើយ : តាង x ជាចំនួនថ្ងៃដែលកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយ ។

ចំនួនកម្មករ	35	28
ចំនួនថ្ងៃ	16	x

ចំនួនកម្មករនិងចំនួនថ្ងៃជាទំហំសមាមាត្រច្រាស

យើងបាន : $28x = 35\times 16$ នោះ $x = \dfrac{35\times 16}{28} = 20$ ។

ដូចនេះកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយក្នុងរយៈពេល 20 ថ្ងៃ ។

ប្រតិបត្តិ : គេបញ្ចូលទឹកដាក់ក្នុងអាងមួយដោយប្រើរ៉ូប៊ីនេ 4 ចំណាយពេលអស់ $70mn$ ទើបពេញអាង ។ បើគេប្រើរ៉ូប៊ីនេ 7 តើត្រូវចំណាយពេលអស់ប៉ុន្មានទើបបញ្ចូលទឹកពេញអាងនោះ ?

2. ភាគរយ

2.1. ការសរសេរបរិមាណមួយជាភាគរយនៃបរិមាណមួយទៀត

ឧទាហរណ៍ : សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ ។

- ដំបូងសរសេរប្រភាគ $\dfrac{45}{1000}$ (ដោយ $1km = 1000m$)
- ប្តូរប្រភាគទៅជាភាគរយ $= \dfrac{45}{1000}\times 100\,\% = 4.5\,\%$ ។

ដូចនេះ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ គឺ $4.5\,\%$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីសរសេរបរិមាណ a មួយជាភាគរយនៃបរិមាណ b មួយទៀតគេត្រូវ

- សរសេរ a ជាប្រភាគនៃ b មានន័យថា $\frac{a}{b}$
- គុណប្រភាគ $\frac{a}{b}$ និង 100% ។

លំហាត់គំរូ : ការធ្វើតេស្តសិស្ស 40 នាក់ ជាប់បាន 30 នាក់ ។ តើសិស្សដែលបានធ្វើតេស្តជាប់មានប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ : ភាគរយនៃសិស្សដែលបានធ្វើតេស្តជាប់គឺ $\frac{30}{40}\times 100\,\% = 75\,\%$ ។

ប្រតិបត្តិ : សិស្សម្នាក់ទទួលបាន 95 ពិន្ទុក្នុង 100 ពិន្ទុលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យានិង 92 ពិន្ទុក្នុង 100 ពិន្ទុលើមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរ ។ រកពិន្ទុដែលទទួលបានជាភាគរយលើមុខវិជ្ជានីមួយៗ ។

2.2. ភាគរយប្រាក់ចំណេញនិងប្រាក់ខាត

ភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញ ឬប្រាក់ខាតធៀបនិងប្រាក់ថ្លៃដើមកំណត់ដូចខាងក្រោម

$$\text{ភាគរយប្រាក់ចំណេញ} = \frac{\text{ប្រាក់ចំណេញ}}{\text{ប្រាក់ថ្លៃដើម}}\times 100\%$$

$$\text{ភាគរយប្រាក់ខាត} = \frac{\text{ប្រាក់ខាត}}{\text{ប្រាក់ថ្លៃដើម}}\times 100\%$$

លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងក្រុមហ៊ុននាំចូលនៃរថយន្តមួយគេដឹងថាថ្លៃដើមទិញចូលមួយគ្រឿងគឺ 75 000\$ ។ ក្រុមហ៊ុននេះបានលក់រថយន្តមួយគ្រឿងឱ្យលោកលីស្រ៊ុនថ្លៃ 84 000\$ ។ ពីរឆ្នាំក្រោយមកលោកលីស្រ៊ុនបានលក់រថយន្តនេះឱ្យលោកហេងលឹម ថ្លៃ 60 000\$ ។ ចូររក :

ក. ភាគរយប្រាក់ចំណេញដែលក្រុមហ៊ុនទទួលបានពីការលក់រថយន្តឱ្យលោកលីស្រ៊ុន ។

ខ. ភាគរយប្រាក់ខាតដែលលោកលីស្រ៊ុនបានខាតពីការលក់រថយន្តឱ្យលោកហេងលឹម ។

ចម្លើយ :

ក. ប្រាក់ថ្លៃដើមនៃរថយន្ត = 75 000\$

ប្រាក់ចំណេញសម្រាប់ក្រុមហ៊ុន = 84 000\$ − 75 000\$ = 9 000\$ ។

ភាគរយប្រាក់ចំណេញសម្រាប់ក្រុមហ៊ុន = $\frac{9000\,\$}{75000\,\$}\times 100\% = 12\,\%$

ដូចនេះក្រុមហ៊ុនចំណេញប្រាក់បាន 12% ។

ខ. ចំនួនប្រាក់ដែលលោកលីស្រ៊ុនបានចំណាយសម្រាប់ទិញរថយន្តស្មើនឹង 84 000$

ចំនួនប្រាក់ដែលបានខាតនៅពេលដែលគាត់បានលក់រថយន្ត

84 000$ − 60 000$ = 24 000$ ។

ភាគរយប្រាក់ខាតដែលលោកស្រ៊ុនបានខាតពីការលក់រថយន្ត

$\frac{24000\$}{84000\$} \times 100\% = 28.57\ \%$

ដូចនេះនៅពេលលោកលីស្រ៊ុនបានលក់រថយន្តឱ្យលោកហេងលឹមគាត់បានខាតអស់ 28.57% ។

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខបានទិញទោចក្រយានយន្តមួយគ្រឿងថ្លៃ 2 240 000៛ ។ បីឆ្នាំក្រោយមកគាត់បានលក់វាចេញវិញខាតអស់ 22% ។ តើទោចក្រយានយន្តនោះគាត់បានលក់ចេញវិញថ្លៃប៉ុន្មាន ?

២.៣. ការបញ្ចុះតម្លៃ

នៅពេលរបស់មួយត្រូវលក់ក្នុងតម្លៃមួយទាបជាងថ្លៃលក់ខាងដើម ។ ភាពខុសគ្នានេះហៅថាការបញ្ចុះតម្លៃ ។ ភាគរយនៃការបញ្ចុះតម្លៃធៀបនឹងតម្លៃខាងដើមកំណត់ដូចខាងក្រោម

$$\text{ភាគរយការបញ្ចុះតម្លៃ} = \frac{\text{ការបញ្ចុះតម្លៃ}}{\text{ថ្លៃលក់ខាងដើម}} \times 100\%$$

លំហាត់គំរូ : គេដឹងថាតម្លៃលក់ខាងដើមនៃកាបូបដៃមួយថ្លៃ 32 000៛និងសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេថ្លៃគឺ 36 000៛ ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំគេលក់កាបូបដៃមួយថ្លៃតែ 25 600៛និងលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេបញ្ចុះថ្លៃ 30% ។ ចូររក :

ក. ភាគរយនៃការបញ្ចុះតម្លៃកាបូបដៃមួយក្នុងអំឡុងពេលលក់នោះ ។

ខ. ថ្លៃលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេក្នុងអំឡុងពេលលក់នោះ ។

ចម្លើយ :

ក. តម្លៃលក់ខាងដើមនៃកាបូបដៃមួយថ្លៃ 32 000៛

ថ្លៃលក់កាបូបដៃមួយស្មើនឹង 25 600៛

ការបញ្ចុះតម្លៃ = 32 000៛ − 25 600៛ = 6 400៛ ។

ភាគរយការបញ្ចុះតម្លៃ $= \frac{6400}{32000} \times 100\% = 20\ \%$ ។

ដូចនេះនៅពេលដំណាច់ឆ្នាំកាបូបដៃមួយត្រូវបានគេលក់បញ្ចុះថ្លៃ 20% ។

ខ. តម្លៃលក់ខាងដើមនៃសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេថ្លៃ 36 000៛

ការបញ្ចុះថ្លៃ 30% នៃ 36 000៛ $= \frac{30}{100} \times 36000$៛ $= 10800$ ៛

ថ្លៃលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេ = 36 000៛ − 10 800៛ = 25 200៛ ។

ដូចនេះសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេត្រូវបានលក់តម្លៃ 25 200៛ ។

ប្រតិបត្តិ : មីងសារីបានទិញថាសចម្រៀងចំនួន 300 ដែលថាសចម្រៀងនីមួយៗថ្លៃ 3 300៛ ។ គាត់បានលក់វិញនៅដើមដំបូងអស់ថាសចម្រៀងចំនួន 200 ដែលថាសចម្រៀងនីមួយៗ ថ្លៃ 3 980៛ ហើយនៅសល់ពីនេះគាត់លក់បញ្ចុះតម្លៃ 15% ។ ចូររកភាគរយប្រាក់ចំណេញរបស់គាត់ ។

2.4. បម្រែបម្រួលភាគរយ

បើគេនិយាយថាប្រាក់ខែនៃកម្មករម្នាក់កើនបាន 15% មានន័យថារាល់ប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមកើនបាន 15៛ បានសេចក្ដីថាក្នុងប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមទៅជា 115៛នៅក្នុងប្រាក់ខែថ្មី ។

ឧទាហរណ៍ : ឧបមាថាប្រាក់ខែដើមរបស់កម្មករម្នាក់គឺ 320 000៛ ។ តើប្រាក់ខែថ្មីរបស់គាត់ទទួលបានប៉ុន្មានបន្ទាប់ពីកើនបាន 15% ?

ប្រាក់ខែថ្មី : ប្រាក់ខែដើម = 115 : 100

$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{115}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែថ្មី} = \frac{115}{100} \times \text{ប្រាក់ខែដើម}$$

$$= \frac{115}{100} \times 32000\text{៛} = 368000 \text{ ៛ ។}$$

ម្យ៉ាងទៀតបើគេនិយាយថាប្រាក់ខែថយចុះ 5% មានន័យថារាល់ប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមថយចុះអស់ 5៛ បានសេចក្ដីថាក្នុង 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមទៅជា 95៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែថ្មី ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ គេបាន

ប្រាក់ខែថ្មី : ប្រាក់ខែដើម = 95 : 100

$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{95}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែថ្មី} = \frac{95}{100} \times \text{ប្រាក់ខែដើម}$$

$$= \frac{95}{100} \times 32000\text{៛} = 304000 \text{ ៛ ។}$$

លំហាត់គំរូ : កម្មករនៃក្រុមហ៊ុនអគ្គិសនីមួយត្រូវបានគេដំឡើង 8% នៅក្នុងប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់ពួកគេ ។

ក. លោកប៊ុនថា ទទួលបានប្រាក់ខែដើម 540 000៛ក្នុងមួយខែ ។ ចូររកប្រាក់ប្រចាំខែរបស់គាត់បន្ទាប់ពីបានដំឡើង 8% មកនោះ ។

ខ. បើប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់លោកស្រីចាន់ធីទទួលបាន 518 400៛ បន្ទាប់ពីបានដំឡើងរួច ។ ចូររកប្រាក់ខែដើមប្រចាំខែរបស់គាត់ ។

ចម្លើយ :

ក. ប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់ប៊ុនថាបន្ទាប់ពីបានដំឡើងគឺ

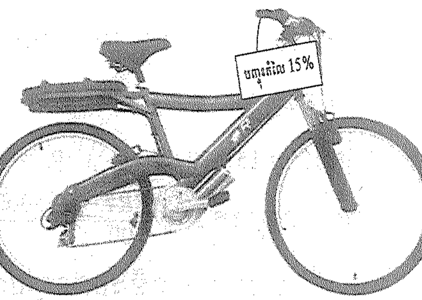
$100\% + 8\% = 108\%$ នៃប្រាក់ខែដើមប្រចាំខែរបស់គាត់ ។ ប្រាក់ប្រចាំខែរបស់គាត់បន្ទាប់ពីបានដំឡើងគឺ

108% នៃ 540 000៛ $= 108\% \times 540\ 000$៛ $= 583\ 200$៛

ខ. $\dfrac{\text{ប្រាក់ខែរបស់លោកស្រីចាន់ធីបន្ទាប់ពីបានដំឡើង}}{\text{ប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធី}} = \dfrac{108}{100}$

ប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធី $= \dfrac{100}{108} \times 518400$៛ $= 480000$ ៛

ដូចនេះប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធីគឺ 480 000៛ ។



ប្រតិបត្តិ : ទោចក្រយានមួយគ្រឿងបន្ទាប់ពីបានបញ្ចុះតម្លៃ 15% នៅសល់តម្លៃត្រឹមតែ 846 000៛ ។ តើទោចក្រយាននោះកាលពីដើមមានតម្លៃប៉ុន្មានរៀល ?

2.5. ការប្រាក់សាមញ្ញ

- **ការប្រាក់ :** ជាប្រាក់ចំណេញដែលបានមកពីប្រាក់ឱ្យគេខ្ចីក្នុងរយៈពេលមានកំណត់តាងដោយ I ។
- **ប្រាក់ដើម :** ជាប្រាក់ខ្ចីគេ ឬឱ្យគេខ្ចីតាងដោយ P ។
- **អត្រា :** ជាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំលើប្រាក់ដើម 100៛ តាងដោយ R ។
- **ប្រាក់សរុប :** ជាការប្រាក់និងប្រាក់ដើមរួមគ្នា ។
- **រយៈពេល :** ជាអំឡុងពេលដែលបានខ្ចីប្រាក់គេ ឬឱ្យគេខ្ចីតាងដោយ T ។

គេអាចគិតការប្រាក់ប្រចាំឆមាស ឬប្រចាំត្រីមាស ប្រចាំខែ ឬប្រចាំថ្ងៃ ។ ចំនួននៃការប្រាក់អាស្រ័យលើរយៈពេលដែលបានចងការ ។

ឧទាហរណ៍ : ពូសំបានចងការប្រាក់ចំនួន 2 000 000៛ ពីធនាគារមួយដោយធនាគារគិតការប្រាក់តាមអត្រា 15% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ គណនាការប្រាក់ក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំ ។

- ប្រាក់ដើមគឺ 2 000 000៛
- ការប្រាក់លើប្រាក់ដើម 2 000 000៛ សម្រាប់ 1 ឆ្នាំគឺ $2000000៛ \times \frac{15}{100} = 30000$ ៛
- ដូចនេះការប្រាក់លើប្រាក់ដើម 2 000 000៛ សម្រាប់ 3 ឆ្នាំគឺ 30000៛ × 3 = 90000៛

តាមឧទាហរណ៍ខាងលើយើងអាចទាញបានថា :

បើ P ជាប្រាក់ដើមដែលបានខ្ចីគេ ឬឱ្យគេខ្ចី ដោយគិតការប្រាក់តាមអត្រា R % ក្នុងមួយឆ្នាំសម្រាប់រយៈពេល T ឆ្នាំ នោះការប្រាក់គឺ $\boxed{I = \frac{PRT}{100}}$ ។

លំហាត់គំរូ : មីងថនបានដាក់ប្រាក់ 15 000 000៛ នៅក្នុងធនាគារមួយដែលត្រូវទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

ក. តើរយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់ទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មានរៀល ? មីងថនបានដកយកការប្រាក់មកប្រើប្រាស់ជារៀងរស់ចុងឆ្នាំ ។

ខ. មីងថនបានចងការប្រាក់ 15 000 000៛ ឱ្យមីងសានទៀត ។ 2 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់ទទួលបានប្រាក់សរុប 18 000 000៛ ។ រកអត្រាការប្រាក់ដែលគាត់ទទួលបានពីចងការប្រាក់ឱ្យមីងសាន ។

ចម្លើយ :

ក. P = 15 000 000៛ , R = 6 និង T = 5 ឆ្នាំ

ការប្រាក់ $I = \frac{PRT}{100} = \frac{15000000 \times 6 \times 5}{100} = 4500000$ ៛

រយៈពេល 5 ឆ្នាំមីងថនទទួលបានប្រាក់សរុប

$15000000៛ + 4500000៛ = 19500000$ ៛

ខ. ចំនួនប្រាក់សរុប = 18 000 000៛

ប្រាក់ដើម P = 15 000 000៛

ការប្រាក់ I = 18 000 000៛ − 15 000 000៛ = 3 000 000៛

រយៈពេល T = 2 ឆ្នាំ

តាមរូបមន្ត $I = \frac{PRT}{100}$ នោះ $R = \frac{100I}{PT}$

$$R = \frac{100 \times 3000000៛}{15000000 \times 2} = 10 \ \%$$

ដូចនេះមីងថននឹងត្រូវបានទទួលអត្រាការប្រាក់ពីមីសាន 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

ប្រតិបត្តិ : ចិកទ្រីបានចងការប្រាក់ 24 000 000៛ពីធនាគារមួយដោយមានអត្រាការប្រាក់ 16% ក្នុងមួយឆ្នាំសម្រាប់រយៈពេល 4 ឆ្នាំ ។ ចិកទ្រីបានបង់ការប្រាក់ឱ្យធនាគារជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

ក. តើការប្រាក់ដែលត្រូវសងធានាគារទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាន ?

ខ. តើចំនួនប្រាក់សរុបដែលចិកទ្រីនឹងត្រូវសងធនាគារវិញមានចំនួនប៉ុន្មាននៅពេលគ្រប់ 4ឆ្នាំ ?

2.៦. ការប្រាក់សមាស

ឧទាហរណ៍ : មីងសៅបានដាក់ប្រាក់ 8 000 000៛ក្នុងគណនីសន្សំនៅក្នុងធនាគារមួយ សម្រាប់រយៈពេល 2ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់ 15% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ការប្រាក់ដែលផ្ដល់ឱ្យគាត់នោះត្រូវបានគិតដូចខាងក្រោម

- ឆ្នាំទី 1 : P = 8 000 000៛ , R = 15 , T = 1ឆ្នាំ

$$I = \frac{8000000\text{៛} \times 15}{100} = 1200000\text{៛}$$

- ឆ្នាំទី 2 : P = 8 000 000៛ +1 200 000៛ = 9 200 000៛ , R = 15 , T = 1ឆ្នាំ

$$I = \frac{9200000\text{៛} \times 15}{100} = 1380000\text{៛} ។$$

ការប្រាក់សរុបសម្រាប់រយៈពេល 2ឆ្នាំ = 1 200 000៛ + 1 380 000៛ = 2 580 000៛

ក្នុងការគិតខាងលើនេះ ការប្រាក់ 1 200 000៛ ដែលផ្ដល់ឱ្យគាត់នៅដំណាច់ឆ្នាំទី 1 ត្រូវបានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើម 8 000 000៛ ។ បានចំនួនប្រាក់សរុប 9 200 000៛ក្លាយទៅជាប្រាក់ដើមសម្រាប់គិតការប្រាក់នៅដំណាច់ឆ្នាំទី 2 ។

ការប្រាក់សរុប 2 580 000៛ ហៅថាការប្រាក់សមាស ហើយប្រាក់ដើម 8 000 000៛ ដែលដាក់នៅក្នុងធនាគារត្រូវបានបូកបន្ថែមនឹងការប្រាក់សមាសជារៀងរាល់ឆ្នាំសម្រាប់គិតការប្រាក់នៅឆ្នាំបន្តបន្ទាប់ ។

> *ការប្រាក់សមាស :* រាល់ដំណាច់ឆ្នាំ គេបន្ថែមលើប្រាក់ដើមនូវការប្រាក់កន្លងទៅ គេក៏បានប្រាក់ដើមថ្មី ហើយឆ្នាំក្រោយគេគិតការប្រាក់លើប្រាក់ដើមថ្មីនេះដោយអត្រាដដែល ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ទ្រាចាន់បានចងការប្រាក់ 3 000 000៛ឱ្យមីងស្រីសម្រាប់រយៈពេល 3ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 20% ។ ចូររកការប្រាក់សមាសដែលទ្រាចាន់ទទួលបាន ។

ចម្លើយ : ឆ្នាំទីមួយ : $P = 3000000$៛ , $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

$$I = 3000000\text{៛} \times 20 \times \frac{1}{100} = 600000\text{៛} ។$$

ដោយនៅដំណាច់ឆ្នាំទីមួយប្រាក់ដើមគឺ 3000000៛ + 600000៛ = 3600000៛ ។

ឆ្នាំទីពីរ : $P = 3600000$៛ , $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

$$I = 3600000 ៛ \times 20 \times \frac{1}{100} = 720000 ៛$$

ដោយនៅដំណាច់ឆ្នាំទីពីរប្រាក់ដើមគឺ $3600000 ៛ + 720000 ៛ = 4320000 ៛$

ឆ្នាំទីបី : $P = 4320000 ៛$, $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

$$I = 4320000 ៛ \times 20 \times \frac{1}{100} = 864000 ៛$$

ដោយនៅដំណាក់ឆ្នាំទីបីការប្រាក់សមាសគឺ $600000 ៛ + 720000 ៛ + 864000 ៛ = 2184000 ៛$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់ 7500000 ៛ សម្រាប់រយៈពេល 1 ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 16% បានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆមាស ។

ចម្លើយ :

ឆមាសទីមួយ $P = 7\ 500\ 000 ៛$, $R = 16$, $T = 6$ ខែ $= \frac{1}{2}$ ឆ្នាំ

$$I = 7500000 ៛ \times \frac{16}{100} \times \frac{1}{2} = 600000 ៛ ។$$

ឆមាសទីពីរ : $P = 7500000 ៛ + 600000 ៛ = 8100000 ៛$

$R = 16$, $T = 6$ ខែ $= \frac{1}{2}$ ឆ្នាំ

$$I = 8100000 ៛ \times \frac{16}{100} \times \frac{1}{2} = 648000 ៛ ។$$

ដូចនេះ ការប្រាក់សរុប $= 600\ 000 ៛ + 648\ 000 ៛ = 1\ 248\ 000 ៛$ ។

ប្រតិបត្តិ : រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់ 2 700 000 ៛ សម្រាប់រយៈពេល 2 ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 20% បានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆ្នាំ ។

2.7. ការទិញបណ្តាក់

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាការផ្សាយពាណិជ្ជកម្មសម្រាប់លក់កុំព្យូទ័រមួយគ្រឿង

ចំពោះថ្លៃលក់ : 9 000 000 ៛

ប្រាក់កក់ 2 000 000 ៛

អត្រាការប្រាក់នៅជំពាក់ 14% សម្រាប់ 2 ឆ្នាំ

បន្ទាប់ពីបង់ប្រាក់កក់ 2 000 000 ៛ អ្នកអាចយកកុំព្យូទ័រនេះបាន ។ ម្យ៉ាងទៀតអ្នកមិនទាន់ជាម្ចាស់នៃកុំព្យូទ័រនេះទេ ។ អ្នកគ្រាន់តែជាអ្នកជួលប៉ុណ្ណោះ ។ ម្ចាស់កុំព្យូទ័រនឹងត្រូវផ្ទេរកម្មសិទ្ធិជូនអ្នក

បន្ទាប់ពីអ្នកបានសងប្រាក់នៅជំពាក់ 7 000 000៛ បូកនឹងការប្រាក់លើប្រាក់ 7 000 000៛ សម្រាប់រយៈពេល 2ឆ្នាំដោយអត្រា 14% ដោយការសងប្រាក់ប្រចាំខែស្មើៗគ្នាក្នុងរយៈពេល 24 ខែ ។ ការទិញទំនិញតាមវិធីនេះហៅថាជំនួញការទិញបណ្ដាក់ ។ ការសងប្រាក់ប្រចាំខែនីមួយៗ ត្រូវតែដឹងប្រាក់សងរំលួស ។

ការប្រាក់ខាងលើគឺ $\frac{7000000៛ \times 14 \times 2}{100} = 1960000៛$

ចំនួនប្រាក់សរុបដែលត្រូវសង 7 000 000៛ + 1 960 000៛ = 8 960 000៛

ដូចនេះប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែនីមួយៗ $\frac{8960000៛}{24} = 373333.33៛$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវមួយគ្រឿងថ្លៃ 1 350 000៛ ។ គេទិញបណ្ដាក់ដែលមានប្រាក់កក់ 15% អត្រាការប្រាក់ជំពាក់ $10\frac{2}{3}$ % ក្នុងមួយឆ្នាំសម្រាប់ 2ឆ្នាំ ។ ការសងប្រាក់ត្រូវសងរំលួសប្រចាំខែ ។ ចូររក :

ក. ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ ។

ខ. ថ្លៃទិញបណ្ដាក់ទាំងអស់នៃម៉ាស៊ីនបោកខោអាវ ។

គ. ភាគរយនៃប្រាក់ដែលសន្សំបាន បើមេផ្ទះម្នាក់ទិញម៉ាស៊ីនបោកខោអាវនោះដោយសងប្រាក់ 1 350 000៛ ភ្លាមៗ ។

ចម្លើយ : ប្រាក់កក់ $= \frac{15}{100} \times 135000៛ = 202500៛$

ចំនួនប្រាក់នៅសល់ $= 1350000៛ - 202500៛ = 1147500៛$

ការប្រាក់លើប្រាក់ 1 147 500៛ សម្រាប់ 2ឆ្នាំ $= 1147500៛ \times \frac{32}{3} \times \frac{1}{100} \times 2 = 242800៛$

ចំនួនប្រាក់បន្ថែមសម្រាប់សងរំលួសក្នុង 24 ខែ $= 1147500៛ + 244800៛ = 1392300៛$ ។

ក. ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ $= 1392300៛ \div 24 = 58095.8៛ \approx 58096៛$ ។

ខ. ថ្លៃទិញបណ្ដាក់ទាំងអស់ = ប្រាក់កក់ + ចំនួនប្រាក់បន្ថែម

$= 202500៛ + 1392300៛ = 1594800៛$ ។

គ. តាមការព្រមព្រៀងការទិញបណ្ដាក់ ចំនួនប្រាក់បន្ថែមដែលមេផ្ទះនឹងត្រូវចំណាយគឺ

$1594800៛ - 1350000៛ = 244800៛$

ភាគរយនៃប្រាក់ដែលគាត់អាចសន្សំបាននៅពេលសងប្រាក់ភ្លាមៗ

$\frac{242800}{1350000} \times 100\ \% = 18\frac{2}{15}\ \%$ ។

ប្រតិបត្តិ : រកចំនួនប្រាក់បន្ថែមដែលអ្នកត្រូវចំណាយតាមការទិញបណ្ដាក់និងបង្ហាញចំនួនប្រាក់បន្ថែមជាភាគរយនៃតម្លៃទិញមិនបណ្ដាក់នីមួយៗដូចខាងក្រោម :

	តម្លៃទិញមិនបណ្ដាក់	ការព្រមព្រៀងគ្នាទិញបណ្ដាក់		
		ប្រាក់កក់	ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ	ចំនួនខែនៃការសងរំលួស
ក.	1 080 000៛	150 000៛	120 000៛	10
ខ.	2 700 000៛	450 000៛	225 000៛	12

លំហាត់

1. ចូររកតម្លៃ x ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម

ក. $4:7 = x:5$ ខ. $x:8 = 99:5$ គ. $1km : 32m = 250g : xg$ ។

2. ក. គេឱ្យ $a:b = 5:18$ និង $a+b = 138$ ចូររកតម្លៃនៃ b ។

ខ. គេឱ្យ $x:y = 3:5$ និង $x+y = 200$ ចូររកតម្លៃនៃ x ។

3. បើ a , b , c និង d ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។ បង្ហាញលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ដូចខាងក្រោម

ក. $ad = bc$ ខ. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ គ. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ ឃ. $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

ង. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ច. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ឆ. បើ $c \neq d$ នោះ $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a}{c}$

ជ. បើ $a \neq b$ និង $c \neq d$ នោះ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-b}$

4. គេឱ្យ $a:b:c = 6:7:9$

ក. រកតម្លៃនៃ a និង c បើ $b = 21cm$

ខ. រកតម្លៃនៃ a និង b បើ $c = 720g$

5. ក. គេឱ្យ $a:b:c = 7:13:20$ និង $a+b+c = 520$៛ ។ ចូររកតម្លៃនៃ a , b និង c ។

ខ. គេឱ្យ $x:y:z = 6:8:15$ និង $z-y = 98g$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ x , y និង z ។

គ. គេឱ្យ $a:b:c = 4:6:9$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ $a+b+c$ បើ $b-a = 34m$ ។

6. ចូររកតម្លៃនៃ

ក. សៀវភៅសរសេរ 12 ក្បាល បើសៀវភៅសរសេរ 6 ក្បាលថ្លៃ 4800៛ ដោយដឹងថាសៀវភៅសរសេរនីមួយៗមានតម្លៃដូចគ្នា ។

ខ. តែ $10kg$ បើតែ $3kg$ ថ្លៃ 45 000៛ ។

គ. ស្ករស $x\,kg$ បើស្ករស ykg ថ្លៃ z រៀល ។

7. $\frac{5}{9}$ នៃកំណាត់មួយដុំមានប្រវែង $7m$ ។ តើ $\frac{2}{7}$ នៃកំណាត់មួយដុំនេះមានប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

8. នៅក្នុងរោងចក្រមួយ កម្មករ 25 នាក់ធ្វើការ 26 ម៉ោងអាចផលិតស្បែកជើងបាន 1300 គូ ។ តើកម្មករដដែលនេះត្រូវធ្វើការប៉ុន្មានម៉ោងនឹងអាចផលិតបានស្បែកជើង 450 គូ ?

9. កម្មការិនី 12 នាក់ធ្វើការ 7 ម៉ោងក្នុងមួយថ្ងៃអាចបញ្ចប់ការងារមួយក្នុងរយៈពេល 8 ថ្ងៃ ។ តើកម្មការិនី 16 នាក់ត្រូវការប៉ុន្មានម៉ោងក្នុងមួយថ្ងៃ ដើម្បីបញ្ចប់ការងារដដែលនេះក្នុងរយៈពេល 16 ថ្ងៃ ?

10. គេដឹងថាប្រេងសាំងមានតម្លៃ 3 750៛ ក្នុងមួយលីត្រ ហើយចាក់ឱ្យពេញធុងមួយអស់ប្រាក់ 112 500៛ ។ បើនៅពេលឥឡូវនេះប្រេងសាំងត្រូវបានដំឡើងថ្លៃ 210៛ ក្នុងមួយលីត្រ ។ ចូរគណនាតម្លៃប្រេងសាំងចាក់ពេញធុងនៅពេលឥឡូវនេះ ។

11. មីងសាន្តបានចែកប្រាក់ឱ្យកូនបីនាក់ A , B និង C មានអាយុ 14ឆ្នាំ 16ឆ្នាំនិង 18ឆ្នាំរៀងគ្នា ។ ដោយដឹងថាចំណែកម្នាក់ៗសមាមាត្រនឹងអាយុរបស់ពួកគេហើយចំណែក A ទទួលបាន 105000៛ ។ គណនាចំនួនប្រាក់សរុបដែលគាត់បានចែកនិងចំណែក B និង C ដែលម្នាក់ៗទទួលបាន ។

12. ពូឡោះបានចែកប្រាក់មួយចំនួនឱ្យកូនរបស់គាត់បីនាក់ X , Y និង Z តាមផលធៀប $7:5:4$ ។ បើ X ទទួលបានច្រើនជាង Y ចំនួន 3200$ ។ តើប្រាក់ទាំងអស់ដែលពូឡោះបានចែកឱ្យកូនរបស់គាត់មានចំនួនប៉ុន្មានដុល្លា ?

13. អ្នកចំការម្នាក់មានចំការមួយរាងការេនិងចំការពីរទៀតរាងចតុកោណកែង ដោយផ្ទៃក្រឡាចំការសមាមាត្ររៀងគ្នានឹង 12 49 និង 28 ។

ក. ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃចំការទាំងបីមាន 2 ហិចតា 67 អា ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចំការនីមួយៗ ។

ខ. រកប្រវែងជ្រុងនៃចំការទី 1 រាងការេ ។ (1 ហិចតា = 100 អា)

គ. បណ្ដោយនៃចំការទី 2 មានប្រវែងស្មើនឹង 3 ដងប្រវែងទទឹង ។ ចូររកវិមាត្រទាំងពីរនៃចំការនេះ ។

ឃ. វិមាត្រនៃចំការទីបីគឺសមាមាត្រនឹង 7 នឹង 3 ។ ចូររកវិមាត្រទាំងពីរនៃចំការនេះ ។

14. ក. បណ្ណាល័យនៅក្នុងសាលារៀនមួយ មានសៀវភៅអាន 28% ជាសៀវភៅប្រលោមលោកនិងសៀវភៅនៅសល់ពីនេះមិនមែន ជាសៀវភៅប្រលោមលោក ។ គេដឹងថាសៀវភៅមិនមែនជា

សៀវភៅប្រលោមលោកមាន 1980 ក្បាល ច្រើនជាងសៀវភៅប្រលោមលោក ។ រកចំនួនសៀវភៅអានប្រភេទនីមួយៗនិងចំនួនសៀវភៅអានទាំងអស់នៅក្នុងបណ្ណាល័យ ។

ខ. បណ្ណាល័យបានសម្រេចចិត្តបង្កើនចំនួនសៀវភៅមិនមែនជាប្រលោមលោក $7\frac{1}{2}$ % ដោយមានតម្លៃមធ្យម 7500 ៛ ក្នុងមួយក្បាលនិងចំនួនសៀវភៅប្រលោមលោក 5% ដោយមានតម្លៃ 2250 ៛ ក្នុងមួយក្បាល ។ ចូរគណនា

(i) តម្លៃទាំងអស់នៃសៀវភៅថ្មី

(ii) ភាគរយកើនចំនួនសៀវភៅអានទាំងអស់ក្នុងបណ្ណាល័យ ។

15. លោកសុង លោកចេន និងលោកស្រីភី ធ្វើវិនិយោគ 800 000$, 900 000$ និង 1 100 000$ រៀងគ្នានៅក្នុងជំនួញ ។ នៅក្នុងឆ្នាំពិសេសមួយ គេរកប្រាក់ចំណេញបាន 250 000$ ហើយចំណាយអស់ 20% នៃប្រាក់ចំណេញ ។ លោកសុងចាប់ផ្ដើមជាអ្នកគ្រប់គ្រងប្រាក់ 16% នៃប្រាក់ចំណេញនៅសល់ពីចំណាយ ហើយប្រាក់នៅសល់ត្រូវបានចែកជាបីចំណែកដែលសមាមាត្រនឹងដើមទុនដាក់ធ្វើវិនិយោគរបស់ពួកគេ ។ រកប្រាក់ចំណេញដែលម្នាក់ៗទទួលបាន ។

16. មីងជួនផ្ញើរប្រាក់មួយចំនួននៅក្នុងធនាគារមួយ ។ បើអត្រាការប្រាក់នៃធនាគារនោះថយចុះពី 15% ក្នុងមួយឆ្នាំទៅ 13% ក្នុងមួយឆ្នាំ ការប្រាក់របស់មីងជួនថយចុះ 200 000 ៛ ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ រកប្រាក់ដើមដែលគាត់បានផ្ញើនៅក្នុងធនាគារនោះ ។

17. រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់

ក. 1 800 000 ៛ សម្រាប់ 2 ឆ្នាំដោយអត្រា 10% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

ខ. 2 800 000 ៛ សម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយអត្រា 11% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

18. ពូស្រៀនបានចងការប្រាក់ឱ្យគេចំនួន 20 000 000 ៛ ជាការប្រាក់សមាសដោយអត្រា 15% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆ្នាំ ។ ចូររកចំនួនប្រាក់សរុបនៅដំណាច់ឆ្នាំទី 3 ។

19. ពូគាបានទិញម៉ាស៊ីនត្រជាក់មួយគ្រឿងថ្លៃ 2 700 000 ៛ ។ គាត់បង់ប្រាក់ 20% ហើយប្រាក់នៅជំពាក់ មិនទាន់សងថែមការប្រាក់ក្នុងរយៈពេល 48 ខែ ។ ការប្រាក់លើប្រាក់ដែលនៅជំពាក់ ត្រូវបានយកដោយអត្រា 10% ។

ក. រកតម្លៃនៃការសងរំលួសប្រចាំខែរបស់គាត់ ។

ខ. រកចំនួនប្រាក់ដែលគាត់សន្សំបានដោយការទិញមិនបណ្ដាក់ ។

មេរៀនទី

4 រង្វាស់រង្វាល់

វត្ថុបំណង

- ❑ គណនាផ្ទៃក្រឡានិងមាឌដែលមានវិមាត្រតូច
- ❑ គណនាម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា និងម៉ាសធៀបនឹងមាឌ
- ❑ គណនាល្បឿនមធ្យម ។

1. ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌ

ខ្នាតនៃរង្វាស់ប្រវែងដែលគេនិយមប្រើគឺ mm , cm , dm , m , dam , hm , km ។

ក្នុងជីវភាពរស់នៅសម្ភារៈប្រើប្រាស់ដែលមានវិមាត្រតូចៗ ដូចជា

- មុខកាត់ខ្សែរភ្លើងរាងស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង $1mm$, $2mm$, ... ។
- មុខកាត់នៃសសៃដែកសម្រាប់សាងសង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង $6mm$, $8mm$, $10mm$... ។

ប៉ុន្តែក្នុងការគណនាផ្ទៃក្រឡានិងមាឌ គេគិតជា m^2 និងជា m^3 វិញ ។

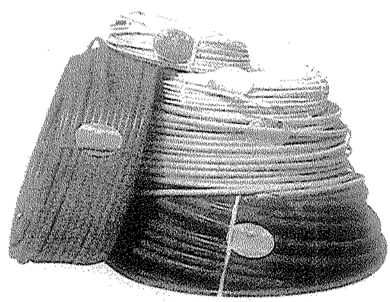
ក្នុងករណីនេះគេអាចសរសេរ :

$$1mm = 0.001m = 10^{-3}m$$

$$1cm = 0.01m = 10^{-2}m$$

$$1dm = 0.1m = 10^{-1}m \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ខ្សែរភ្លើងមានរាងស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង $2mm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់វាគិតជា m^2 ។ ($\pi = 3.14$)



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ខ្សែភ្លើង

$$S = \pi \times \frac{d^2}{4}$$

ដោយ $d = 2mm = 2 \times 10^{-3}m$

$$d^2 = 2mm = 4 \times 10^{-6}m^2$$

$$S = \pi \times \frac{4\times 10^{-6}}{4} m^2$$

$$= 3.14 \times \frac{4\times 10^{-6}}{4} m^2$$

$$= 3.14 \times 10^{-6} m^2$$

$$= 314 \times 10^{-8} m^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ខ្សែភ្លើង $S = 314 \times 10^{-8} m^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាអង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង ដោយដឹងថាវាមានផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ស្មើនឹង $\frac{\pi}{4} \times 10^{-6} m^2$ ។

ចម្លើយ : អង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង

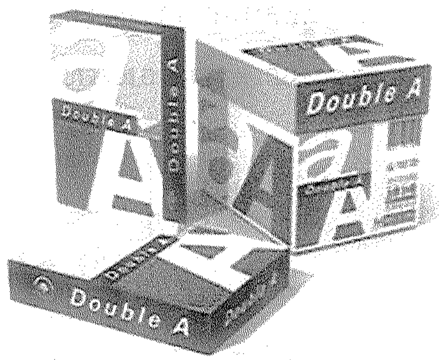
$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \text{ឬ} \quad d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} \quad \begin{cases} S \text{ គិតជា } m^2 \\ d \text{ គិតជា } m \end{cases}$$

$$S = \frac{\pi \times 10^{-6}}{4} \quad \text{ឬ} \quad d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times \frac{\pi \times 10^{-6}}{4}} = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

ដូចនេះ អង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង $d = 10^{-3} m$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាមាឌរបស់ខ្សែភ្លើងដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $2cm$ ហើយមានប្រវែង $200m$ ។

2. ម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា



ចំពោះម៉ាសនៃវត្ថុស្រាលៗគេតែងធៀបម៉ាសវាទៅនឹងផ្ទៃក្រឡា ។

ឧទាហរណ៍ : ចំពោះម៉ាសក្រដាសរ៉ាមបើគេចង់ដឹងកម្រាស់វា មានន័យថា គេចង់ដឹងថាក្រដាសនោះមានម៉ាសប៉ុន្មានក្នុងផ្ទៃក្រឡា $1m^2$? ប្រភេទក្រដាសដែលយើងប្រើសព្វថ្ងៃមានកម្រាស់ច្រើនប្រភេទ ។

ចំពោះសៀវភៅក្រាសគេប្រើក្រដាសប្រភេទ $50g/m^2$ មានន័យថាក្នុង $1m^2$ ក្រដាសមានម៉ាស $50g$ ។

ចំពោះសៀវភៅស្តើងគេច្រើនប្រើក្រដាស $80g/m^2$ ។

ចំពោះក្របសៀវភៅគេច្រើនប្រើក្រដាស $200g/m^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្រដាសមួយរ៉ាមចំនួន 500 សន្លឹក ជាក្រដាសដែលមានខ្នាត $210mm \times 297mm$ និងម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $80g/m^2$ ។ ចូរគណនាម៉ាសក្រដាសនោះ ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាគិតជា m^2 ហើយម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡាគិតជា kg/m^2 ។

S ជាផ្ទៃក្រឡា d ជាម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា និង m ជាម៉ាសនៃក្រដាសមួយសន្លឹក

$$m = S \times d$$

$$S = 210mm \times 297mm$$

$$= 210 \times 10^{-3} m \times 297 \times 10^{-3} m$$

$$= 62370 \times 10^{-6} m^2$$

$$d = 80g/m^2 = 80 \times 10^{-3} kg/m^2$$

$$m = 62\ 370 \times 10^{-6} \times 80 \times 10^{-3}$$

$$= 49\ 896 \times 10^{-7}$$

ម៉ាសក្រដាសមួយរ៉ាម $500 \times 49\ 896 \times 10^{-7}$

$$= 49\ 896 \times 10^{-4} kg$$

$$m \approx 2.5kg$$

ដូចនេះ ក្រដាសមួយរ៉ាមមានម៉ាស $m \approx 2.5kg$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេទិញក្រដាសខ្នាតធំដែលមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $70g/m^2$ មកកាត់ជាក្រដាសរ៉ាមខ្នាត $210mm \times 297mm$ គេត្រូវខាតបង់ចំនៀរក្រដាសអស់ 4% ។ ដើម្បីបានក្រដាសមួយរ៉ាមគេត្រូវប្រើអស់ក្រដាសប៉ុន្មាន kg ?

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រលាក្រដាសមួយសន្លឹក

$$S = 210mm \times 297mm$$

$$= 210 \times 10^{-3} m \times 297 \times 10^{-3} m$$

$$= 62370 \times 10^{-6} m^2$$

ផ្ទៃនៃក្រដាសមួយរ៉ាម

$$500 \times 62370 \times 10^{-6} m^2$$

$$= 31185 \times 10^{-3} m^2$$

ផ្ទៃដែលត្រូវខាត 4%

$$31185 \times 10^{-3} m^2 \times \frac{4}{100} = 1247 \times 10^{-3} m^2$$

ផ្ទៃក្រដាសសរុប ដើម្បីកាត់បានក្រដាសមួយរ៉ាម

$31185\times10^{-3}m^2+1247\times10^{-3}m^2 = 32432\times10^{-3}m^2$

ម៉ាសក្រដាសសរុប ដើម្បីកាត់បានក្រដាសមួយរ៉ាម

$70\times10^{-3}\times32432\times10^{-3} = 2270240\times10^{-6}kg$

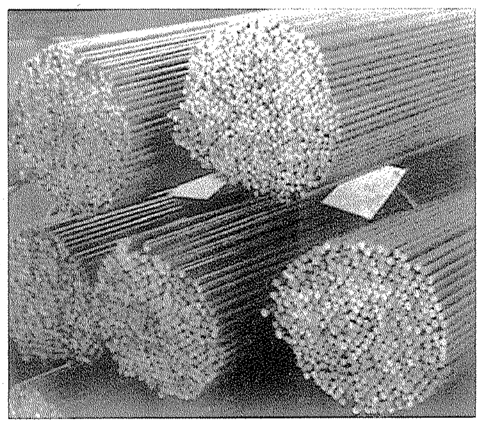
$$m\approx 2.3kg$$

ដូចនេះ ដើម្បីបានក្រដាសមួយរ៉ាមគេត្រូវការក្រដាស $m\approx 2.3kg$ ។

ប្រតិបត្តិ : សិប្បកម្មខ្នាតតូចមួយបានទិញក្រដាសខ្នាតធំដែលមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $80g/m^2$ ដើម្បីមកកាត់ជាក្រដាសរ៉ាមខ្នាត $210mm\times297mm$ នៅពេលកាត់គេត្រូវខាតអស់ចំនៀរ 4% ។ ដើម្បីបានក្រដាស 95 340 រ៉ាម តើគេត្រូវប្រើអស់ក្រដាសប៉ុន្មាន kg ?

3. ម៉ាសធៀបនិងមាឌ

ចំពោះវត្ថុដែលធ្ងន់ដូចជាលោហធាតុគេច្រើនគិតម៉ាសវាធៀបទៅនឹងមាឌហៅថា **ម៉ាសមាឌ** ។



ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាម៉ាសមាឌនៃលោហធាតុមួយចំនួនដូចជា

- ដែក $7.874g/cm^3$
- ស្ពាន់ $8.94g/cm^3$
- មាស $19.3g/cm^3$
- ប្រាក់ $10.49g/cm^3$

គេអាចប្តូរម៉ាសមាឌខាងលើជា kg/m^3 ។

សំគាល់ : តែនៅក្នុងភាសានិយាយដែក ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $6mm$ គេហៅថា ដែក 6 លី ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេផលិតដែកមួយដើមមានប្រវែង $12m$ ។ គណនាម៉ាសនៃដែកប្រភេទ 10 លី 12 លី និង 14 លី បើម៉ាសមាឌដែក $\mu = 7.874g/m^3$ ។ $(\pi = 3.14)$

ចម្លើយ :

- ចំពោះដែក 10 លីមួយដើម

$$m_{10} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ដោយ $d = 10mm = 10\times10^{-3}m \quad d^2 = 100\times10^{-6}m^2$

$$\mu = \frac{7.874\times10^{-3}}{(10^{-2})^3}kg/m^2 = 7874kg/m^3$$

$$m_{10} = 3.14\times\frac{100\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 7.4173kg$$

$$m_{10}\approx 7.4kg$$

ដូចនេះ ដែក 10 លីមួយដើមមានម៉ាស $7.4kg$ ។

- ចំពោះដែក 12 លី

$$m_{12} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ដោយ $d = 12mm = 12\times10^{-3}m \quad d^2 = 144\times10^{-6}m^2$

$$m_{12} = 3.14\times\frac{144\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 10.680kg$$

$$m_{12}\approx 10.7kg$$

ដូចនេះ ដែក 12 លីមួយដើមមានម៉ាស $10.7kg$ ។

- ចំពោះដែក 14 លី

$$m_{14} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ដោយ $d = 14mm = 14\times10^{-3}m$ នាំឱ្យ $d^2 = 196\times10^{-6}m^2$

$$m_{14} = 3.14\times\frac{196\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 14.537kg$$

$$m_{14}\approx 14.6kg$$

ដូចនេះ ដែក 14 លីមួយដើមមានម៉ាស $14.6kg$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាមាឌដែកគិតជា m^3 ដោយដឹងថា ដែក 12 លីមួយដើមមានប្រវែង $12m$ ។ $\pi = 3.14$

ចម្លើយ : មាឌដែកគិតជា m^3

S ជាផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់

l ជាប្រវែងសសៃដែក

V ជាមាឌដែក

$$V = S \times l = \frac{\pi \ d^2}{4} l \qquad \begin{cases} l \text{ គិតជា } m \\ d \text{ គិតជា } m \\ V \text{ គិតជា } m^3 \end{cases}$$

$$V = \frac{3.14 \times 144 \times 10^{-6}}{4} \times 12$$

$$V \approx 1355 \times 10^{-6} m^3$$

ដូចនេះ មាឌដែក $V \approx 1355 \times 10^{-6} m^3$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខគាត់ទិញដែក 6 លីចំនួន 200 ដើម និងដែក 10 លីចំនួន 20 ដើមដែលក្នុងមួយដើមៗមានប្រវែង $12m$ ។ គេដឹងថាដែកមួយគីឡូក្រាមថ្លៃ 2 800៛ គណនាប្រាក់ដែលពូសុខទិញដែកទាំងពីរមុខនោះ ។ ($\mu = 7.874 \ g/m^3$)

4. ល្បឿនមធ្យម

យើងធ្លាប់បានស្គាល់ល្បឿនមធ្យមនៃមធ្យោបាយធ្វើដំណើរមួយចំនួនរួចមកហើយដូចជា

- ល្បឿនម៉ូតូ $40km/h$
- ល្បឿនរថយន្ត $80km/h$
- ល្បឿនយន្តហោះ $800km/h$ ។

ល្បឿនដែលបានរៀបរាប់ខាងលើគិតជា km/h ។ ក៏ប៉ុន្តែនៅក្នុងផ្នែករូបវិទ្យាគេប្រើឯកតាល្បឿនជា m/s វិញដូចជា

- ល្បឿននៃសម្លេង $343m/s$
- ល្បឿននៃខ្យល់បក់ខ្លាំង $100m/s$
- ល្បឿននៃខ្យល់បក់មធ្យម $6m/s$

ដោយខ្យល់មានល្បឿនដូច្នេះហើយ ទើបគេអាចយកវាមកប្រើបក់កង្ហារឌីណាម៉ូ ដើម្បីបម្លែងជាថាមពលអគ្គិសនីសម្រាប់ប្រើប្រាស់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ទោចក្រយានយន្តមួយរត់បាន $108km$ ក្នុងរយៈពេល $2h\ 15mn$ ។ រកល្បឿនមធ្យមនៃទោចក្រយានយន្តនោះ ។

$$2h\ 15mn = \left(2+\frac{1}{4}\right)h$$

$$= \frac{9}{4}h$$

ល្បឿនមធ្យម $108 \div \frac{9}{4} = 48km/h$

> ***រូបមន្ត :*** ល្បឿនមធ្យម = ចម្ងាយចរ ÷ រយៈពេល
> បើ d ជាចម្ងាយចរ v ជាល្បឿនមធ្យម ហើយ t ជារយៈពេល យើងបានរូបមន្ត $v = \frac{d}{t}$ ។

លំហាត់គំរូ : គេបាញ់កាំភ្លើងធំដើម្បីប្រារព្ធពិធីបុណ្យនៅទីក្រុង A ដោយណាត់គ្នាបាញ់នៅម៉ោង 0 កណ្ដាលយប់ ។ បន្ទាប់ពីការបាញ់ $1mn$ ក្រោយមកទើបប្រជាជននៅទីក្រុង B បានឮសម្លេងបាញ់ ។ រកចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B ដោយដឹងថាល្បឿនសម្លេង $343m/s$ ។

ចម្លើយ :

រកចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B

តាង x ជាចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B

v ជាល្បឿនសម្លេង

t ជាល្បឿនសម្លេងរត់ពីទីក្រុង A មកទីក្រុង B

$$x = vt$$

$$x = 343m/s \times 1mn$$

$$= 343m/s \times 60s$$

$$= 20580m$$

$$x \approx 2.06km$$

ដូចនេះ ចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B គឺ $x = 2.06km$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពពកកើតមានមកពីរំហួតទឹកសមុទ្រ ។ ឥឡូវនេះគេដឹងថាមានពពកមួយផ្ទាំងធំកំពុងតែរសាត់ពីសមុទ្រនៃខេត្តព្រះសីហនុ មកកាន់រាជធានីភ្នំពេញដែលមានចម្ងាយប្រមាណ $230km$ ហើយខ្យល់មានល្បឿន $6m/s$ ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោងទៀតទើបនៅរាជធានីភ្នំពេញសង្ឃឹមថានឹងមានភ្លៀង ?

លំហាត់

1. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមុខកាត់ស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតគិតជា m^2

   ក. $1.5mm$ ខ. $2.5mm$ គ. $0.2mm$ ឃ. $0.03mm$ ង. $0.004mm$ ។

2. គណនាមាឌនៃសរសៃដែកដែលមានអង្កត់ផ្ចិត(d) និងប្រវែង(l) ខាងក្រោម

   ក. $d = 6mm$ និង $l = 12m$ ខ. $d = 16mm$ និង $l = 12m$

   គ. $d = 18mm$ និង $l = 12m$ ឃ. $d = 24mm$ និង $l = 12m$

   ង. $d = 16mm$ និង $l = 14m$ ច. $d = 12mm$ និង $l = 12m$

   ឆ. $d = 24mm$ និង $l = 10m$ ជ. $d = 7mm$ និង $l = 9m$ ។

3. ឈើជ្រុងមួយដើមមានមុខកាត់ $4cm \times 8cm$ និងប្រវែង $4.5m$ ។ បើគេទិញឈើនោះចំនួន 50 ដើម តើត្រូវចំណាយប្រាក់អស់ប៉ុន្មាន បើឈើមួយម៉ែត្រគូបថ្លៃ 1 200 000៛ ?

4. គេដឹងថាដែក 10 លីមួយដើមមានម៉ាស $7.4kg$ ។ ចូររកម៉ាសនៃដែក 16 លីវិញ ។

5. សៀវភៅសរសេរមួយក្បាលមាន 100 ទំព័រ ហើយមានខ្នាត $148mm \times 210mm$ ។ គេប្រើក្រដាសមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $70g/m^2$ ដើម្បីធ្វើសាច់ក្នុង ហើយក្រដាសមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $150g/m^2$ ដើម្បីធ្វើក្របសៀវភៅ ។

   ក. គេផលិតសៀវភៅនេះចំនួន 10 000 ក្បាល តើគេត្រូវការក្រដាសសរុបមានទម្ងន់ប៉ុន្មាន kg ? បើក្នុងការផលិតគេខាតចំនៀអស់ 4% ។

   ខ. បើក្រដាស់ $1kg$ ថ្លៃ 4 800៛ រកប្រាក់ដើមថ្លៃនៃសៀវភៅមួយក្បាល ។

6. ខ្សែភ្លើងមួយដុំមានប្រវែង $100m$ មានមុខកាត់ $2\frac{1}{2}mm$ ។ គណនាម៉ាសនៃខ្សែភ្លើងនេះដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃស្ពាន់ខ្សែភ្លើង $\mu = 8.94g/cm^3$ ។ គេមិនគិតពីម៉ាសជ័រដែលរុំស្រោបខ្សែភ្លើងនោះទេ ។

7. នៅថ្ងៃអាទិត្យ វិបុលបានជិះកង់ពីក្រុងតាខ្មៅទៅលេងរមណីដ្ឋានទន្លេបាទីដែលមានចម្ងាយ $26km$ ក្នុងរយៈពេល $41mn$ $52s$ ។ រកល្បឿនមធ្យមក្នុងមួយម៉ោង ។

8. ផ្ទះរតនានៅចម្ងាយ $800m$ ពីសាលារៀន ។ វាដើរដោយល្បឿនមធ្យម $5km/h$ ។ តើរតនាត្រូវចេញពីផ្ទះនៅម៉ោងប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យទៅដល់សាលារៀន $15mn$ មុនពេលចូលរៀនម៉ោង $7h$ $00mn$ ។

9. នៅម៉ោង 7 : 00 សុខាបានជិះរថភ្លើងចេញពីខេត្តបាត់ដំបងមកភ្នំពេញដែលមានចម្ងាយផ្លូវ $291km$ ដោយមានល្បឿនមធ្យម $60km/h$ ហើយមករា ជិះម៉ូតូចេញភ្នំពេញមកខេត្តបាត់ដំបងដែលមានល្បឿនមធ្យម $40km/h$ ។ តើអ្នកទាំងពីរជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ?

5 កន្សោមពីជគណិត

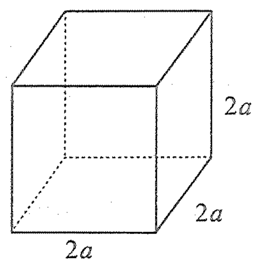
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់សញ្ញាណឯកធានិងពហុធា
- ❑ ដាក់ជាផលគុណកត្តាចំពោះកន្សោមដែលមានកត្តារួម
- ❑ ធ្វើប្រមាណវិធីទាំង 4 លើឯកធានិងពហុធា
- ❑ ដាក់កន្សោមដឺក្រេទីពីរនិងទីបីជាផលគុណកត្តា ។

1. ឯកធា

1.1. សញ្ញាណឯកធា

ឧទាហរណ៍ : គូបមួយមានទ្រនុងប្រវែង $2a$ ។



- បើគេគណនាផ្ទៃក្រឡានៃមុខខាងនីមួយៗគេបាន $4a^2$ ។
- បើគេគណនាមាឌនៃគូបនេះគេបាន $8a^3$ ។
- រង្វាស់ $2a$, $4a^2$, $8a^3$ ដែលតាងដោយចំនួននិងអថេរហៅថា កន្សោមពីជគណិត ។
- កន្សោមនីមួយៗខាងលើមានតែវិធីគុណនិងស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហៅថា ឯកធា ។

ឧទាហរណ៍ : ឯកធាផ្សេងទៀតដូចជា $7x^2y$, $-\frac{3}{4}a^2b^4$, $\sqrt{3}x^2yt$ ។

សំគាល់ : ចំនួនថេរក៏អាចជាឯកធាបានដែរដូចជា 8 ព្រោះគេអាចសរសេរ $8 = 8x^o$ $(x \neq 0)$ ហើយ $x^o = 1$ ។

> *និយមន័យ :* ឯកធាគឺជាកន្សោមពីជគណិតដែលមានតែប្រមាណវិធីគុណ និងស្វ័យគុណដែលនិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬសូន្យ ។

ចំពោះឯកធា $7x^2y$ មាន 7 ហៅថា មេគុណ និង x, y ហៅថា អថេរ ។

លំហាត់គំរូ : គេមានឯកធា $-\frac{3}{4}ab^2x$ ចូរបញ្ជាក់អថេរនិងមេគុណ ។

ចម្លើយ : ឯកធា $-\frac{3}{4}ab^2x$ មានអថេរ a , b , x និងមេគុណ $-\frac{3}{4}$ ។

ប្រតិបត្តិទី 1 : ចូរបញ្ជាក់មេគុណនិងអរថេរនៃឯកធា $2\sqrt{3}yt^2$ ។

ប្រតិបត្តិទី 2 : តើកន្សោមពីជគណិតខាងក្រោមមួយណាជាឯកធា ?

$\frac{1}{5}x^2y$, $3x^2+2$, $25-\frac{2}{3}a^4bc^2$, $zx^2a^3b^4$ ។

1.2. ឯកធាដូចគ្នា

ឧទាហរណ៍ : គេមានឯកធា $-3xbc^2$ និង $\frac{2}{3}xbc^2$ ។ ឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរ xbc^2 ដូចគ្នានិងមានមេគុណ -3 និង $\frac{2}{3}$ ។

ឯកធាទាំងពីរខាងលើនេះមានផ្នែកអថេរ xbc^2 ដូចគ្នា ហៅថា **ឯកធាដូចគ្នា** ។

និយមន័យ : ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាដែលមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : បណ្ដាកន្សោមខាងក្រោម តើមួយណាជាឯកធាដូចគ្នា ?

$5x^2yz^3$, $\frac{7}{2}x^2cy^3$, $5a^2bc^3$, $\frac{1}{2}x^2yz^3$ ។

ចម្លើយ : កន្សោម $5x^2yz^3$ និង $\frac{1}{2}x^2yz^3$ ជាឯកធាដូចគ្នា ព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរ x^2yz^3 ដូចគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរជ្រើសរើសឯកធាដូចគ្នាក្នុងចំណោមឯកធាខាងក្រោម

$\frac{1}{2}xy$, $-2x^2y$, ay , $3ax$, $2xy^2$, xy ។

1.3. ដឺក្រេនៃឯកធា

ឧទាហរណ៍ : ឯកធា $3x$ មានដឺក្រេ 1 ព្រោះនិទស្សន្តនៃអថេរ x ស្មើនឹង 1 ។

ឯកធា $2xy$ មានដឺក្រេ 2 ព្រោះនិទស្សន្តនៃអថេរ x , y ស្មើនឹង $1+1=2$ ។

ឯកធា ax^2y មានដឺក្រេ 4 ព្រោះនិទស្សន្តនៃអថេរ a , x , y ស្មើនឹង $1+2+1=4$ ។

ចំណាំ : ដឺក្រេឯកធា គឺជាផលបូកនិទស្សន្តនៃអថេរទាំងអស់ ។

និយមន័យ : ដឺក្រេនៃឯកធា គឺជាផលបូកនិទស្សន្តរបស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា ។

លំហាត់គំរូ : ចូរប្រាប់អថេរនិងដឺក្រេនៃឯកធា x^2yb^3 , $\frac{3}{4}a^2bc$, x^3y^2 , $-3az^2y^3$ ។

ចម្លើយ ៖

ឯកធា	អថេរ	ដឺក្រេ
x^2yb^3	x , y , b	$2+1+3 = 6$
$\frac{3}{4}a^2bc$	a , b , c	$2+1+1 = 4$
x^3y^2	x , y	$3+2 = 5$
$-3az^2y^3$	a , z , y	$1+2+3 = 6$

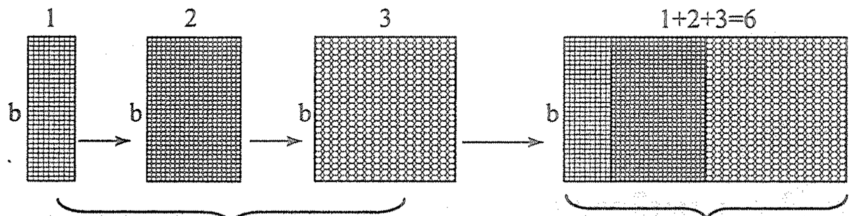
ប្រតិបត្តិ ៖ ចូរកំណត់អថេរនិងរកដឺក្រេនៃឯកធាខាងក្រោម

ក. $\frac{1}{2}xyz$ ខ. $8x^3yz^2$ គ. 14

ង. $21ab^4c$ ច. $3x^2y^3z^4$ ឆ. $axyz$ ។

1.4. ប្រមាណវិធីបូកនិងដកឯកធាដូចគ្នា

ឧទាហរណ៍ទី 1 ៖ ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង គឺ b , $2b$ និង $3b$ ។

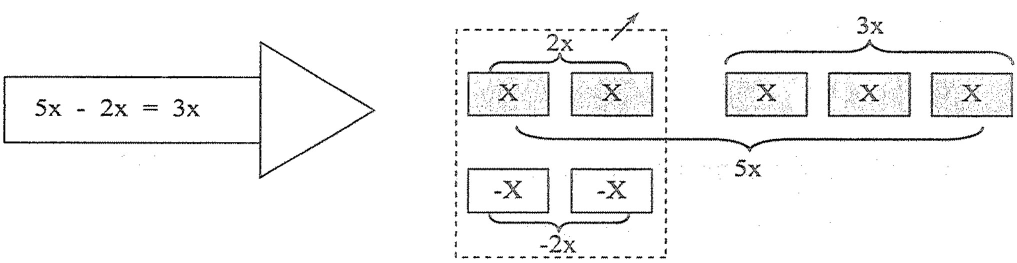


រូបទី 1 រូបទី 2

ផលបូកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងរូបទី 1 ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងរូបទី 2 គឺ

$b+2b+3b = (1+2+3)b = 6b$ (បូកមេគុណនិងមេគុណ ហើយគុណលទ្ធផលនិងផ្នែកអថេរ)

ឧទាហរណ៍ទី 2 ៖ សរសេរផលដកឯកធា $5x-2x$



ជាទូទៅ : ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា គេត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកតែផ្នែកមេគុណ រួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ ។

លំហាត់គំរូ : គណនា

ក. $2xy + 5xy$

ខ. $3ab^2 + 7ab^2 + ab^2$

គ. $8x^2y^3z - 3x^2y^3z - 7x^2y^3z$

ឃ. $10x^2y + x^2y - 5x^2y$ ។

ចម្លើយ :

ក. $2xy + 5xy = (2+5)xy = 7xy$

ខ. $3ab^2 + 7ab^2 + ab^2 = (3+7+1)ab^2 = 11ab^2$

គ. $8x^2y^3z - 3x^2y^3z - 7x^2y^3z = (8-3-7)x^2y^3z = -2x^2y^3z$

ឃ. $10x^2y + x^2y - 5x^2y = (10+1-5)x^2y = 6x^2y$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $5x^2y - 3x^2y$

ខ. $3ac^2b^3 + (-4ac^2b^3) + 7ac^2b^3$

គ. $ax^2y^2 + 3ax^2y^2$

ឃ. $y^3c^2b^3 + (-3y^3c^2b^3) + 8y^3c^2b^3$

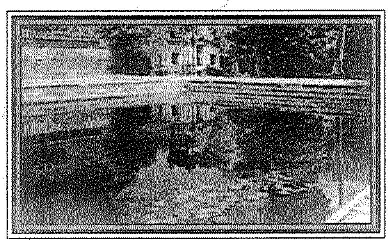
ង. $5x^2y + (-3x^2y)$

ច. $\frac{1}{2}ac^2b^3 + \left(-\frac{1}{2}ac^2b^3\right) + 7ac^2b^3$ ។

1.5. វិធីគុណឯកធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ស្រះទឹកមួយមានរាងចតុកោណកែង ដែលមានបណ្តោយប្រវែង $5x$ ឯកតានិងទទឹងប្រវែង $2x$ ឯកតា ។ គេបានផ្ទៃក្រឡាស្រះទឹកនេះជាផលគុណរវាង $5x$ និង $2x$ (បណ្តោយ × ទទឹង)

2x



5x

$(5x)(2x) = (5)(x)(2)(x)$

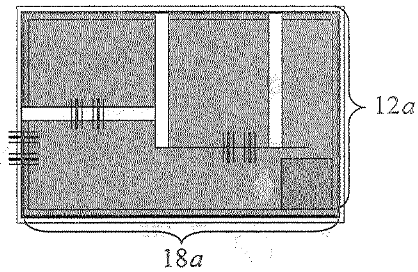
$= (5)(2)(x)(x) = 10x^2$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនា $(4x^2yc^4)(3xy^3c)$

$(4x^2yc^4)(3xy^3c) = (4)(3)(x^2)(x)(y)(y^3)(c^4)(c) = 12x^3y^4c^5$

ជាទូទៅ : ដើម្បីគុណឯកធានិងឯកធា គេផ្តុំមេគុណនិងមេគុណ ផ្នែកអថេរនិងផ្នែកអថេរ រួចធ្វើប្រមាណវិធីគុណមេគុណនិងផ្នែកអថេរ ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផ្ទៃក្រឡាប្លង់ភូមិគ្រឹះមួយតាម រូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាប្លង់ភូមិគ្រឹះ

$A = (18a)(12a) = (18)(a)(12)(a)$

$= (18)(12)(a)(a) = 216a^2$

នៅក្នុងការប្រតិបត្តិគេអាចគណនាដោយខ្លី

$A = (18a)(12a) = 216a^2$ ។

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាប្លង់ភូមិគ្រឹះមាន $A = 216a^2$ ឯកតាផ្ទៃ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

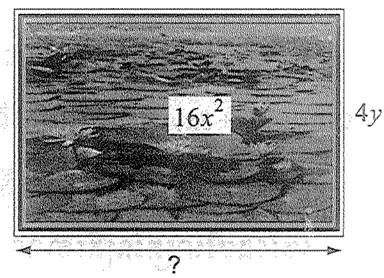
ក. $(5xy^3)(x^2y)$ ខ. $(ab^2c^3)(-4ac^2b)(acb)$

គ. $\left(\frac{1}{2}ab^3\right)(3a^2b^2)$ ឃ. $(-4y^3c^2b^3)(8yc^2b)$

ង. $(\sqrt{5}x^2)\left(\frac{1}{4}x^27\right)$ ច. $\left(\frac{1}{2}ac^2b^3\right)\left(-\frac{1}{2}ac^2b^3\right)(ac^2b^3)$ ។

1.6. វិធីចែកឯកធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ស្រះទឹកមួយមានរាងចតុកោណកែង មានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $16xy^2$ ។ គណនាបណ្តោយនៃស្រះទឹក នេះបើទទឹងមានប្រវែងស្មើនឹង $4y$ ។



បណ្តោយ = ផ្ទៃក្រឡា ÷ ទទឹង

គេបានបណ្តោយស្រះទឹកស្មើនឹង

$\frac{16xy^2}{4y} = \frac{(16)(x)(y)(y)}{(4)(y)} = 4xy$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនាផលចែក $(8x^4y^5) \div (16x^2y^3)$

$(8x^4y5) \div (16x^2y^3) = \frac{8(x)(x)\cancel{(x)}\cancel{(x)}(y)(y)\cancel{(y)}\cancel{(y)}\cancel{(y)}}{16\cancel{(x)}\cancel{(x)}\cancel{(y)}\cancel{(y)}\cancel{(y)}} = \frac{1(x)(x)(y)(y)}{2} = \frac{1}{2}x^2y^2$

ក្នុងការប្រតិបត្តិគេអាចគណនាដោយខ្លី

គេបានផលចែកឯកធា គឺ $(8x^4y5) \div (16x^2y^3) = \frac{8}{16}(x^{4-2})(y^{5-3}) = \frac{1}{2}x^2y^2$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីចែកឯកធានិងឯកធា គេត្រូវសរសេរភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តាហើយចែកមេគុណនិងមេគុណ ផ្នែកអថេរនិងផ្នែកអថេរ ។

លំហាត់គំរូ ៖ គណនា

ក. $(5xy^3)\div(xy)$ ខ. $\dfrac{18xyz^3}{9yz^2}$ គ. $1a^2b^3\div\ 2ab$ ។

ចម្លើយ ៖

ក. $(5xy^3)\div(xy) = \dfrac{5xy^3}{xy} = 5y^2$

ខ. $\dfrac{18xyz^3}{9yz^2} = 2xz$

គ. $1a^2b^3\div\ 2ab = \dfrac{1}{2}ab^2$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ គណនាផលចែក

ក. $x^{3n}\div x^{2n}$ ខ. $xy^{4m}\div xy^m$ គ. $\sqrt{3}ab^{12}\div 2ab^4$

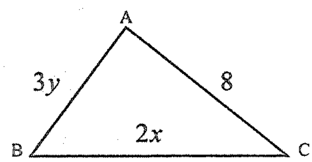
ឃ. $\dfrac{xyz^3}{yz^2}$ ង. $\dfrac{ax^7b^5}{ax^5b^3}$ ច. $81z^{12}b^3\div 3z^{12}b$ ។

2. ពហុធា

2.1. សញ្ញាណពហុធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 ៖ គេមានឯកធា $-8x^2$ និង $3xy$ បើគេធ្វើប្រមាណវិធីបូកឯកធាទាំងពីរនោះគេបាន $-8x^2+3xy$ ។ ផលបូកនៃពីរឯកធាមិនដូចគ្នាហៅថា ពហុធា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 ៖ គេមានត្រីកោណ ABC ដូចរូបខាងស្តាំ ។



ប្រវែងបរិមាត្រនៃត្រីកោណ គឺជាផលបូកជ្រុងទាំងបី

នោះគេបាន $AB+BC+CA = 3y+2x+8$

ដូចនេះ បរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC ស្មើនឹង $3y+2x+8$ ជាផលបូកបីឯកធាមិនដូចគ្នាហៅថា ពហុធា ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 ៖ គេមានកន្សោមពីជគណិត

ឯកធា	ទ្វេធា	ត្រីធា
$5x^2$	$3x+1$	$5x^2-2x+7$
$3abc$	$2x+3y$	$a^2+2ab^2+b^2$
9	$4x^2+3xy$	$3a+2b^2-3c$

> *និយមន័យ* : ពហុធាជាផលបូកនៃពីរ ឬ ច្រើនឯកធាមិនដូចគ្នា ។ ពហុធាដែលមានពីរតួហៅថា ទ្វេធា ហើយពហុធាដែលមានបីតួហៅថា ត្រីធា ។

សំគាល់ : កន្សោម $x+\frac{3}{b^2}$ មិនមែនជាពហុធាទេ ព្រោះ $\frac{3}{b^2}$ មិនមែនជាឯកធា ។

លំហាត់គំរូ : គេមានពហុធា $3x-8$, $\frac{1}{2}x^2-3x+4$, $-2x^3y-3y+5$ ។ ចូរកំណត់អថេរនិងចំនួនតួនៃពហុធា ។

ចម្លើយ :

ពហុធា	អថេរ	ចំនួនតួពហុធា
$3x-8$	x	2 គឺ $3x$ និង 8
$\frac{1}{2}x^2-3a+4$	x, a	3 គឺ $\frac{1}{2}x^2$, $3a$ និង 4
$-2x^3y-3y+5$	x, y	3 គឺ $-2x^3y$, $3y$ និង 5

ប្រតិបត្តិ : ចូរកំណត់អថេរនិងចំនួនតួនៃពហុធា

ក. $6x^3+2xy-4$ ខ. $\sqrt{3}ab+3x+3$ គ. $-3x^2y+\frac{1}{2}y-2$ ។

2.2. ដឺក្រេនៃពហុធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : កន្សោម $2x+1$ មានដឺក្រេខ្ពស់នៃ x ស្មើនឹង 1 ។

$5x^2-2x+1$ មានដឺក្រេខ្ពស់នៃ x ស្មើនឹង 2 ។

$-x^2-2x^2y-1$ មានដឺក្រេខ្ពស់ ស្មើនឹង 3 ចំពោះអថេរ x និង y ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 :

ក. $2x^2-4x+3$ ជាពហុធាដឺក្រេទី 2 សរសេរតាមលំដាប់ចុះស្វ័យគុណនៃ x ។

ខ. $1+2x^2+3x^3$ ជាពហុធាដឺក្រេទី 3 សរសេរតាមលំដាប់កើនស្វ័យគុណនៃ x ។

> *ជាទូទៅ* : ដឺក្រេនៃពហុធា គឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេ ។

លំហាត់គំរូ : ចូរសរសេរអថេរ ដឺក្រេ និងរៀបតាមលំដាប់កើន ចុះនៃពហុធាខាងក្រោម

$11+5x^2-3x$, y^3+4y^4x+7+y , $2k^3-4+k^2-k$ ។

ចម្លើយ :

ពហុធា	អថេរ	ដឺក្រេ	រៀបតាមលំដាប់កើន	រៀបតាមលំដាប់ចុះ
$11+5x^2-3x$	x	2	$11-3x+5x^2$	$5x^2-3x+11$
$2k^3-4+k^2-k$	k	3	$-4-k+k^2+2k^3$	$2k^3+k^2-k-4$
y^3+4y^4x+7+y	x និង y	5	$7+y+y^3x+4y^4x$	$4y^4x+y^3x+y+7$

ប្រតិបត្តិ : ប្រាប់ដឺក្រេនៃពហុធាខាងក្រោម

ក. x^2+x-3 ខ. $-\frac{3}{4}x+3$

គ. $a^2+2ab+c^2d$ ឃ. $\sqrt{2}x^2-4x$ ។

2.3. វិធីបូកនិងដកពហុធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានពហុធា $A = 2a^2+3a-4$ និង $B = 5a^2-7a+6$ ។

គណនា $A+B$

គេបាន $A+B = (2a^2+3a-4)+(5a^2-7a+6)$

ដើម្បីគណនាផលបូកពហុធាគេត្រូវផ្តុំតួ $A+B = (2a^2+5a^2)+(3a-7a)+(-4+6)$

$= (7a^2)+(-4a)+(2)$ (បូកឯកធាដូចគ្នា)

$= 7a^2-4a+2$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេឱ្យពហុធា $E = 3x^2-2x+7$ និង $F = x^2+4x+5$ ។ គណនា $E-F$

គេបាន $E-F = (3x^2-2x+7)-(x^2+4x+5)$

$= (3x^2-x^2)+(-2x-4x)+(7-5)$ (ដកឯកធាដូចគ្នា)

$= 2x^2-6x+3$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីបូក ឬដកពីរពហុធា គេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នា ។

សំគាល់ : គេអាចធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកពីរពហុធាតាមរបៀបដូចខាងក្រោម ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យពហុធា $A = 5x^3-2x^2+7x+4$ និង $B = 2x^3+4x^2-6$ ។

គណនា $A+B$ និង $A-B$ ។

ចម្លើយ : គណនា $A+B$

$$
\begin{array}{rl}
 & 5x^3-2x^2+7x+4 \\
+ & \\
 & 2x^3+4x^2\qquad -6 \\
\hline
 & 7x^3+2x^2+7x-2
\end{array}
$$

គណនា $A-B$

$$
\begin{array}{rl}
 & 5x^3-2x^2+7x+4 \\
- & \\
 & 2x^3+4x^2\qquad -6 \\
\hline
 & 3x^3-6x^2+7x+10
\end{array}
$$
។

ប្រតិបត្តិ : គណនា $M+N$ និង $M-N$ ដែល

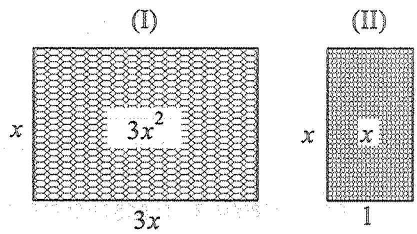
ក. $M = 2x^2+3x+1$ និង $N = -x^2+2x+4$

ខ. $M = 12a^2+2ab+54$ និង $N = 9a^2-4ab-25$

គ. $M = \frac{1}{2}xy^2+2xy-3$ និង $N = \frac{3}{2}xy^2-12xy-16$ ។

2.4. វិធីគុណពហុធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងតាមរូបខាងក្រោម



ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង (I) គឺ $x\times 3x = 3x^2$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង (II) គឺ $x\times 1 = x$

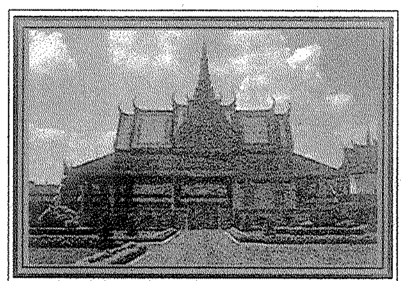
ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងទាំងពីរ គឺ $3x^2+x$

ផលគុណ $x(3x+1)$ គឺជាផ្ទៃក្រឡារបស់ចតុកោណកែងដែលមានជ្រុង x និង $3x+1$ គឺ

$x(3x+1) = 3x^2+x$ ។

> ***ជាទូទៅ :*** ដើម្បីគុណឯកធានិងពហុធា គេគុណឯកធានឹងតួនីមួយៗនៃពហុធា រួចបង្រួមលទ្ធផល ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : រូបថតមួយផ្ទាំងមានរាងចតុកោណកែង ដែលមានវិមាត្រ $3x+2$ និង $x+1$ គិតជាម៉ែត្រ ។



គេបាន ផ្ទៃក្រឡារូបថត = បណ្ដោយ × ទទឹង

គេបាន $(3x+2)(x+1) = 3x^2+3x+2x+2$

$= 3x^2+5x+2$ ។

គេគុណគ្រប់តួនៃពហុធាទីមួយទៅគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល ។

> *ជាទូទៅ* : ដើម្បីគុណពហុធានិងពហុធា គេយកតួនីមួយៗនៃពហុធាទី 1 គុណគ្រប់តួនៃពហុធាទី 2 រួចបង្រួមលទ្ធផល ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាផលគុណនៃពហុធា $3x^2$ និង $4x^3+xy-5y^2$ ។

ចម្លើយ : $3x^2(4x^3+xy-5y^2) = 3x^2(4x^3)+3x^2(xy)-3x^2(5y^2)$

$$= 12x^{3+2}+3x^{1+3}y-15x^2y^2$$

$$= 12x^5+3x^4y-15x^2y^2 \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាផលគុណនៃពហុធា $1+x^2-3x$ និង $2x-3$ ។

ចម្លើយ : ដើម្បីគណនា គេត្រូវរៀបពហុធាតាមលំដាប់ដឺក្រេកើន ឬចុះ

គេបាន

$$\begin{array}{rl}
 & x^2-3x+1 \\
\times & \\
 & \underline{\quad 2x-3 \quad} \\
 & 2x^3-6x^2+2x \longleftarrow (2x)(x^2-3x+1) \\
+ & \\
 & \underline{-3x^2+9x-3} \longleftarrow (-3)(x^2-3x+1) \\
 & 2x^3-9x^2+11x-3
\end{array}$$

លំហាត់គំរូទី 3 : សរសេរចំនួនគត់ 7368 ជាពហុធា ហើយរៀបតាមលំដាប់ចុះនៃដឺក្រេ 10 ។

ចម្លើយ : $7368 = 7000+300+60+8 = 7\times10^3+3\times10^2+6\times10+8$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលគុណ រួចបង្រួមលទ្ធផលបើអាចធ្វើបាន

ក. $2x^2(2x^2+3x-1)$ ខ. $ab^2(a^2+2ab+a)$ គ. $(a^2+2ab)(a-b)$

ឃ. $(9a^2-25)(a^5+ab)$ ង. $M = \frac{1}{2}xy^2\left(\frac{2}{3}xy-3\right)$ ច. $(xy^2-12xy-16)(x^2y-7+y^2)$ ។

2.5. វិធីចែកពហុធា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ក្នុងវិធីចែករវាងចំនួន 21 និង 7 គេអាចសរសេរ $21\div7=\frac{21}{7}=3$ ។ ដូចនេះ $21 = 3\times7$ នោះគេថា 21 ចែកដាច់នឹង 7 ។ ហើយ 7 ជាតួចែកនៃ 21 ។ 21 ជាផលគុណរវាង 7 និង 3 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនា $(15x^4-30x^6)\div5x^2$ ។

គេបាន $(15x^4-30x^6)\div5x^2 = \dfrac{15x^4-30x^6}{5x^2}$

$$\frac{15x^4}{5x^2}-\frac{30x^6}{5x^2} = 3x^2-6x^4 \text{ ។}$$

> *ជាទូទៅ* : ដើម្បីចែកពហុធានិងឯកធា គេចែកតួនីមួយៗនៃពហុធានឹងឯកធានោះ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : គណនាផលចែក $(x^2-7x+10)\div(x-2)$

គេបាន

$$\begin{array}{rcr|l} & & x^2-7x+10 & x-2 \\ \cline{4-4} x(x-2) & \longrightarrow & -(x^2-2x) & x-5 \\ \cline{3-3} & & 0-5x+10 & \longleftarrow \text{សំណល់ទី } 1 \\ -5(x-2) & \longrightarrow & -(-5x+10) & \\ \cline{3-3} & & 0+0 & \longleftarrow \text{សំណល់ទី } 2 \end{array}$$

ដូចនេះ $(x^2-7x+10)\div(x-2) = x-5$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 4 : គណនាផលចែក $(x^2-2x+4)\div(x-1)$ ។

គេធ្វើវិធីចែកតាមរបៀបមួយទៀត

គេបាន

$$\begin{array}{rl} & x-1 \\ x-1 & \overline{)\,x^2-2x+4} \end{array}$$

x^2-x ⟵ ផលគុណ $x(x-1)$

$-x+4$ គេធ្វើផលដក រួចទំលាក់ 4 ចុះ

$-x+1$ ⟵ ផលគុណ $-1(x-1)$ រួចធ្វើផលដក

3 ⟵ សំណល់

ដោយផលចែកនៃពហុធានិងពហុធា

មានសំណល់នោះគេអាចសរសេរ $\dfrac{\overbrace{x^2-2x+4}^{\text{តំណាងចែក}}}{\underbrace{x-1}_{\text{តួចែក}}} = \overbrace{x-1}^{\text{ផលចែក}} + \dfrac{\overbrace{3}^{\text{សំណល់}}}{\underbrace{x-1}_{\text{តួចែក}}}$

សំគាល់ : បើសំណល់នៃវិធីចែកស្មើនឹងសូន្យ គេថាពហុធាទី 1 ចែកដាច់នឹងពហុធាទី 2 ។ បើសំណល់នៃវិធីចែកមិនស្មើនឹងសូន្យ គេថាពហុធាទី 1 ចែកមិនដាច់នឹងពហុធាទី 2 ។ ក្នុងករណីនេះ គេសរសេរផលចែកជាផលបូកនៃពហុធានឹងកន្សោមប្រភាគមួយ ។

លំហាត់គំរូទី 1 ៖ គណនាផលចែក $(8y^3+4y^2-7)\div(2y+3)$

ចម្លើយ ៖ គេបាន

$$
\begin{array}{r|l}
8y^3+4y^2-7 & 2y+3 \\ \cline{2-2}
-(8y^3+12y^2) & 4y^2-4y+6 \\ \cline{1-1}
0-8y^2-7 & \longleftarrow \text{សំណល់ទី 1} \\
-(-8y^2-12y) & \\ \cline{1-1}
0+12y-7 & \longleftarrow \text{សំណល់ទី 2} \\
-(12y+18) & \\ \cline{1-1}
0-25 & \longleftarrow \text{សំណល់ទី 3}
\end{array}
$$

ដូចនេះ $(8y^3+4y^2-7)\div(2y+3) = 4y^2-4y+6-\dfrac{25}{2y+3}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 ៖ ធ្វើប្រមាណវិធីចែកពហុធា $(x^3-2)\div(x-1)$

ចម្លើយ ៖ គេអាចសរសេរពហុធា $x^3-2 = x^3+0x^2+0x-2$ (ព្រោះ $0x = 0$)

គេបាន

$$
\begin{array}{r}
x^2+x+1 \\
x-1\,\big)\overline{\,x^3+0x^2+0x-2} \\
x^3-x^2 \\ \hline
x^2+0x \\
x^2-x \\ \hline
x-2 \\
x-1 \\ \hline
-1
\end{array}
$$

ដូចនេះ $\dfrac{x^3-2}{x-1} = x^2+x+1-\dfrac{1}{x-1}$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ ធ្វើប្រមាណវិធីចែកខាងក្រោម

ក. $(a^2b^3+2ab)\div(ab)$

ខ. $(5x^2y^4+2x^3y^5-12x^2y^2)\div(x^2y^2)$

គ. $(6x^2+5x-4)\div(2x-1)$

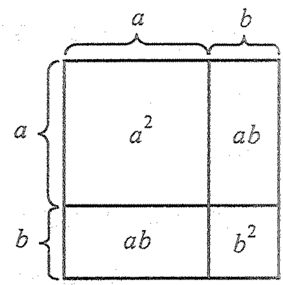
ឃ. $(a^2+6a-55)\div(a-5)$ ។

3. សមភាពសំខាន់ៗ

3.1. ពន្លាតការេនៃទ្វេធា

• ពន្លាត $(a+b)^2$

ឧទាហរណ៍ : បើ a និង b វិជ្ជមាន ហើយ $(a+b)^2$ គឺជាផ្ទៃក្រឡាការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $(a+b)$ នោះផ្ទៃក្រឡារបស់វាស្មើនឹងផលបូកផ្ទៃក្រឡាតូចៗខាងក្នុង ។



$(a+b)^2 = a^2+ab+ab+b^2 \quad = a^2+2ab+b^2$

ជាទូទៅ $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$

$$(a+b)^2 = a^2+ab+ab+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2}$ (1)

សំគាល់ : ការេនៃទ្វេធា $(a \underbrace{+ b)^2 = a^2 +}_{\text{មានសញ្ញា } (+) \text{ ដូចគ្នា}} 2ab+b^2$

លំហាត់គំរូទី 1 : ពន្លាត $(x+3)^2$ ។

ចម្លើយ : $(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$

$$= x^2+3x+3x+3^2$$

$$= x^2+6x+9 \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 2 : ពន្លាត $(2m+3n)^2$ ។

ចម្លើយ : តាមរូបមន្ត $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

គេបាន $(2m+3n)^2 = (2m)^2+2\times 2m\times 3n+(3n)^2$

$$= 4m^2+12mn+9n^2$$

ដូចនេះ $(2m+3n)^2 = 4m^2+12mn+9n^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គណនា 101^2 ។

ចម្លើយ : គេអាចសរសេរ $101^2 = (100+1)^2$

តាមរូបមន្ត $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

គេបាន $(100+1)^2 = 100^2 + 2\times 100\times 1 + 1^2$

$= 10000 + 200 + 1$

$= 10201$

ដូចនេះ $101^2 = 10201$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

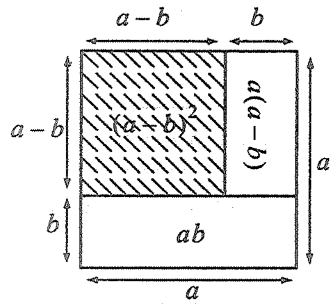
ក. $(b+2a)^2$ ខ. $(5x+2y)^2$ គ. $(6x^2+4)^2$ ឃ. $(a+5)^2$ ។

- ពន្លាត $(a-b)^2$

ឧទាហរណ៍ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកឆ្នូត (តាមរូបខាងស្តាំ)

គេមាន a និង b វិជ្ជមានដែល $a>b$

$(a-b)^2$ គឺជាផ្ទៃក្រឡាការេដែលមានជ្រុង $a-b$



គេបាន $(a-b)^2 = a^2 - b(a-b) - ab$

$= a^2 - ab + b^2 - ab$

$= a^2 - 2ab - b^2$

ជាទូទៅ $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$

$(a-b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ ។ **(2)**

សំគាល់ : ការេនៃទ្វេធា $(a\underbrace{-b)^2 = a^2 -}_{\text{មានសញ្ញា (-) ដូចគ្នា}}2ab + b^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ពន្លាត $(x-1)^2$ ។

ចម្លើយ : $(x-1)^2 = (x-1)(x-1)$

$= x^2 - x - x + 1^2$

$= x^2 - 2x + 1$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ពន្លាត $\left(\frac{1}{2}m - n\right)^2$ ។

ចម្លើយ : តាមរូបមន្ត $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

គេបាន $\left(\frac{1}{2}m - n\right)^2 = \left(\frac{1}{2}m\right)^2 - 2\times\frac{1}{2}m\times n + (n)^2 = \frac{1}{4}m^2 - mn + n^2$

ដូចនេះ $\left(\frac{1}{2}m - n\right)^2 = \frac{1}{4}m^2 - mn + n^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គណនា 99^2 ។

ចម្លើយ : គេអាចសរសេរ $99^2 = (100-1)^2$

តាមរូបមន្ត $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

គេបាន $(100-1)^2 = 100^2 - 2\times 100\times 1 + 1^2$

$= 10000 - 200 + 1$

$= 9801$

ដូចនេះ $99^2 = 9801$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(x-2y)^2$ ខ. $(5b-y)^2$ គ. $(x-4y)^2$ ឃ. $\left(\frac{1}{5}a-5\right)^2$ ។

- ពន្លាត $(a-b)(a+b)$

ឧទាហរណ៍ : គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះ បើ a និង b វិជ្ជមានហើយ $a>b$

តាមរូបទី 2 ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះទាំងពីរស្មើនឹង $a(a-b)+b(a-b) = (a-b)(a+b)$ ។

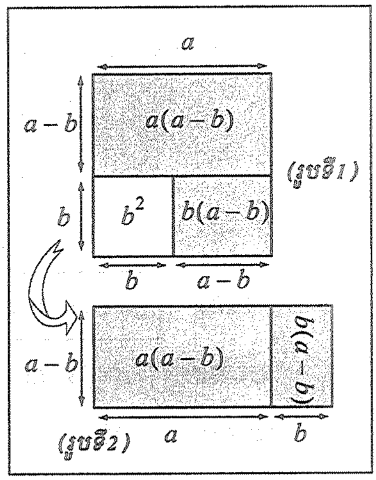
តាមរូបទី 1 ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះស្មើនឹង a^2-b^2 ។

ដូច្នេះគេបាន $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

ជាទូទៅ បើ a និង b ជាចំនួនពីរឡាទីបនោះគេបាន

$(a-b)(a+b) = a^2+ab-ab+b^2 = a^2-b^2$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)(a+b) = a^2-b^2}$ ។ (3)



លំហាត់គំរូទី 1 : ពន្លាត $(x-2)(x+2)$ ។

គេមាន $(x-2)(x+2) = x^2+2x-2x-2\times 2 = x^2-4$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ពន្លាត $\left(\frac{1}{2}m-3n\right)\left(\frac{1}{2}m+3n\right)$ ។

ចម្លើយ : តាមរូបមន្ត $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

គេបាន $\left(\frac{1}{2}m-3n\right)\left(\frac{1}{2}m+3n\right) = \left(\frac{1}{2}m\right)^2-(3n)^2 = \frac{1}{4}m^2-9n^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គណនា 101×99 ។

ចម្លើយ : គេអាចសរសេរ $101\times 99 = (100+1)(100-1)$

តាមរូបមន្ត $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

គេបាន $(100+1)(100-1) = 100^2-1^2 = 10000-1 = 9999$

ដូចនេះ $101\times 99 = 9999$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ កំសាន្តគណិតវិទ្យា

ចូរធ្វើប្រមាណវិធីបន្ត ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្តេច ?

$(1+1)(1-1) = 0$

$(2+1)(2-1) = 3$

$(3+2)(3-2) = 5$

$(4+3)(4-3) = \ldots$

....

$(10+9)(10-9) = \ldots$ ។

3.2. ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា

- ពន្លាត $(a+b)^3$

គេអាចសរសេរ $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$

ដោយ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

នោះគេបាន $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$

$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)$$

$$= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$$

$$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$ ។ (4)

លំហាត់គំរូ ៖ ពន្លាត $(x+1)^3$

គេមាន $(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(x+2y)^3$ ខ. $(x+3y)^3$ គ. $(3x+4y)^3$ ឃ. $\left(\frac{1}{5}a+b\right)^3$ ។

- ពន្លាត $(a-b)^3$

គេអាចសរសេរ $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2$

នោះគេបាន $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2$

$$= (a-b)(a^2-2ab+b^2)$$

$$= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$ ។ (5)

លំហាត់គំរូ : ពន្លាត $(x-1)^3$

គេមាន $(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(3x-2y)^3$ ខ. $(2x-y)^3$ គ. $(2x-y)^3$ ឃ. $\left(\frac{1}{5}t-k\right)^3$ ។

- ពន្លាត $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

គេអាចសរសេរ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$

$$= a^3 + \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} - \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} - b^3$$

$$= a^3 - b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3}$ ។ (6)

លំហាត់គំរូ : ពន្លាត $(x-1)(x^2+x+1)$

គេមាន $(x-1)(x^2+x+1) = x^3 - 1$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(a-1)(a^2+a+1)$ ខ. $(x-3)(x^2+3x+9)$

គ. $(2x-1)(4x^2+2x+1)$ ឃ. $(\sqrt{2}a-3b)(a^2+3\sqrt{2}a+9b^2)$ ។

- ពន្លាត $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

គេអាចសរសេរ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$

$$= a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3}$ ។ (7)

លំហាត់គំរូ : ពន្លាត $(x+1)(x^2-x+1)$

គេមាន $(x+1)(x^2-x+1) = x^3 + 1$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(a+1)(a^2-a+1)$ ខ. $(x+3)(x^2-3x+9)$

គ. $(2x+1)(4x^2-2x+1)$ ឃ. $(\sqrt{2}a+3b)(2a^2-3\sqrt{2}a+9b^2)$ ។

រូបមន្តសង្ខេប

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$
$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

ប្លេសប៉ាស្កាល់ (1623-1662)

សំគាល់ : គេប្រើត្រីកោណប៉ាស្កាល់ ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការចងចាំមេគុណទ្វេធាដូចជា $(a+b)^n$ ។

$$(x+1)^0 = 1$$
$$(x+1)^1 = x+1$$
$$(x+1)^2 = x^2+2x+1$$
$$(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$$
$$(x+1)^4 = x^4+4x^3+6x^2+4x+1$$
$$(x+1)^5 = x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

ត្រីកោណប៉ាស្កាល់

4. ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

4.1. កត្តារួម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យកន្សោម $3x+3y+3z$ ។ គេសង្កេតឃើញថា គ្រប់តួនីមួយៗនៃកន្សោម មានចំនួន 3 ដូចគ្នា ។

ដូចនេះ កន្សោម $3x+3y+3z$ អាចសរសេរថា $3x+3y+3z = 3(x+y+z)$ ។ គេបានដាក់ 3 ជាកត្តារួមនៃកន្សោមខាងលើ ។ កន្សោម $3(x+y+x)$ ហៅថា ផលគុណកត្តា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានកន្សោម $x(2b-3)+y(2b-3)$ ដែលតួទាំងពីរមាន $(2b-3)$ ដូចគ្នា ។

គេអាចដាក់ $(2b-3)$ ជាកត្តារួម គឺ $x(2b-3)+y(2b-3) = (2b-3)(x+y)$ ។

លំហាត់គំរូ : ដាក់កន្សោម $(3x+2y)(x+1)-y(x+1)$ ជាផលគុណកត្តា ។

ចម្លើយ : កន្សោម $(3x+2y)(x+1)-y(x+1) = (x+1)(3x+2y-y)$

$$= (x+1)(3x+y)$$

ដូចនេះ កន្សោម $(3x+2y)(x+1)-y(x+1) = (x+1)(3x+y)$ ។

4.2. ប្រើសមភាពសំខាន់ៗ

• ប្រើរូបមន្ត $(a+b)^2$ និង $(a-b)^2$

ឧទាហរណ៍ : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

ក. $4a^2+12a+9$ ខ. $\frac{x^2}{4}-4x+16$ ។

ដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

ក. $4a^2+12a+9$ ដោយ $4a^2 = (2a)^2$, $12a = 2\times 2a\times 3$ និង $9 = 3^2$

ដោយប្រើសមភាព $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ គេបាន

$$4a^2+12a+9a = (2a)^2+2\times 2\times a\times 3+3^2$$

$$= (2a+3)^2 = (2a+3)(2a+3) \text{ ។}$$

ខ. $\frac{x^2}{4}-4x+16$ ដោយ $\frac{x^2}{4} = \left(\frac{x}{2}\right)^2$, $4x = 2\times\frac{x}{2}\times 4$ និង $16 = 4^2$

ដោយប្រើសមភាព $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

គេបាន $\frac{x^2}{2}-4x+16 = \left(\frac{x}{2}\right)^2-2\times\frac{x}{2}\times 4+(4)^2$

$$= \left(\frac{x}{2}-4\right)^2 = \left(\frac{x}{2}-4\right)\left(\frac{x}{2}-4\right) \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

ក. $x^2+10x+25$ ខ. $x^2-20x+100$ ។

ចម្លើយ :

ក. $x^2+10x+25 = x^2+2\times x\times 5+5^2$

$$= (x+5)^2 = (x+5)(x+5)$$

ដូចនេះ $x^2+10x+25 = (x+5)(x+5)$ ។

ខ. $x^2-20x+100 = x^2-2\times x\times 10+(10)^2$

$$= (x-10)^2 = (x-10)(x-10)$$

ដូចនេះ $x^2-20x+100 = (x-10)(x-10)$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាការេទ្វេធា

ក. $4x^2 - 16xy + 16y^2$ ខ. $2m^2 + \sqrt{2}mn + \frac{n^2}{4}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $4x^2 - 16xy + 16y^2 = (2x)^2 - 2\times 2x\times 4y + (4y)^2$

$= (2x-4y)^2$

ដូចនេះ $4x^2 - 16xy + 16y^2 = (2x-4y)^2$ ។

ខ. $2m^2 + \sqrt{2}mn + \frac{n^2}{4} = (\sqrt{2}m)^2 + 2\times\sqrt{2}m\times\frac{n}{2} + \left(\frac{n}{2}\right)^2$

$= \left(\sqrt{2}m + \frac{n}{2}\right)^2$

ដូចនេះ $2m^2 + \sqrt{2}mn + \frac{n^2}{4} = \left(\sqrt{2}m + \frac{n}{2}\right)^2$ ។

ប្រតិបត្តិ : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

ក. $x^2 - 8x + 12$ ខ. $y^2 + 10y + y^2$ គ. $n^2 - 12n + 32$ ឃ. $a^2 + 16y + 64$ ។

- ប្រើរូបមន្ត $a^3 + b^3$ និង $a^3 - b^3$

ឧទាហរណ៍ : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តា

ក. $8x^3 + y^3$ ខ. $27y^3 - 64$ ។

ក. គេមាន $8x^3 + y^3 = (2x)^3 + (y^3)$

ដោយប្រើសមភាព $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

គេអាចសរសេរ $8x^3 + y^3 = (2x)^3 + (y^2) = (2x+y)(4x^2 - 2xy + y^2)$ ។

ខ. គេមាន $27y^3 - 64 = (3y)^3 - (4)^3$

ដោយប្រើសមភាព $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

គេអាចសរសេរ $27y^3 - 64 = (3y)^3 - (4)^3 = (3y-4)(9y^2 + 12y + 16)$ ។

លំហាត់គំរូ : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តា

ក. $x^3 - 27$ ខ. $8a^2 + 1$ ។

ចម្លើយ :

ក. $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$

ខ. $8a^3 + 1 = (2a)^3 + 1^3 = (2a+1)(4a^2 - 2a + 1)$ ។

- របៀបផ្សេងៗក្នុងការដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យកន្សោម $A = x^2 - 2x - 8$

យើងសង្កេតឃើញថា $x^2 - 2x$ អាចសរសេរ $x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$

កន្សោមខាងលើអាចសរសេរ $A = x^2 - 2x - 8 = (x-1)^2 - 1 - 8$

$$= (x-1)^2 - 3^2$$

ដោយប្រើសមភាព $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$A = x^2 - 2x - 8 = (x-1-3)(x-1+3) = (x-4)(x+2)$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេឱ្យកន្សោម $E = 9t^4 - 28t^2 + 16$

កន្សោម $9t^4 + 16$ គេអាចសរសេរ $(9t^4 - 24t^2 + 16) + 24t^2 = (3t^2 - 4) + 24t^2$

កន្សោមខាងលើអាចសរសេរ $E = 9t^4 - 28t^2 + 16 = (3t^2 - 4)^2 + 24t^2 - 28t^2$

$$= (3t^2 - 4)^2 - 4t^2$$

$$= (3t^2 - 4)^2 - (2t)^2$$

ដោយប្រើសមភាព $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$E = 9t^4 - 28t^2 + 16 = (3t^2 - 4)^2 - (2t)^2$

$$= (3t^2 - 4 - 2t)(3t^2 - 4 + 2t)$$

$$= (3t^2 - 2t - 4)(3t^2 - 2t + 4) \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ទី 3 : គេឱ្យកន្សោម $F = 3x^2 - 4x - 7$

ដោយ $-4x = 3x - 7x$

កន្សោមខាងលើអាចសរសេរ $F = 3x^2 + 3x - 7x - 7 = 3x(x+1) - 7(x+1)$

យក $(x+1)$ ជាកត្តា គេបាន $3x(x+1) - 7(x+1) = (x+1)(3x-7)$

ដូចនេះ $F = 3x^2 - 4x - 7 = (x+1)(3x-7)$ ។

លំហាត់គំរូ : ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តា

$A = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$

$B = 4x^2 + y^2 - b^2 - 4xy$

$C = (a-4)(y+2) - (a-4)(3y+2)$

$D = x^3(x+1) + y^3(x+1)$ ។

ចម្លើយ ៖

$A = x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x^3 - 2x^2) + (-4x + 8)$

$= x^2(x-2) - 4(x-2)$

$= (x-2)(x^2-4)$

$= (x-2)(x-2)(x+2)$ ។

$B = 4x^2 + y^2 - b^2 - 4xy = (4x^2 - 4xy + y^2) - b^2$

$= (2x-y)^2 - b^2$

$= (2x-y-b)(2x-y+b)$ ។

$C = (a-4)(y+2) - (a-4)(3y+2) = (a-4)[(y+2)-(3y+2)]$

$= (a-4)(y+2-3y-2)$

$= -2y(a-4)$ ។

$D = x^3(x+1) + y^3(x+1) = (x+1)(x^3+y^3)$

$= (x+1)(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ។

លំហាត់

1. តើកន្សោមខាងក្រោម មួយណាជាឯកធា ?

$\frac{x^3}{3}$, $\sqrt{5}ax^2$, $\frac{7xy^2}{3}$, $x+2y$, $\frac{a}{x^2}$, $x(x+y)$ ។

2. ចូរសរសេរចំនួនគត់ខាងក្រោមជាពហុធា ហើយរៀបតាមលំដាប់ចុះដឺក្រេនៃ 10

1997 , 2674 , 20011 , 82470 , 872036 , 973248 , 881722 ។

3. គណនា

ក. $3x^2 + 7x^2 - 5x^2$ ខ. $\frac{3}{2}x^4y^4t + 2x^4y^4t - x^4y^2t$

គ. $(x^2+2y)(x+1)$ ឃ. $(x^2-y)(y-4)$ ។

4. គេមានពហុធា $A = 2x^2 + x^4 - 3x + 1$ និង $B = x^2 - 3x^3 - 2x^4 - x + 3$ ។

ក. គណនាផលដក $A - B$ រួចបង្រួមនិងរៀបតាមលំដាប់ដឺក្រេចុះនៃ x ។

ខ. សរសេរផលដក $B - A$ ។

5. គណនាផលបូកខាងក្រោម

ក. $3x^2y^2+2x^2y^2$

ខ. $(5a^3b^2-3ab)+(2a^3b^2-ab)$

គ. $(4x^4-3y^3+z)+(3x^3+2y^2-4z)$

ឃ. $(5t^3+t-3b)+(4t^3-2t^2+4)+(3t^3+4t^2-5)$ ។

6. គេឱ្យកន្សោម $a(x-b)-b(a-x)+x(a+b)$ ។ គណនារួចបង្រួមនិងរៀបពហុធានេះតាមលំដាប់ចុះនៃដឺក្រេអថេរ ។

7. សំណួរដដែលដូចលំហាត់ 6 ចំពោះកន្សោមខាងក្រោម

ក. $y(x+a-y)-a(x+y-a)-a(a^2+y^2)$

ខ. $(t-1)(t-2)-(t+1)(t-3)-2(t-2)(t+3)$

គ. $\left(b-\frac{5}{2}\right)\left(b+\frac{3}{2}\right)-(b-5)(b+3)-\frac{39}{4}$ ។

8. ស្រាយបញ្ជាក់សមភាពខាងក្រោម

ក. $(1+x)(1-x)(1+x^2) = 1-x^4$

ខ. $5b^2+3(b+1)(b-1) = 2b^2+3$ ។

9. មុធាគណនាដោយប្រើសមភាពសំខាន់ៗ

39×41 , 54×66 , 19×21 , 15^2 , 39^2 , 25^2 , 15^2 , 102^2-101^2 , 54^2-46^2 ។

10. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោមនិងរៀបពហុធានេះតាមលំដាប់នៃដឺក្រេអថេរ

ក. $9(x^2-2x+1)^2-16(9x^2+6x+1)^1$

ខ. $4(3a^2-4a+2)^2+25(a^2+a+1)^2$

គ. $(a-3b)^2+9(a^2-3b)+5$

ឃ. $-x(4x-3y)+x^2-12xy$

ង. $(x-1)^3-(x+2)^3$

ច. $6+(a-b)(a-b+5)$ ។

11. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $9(2x+1)-16(2x+1)^2$

ខ. $(3a^2-12a)-5(a-4)$

គ. $(a-3b)^2-9(a-3b)^2$

ឃ. $x(4x-8y)+y(x-2y)$

ង. $8(x-1)^2-27(x+2)^3$

ច. $(2a-2b+10)+(a-b)(a-b+5)$ ។

12. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $(2x-3)(5x-1)-(2x-3)(x+1)$

ខ. $(7a-1)^2-(7a-1)(3a+2)$

គ. $(2x+3)^2-(2x+3)(5x-7)$

ឃ. $(3x+1)(2x-3)+(x+2)(3x+1)-(3x+1)(5x+4)$

ង. $(y-8)(4y-1)+y^2-8y$

ច. $8ax-bx+8ay-by$

ឆ. $ax+ay-2bx-2by$ ។

13. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. a^2-25 ខ. $4b^2-1$ គ. $9x^2-4$ ឃ. x^2-4y^2

ង. $25x^2-16y^2$ ច. $5x^3-80x$ ឆ. $4t^3-a^2x^2$ ជ. $49b^2-25$

ឈ. $25x^2b^2-4t^2z^2$ ញ. $a^2x^2-b^2c^2$ ដ. $(x+1)^2-4$ ឋ. $9a^2-(a+2)^2$ ។

14. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $8x^2-24x+32x^3$ ខ. $15x^3+5x^2-35x^5$ គ. $12abx-6ax^2+3a^2x$

ឃ. $16x^2y^2+4x^2y-2xy$ ង. $a^2c-2acx+cx^2$ ច. $8ab^4-16a^2b^2+4a^4b^4$ ។

15. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. x^2+3x+2 ខ. $3x^2+14x+8$ គ. x^2-4x-2 ឃ. $2x^2+15x+7$

ង. $14a^2+18a-20$ ច. $9a^2+3a+2$ ឆ. $24x^2-71x-35$ ជ. $6x^2+5x+1$

ឈ. $6x^2-x+1$ ញ. $14x^2+32x+8$ ដ. $3x^2+2x^2-x-2$ ឋ. x^3+x^2-2x-1 ។

16. គេឱ្យពហុធា $A = b^2+8b+15$

ក. តើត្រូវយកចំនួនណាមកបន្ថែមលើ b^2+8b ដើម្បីឱ្យបានជាការេទ្វេធា ?

ខ. ដោយប្រើលទ្ធផលមុនដាក់ A ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 ។

គ. សំណួរដដែលចំពោះពហុធា $B = x^2+4x+3$ និង $C = 4x^2-8x+3$ ។

6 កន្សោមសនិទាន

វត្ថុបំណង

- ❑ បកស្រាយចំណោទជាកន្សោមសនិទាន
- ❑ សម្រួលកន្សោមសនិទាន
- ❑ ធ្វើប្រមាណវិធីលើកន្សោមសនិទាន ។

1. កន្សោមសនិទាន

ចំនួនសនិទានដែលយើងបានស្គាល់ដូចជា $\frac{2}{3}$, $\frac{-21}{5}$, $\frac{5}{1}$, $\frac{0}{9}$ មានទម្រង់ $\frac{a}{b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបហើយ $b \neq 0$ ។

យើងនឹងសិក្សាបន្តនូវចំនួនសនិទានដែលមានភាគយកនិងភាគបែងជាពហុធាដូចជា $\frac{x}{y}$, $\frac{a+b}{b}$, $\frac{1+x}{x^2-1}$ ហៅថាកន្សោមសនិទាន ។

ជាទូទៅ : កន្សោមសនិទានជាកន្សោមមានទម្រង់ $\frac{A}{B}$ ដែល A និង B ជាពហុធាហើយ $B \neq 0$ ។

សំគាល់ : កន្សោម $\frac{x}{\sqrt{y}}$ ពុំមែនជាកន្សោមសនិទានទេ ព្រោះ $\sqrt{y}$ ពុំមែនជាពហុធា ។

លំហាត់គំរូ : បកស្រាយឃ្លាគណិតវិទ្យាខាងក្រោមជាកន្សោមសនិទាន

ក. ផលធៀបនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា

ខ. ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានិងបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ x និង y ។

ចម្លើយ :

ក. បើ n ចំនួនគត់នោះចំនួនគត់បន្ទាប់គឺ $n+1$ ។ដូចនេះផលធៀបនៃពីរចំនួននោះគឺ $\frac{n}{n+1}$ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងគឺ xy និងបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងគឺ $2(x+y)$

ដូចនេះផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានិងបរិមាត្រគឺ $\frac{xy}{2(x+y)}$ ។

ប្រតិបត្តិ : រកផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ដែលមានកាំ r និងការេដែលមានជ្រុង x ។

2. តម្លៃលេខនៃកន្សោមសនិទាន

ឧទាហរណ៍ : យើងមានកន្សោមសនិទាន $\frac{3x}{x-2}$ ។

គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមនេះចំពោះ $x = -1$, $x = 0$, $x = 2$ ។

យើងបានតម្លៃលេខនៃកន្សោមដោយជំនួសតម្លៃនៃអថេរ x ទៅក្នុងកន្សោមសនិទានដែលឱ្យ :

- ចំពោះ $x = -1$, យើងបាន $\frac{3(-1)}{-1-2} = \frac{-3}{-3} = 1$ ។
- ចំពោះ $x = 0$, យើងបាន $\frac{3\times 0}{0-2} = \frac{0}{-2} = 0$ ភាគយកស្មើនឹង 0 នាំឱ្យកន្សោមស្មើនិង 0 ។
- ចំពោះ $x = 2$, ភាគបែង $x-2 = 0$ ក្នុងករណីនេះកន្សោមគ្មានន័យ ។

លំហាត់គំរូ : យើងមានកន្សោមសនិទាន $\frac{a-5}{2a+6}$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃនៃអថេរ a ដើម្បីឱ្យកន្សោមសនិទាន :

ក. គ្មានន័យ ខ. ស្មើនឹងសូន្យ ។

ចម្លើយ :

ក. កន្សោមសនិទានគ្មានន័យលុះត្រាតែភាគបែងស្មើនឹង 0

$2a+6 = 0$ នាំឱ្យ $a = \frac{-6}{2} = -3$ ។

ខ. កន្សោមសនិទានស្មើនឹង 0 លុះត្រាតែភាគយកស្មើនឹង 0

$a-5 = 0$ នាំឱ្យ $a = 5$ ។

ប្រតិបត្តិ : យើងមានកន្សោមសនិទាន $\frac{4}{x^2+1}$ ។

ក. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមចំពោះ $x = -1$, $x = 1$ ។

ខ. តើមានតម្លៃ x ដែលនាំឱ្យកន្សោមស្មើនឹងសូន្យឬទេ ? គ្មានន័យឬទេ ?

3. ការសម្រួលកន្សោមសនិទាន

ដូចគ្នានិងចំនួនសនិទានដែរ គេសម្រួលប្រភាគដោយចែកភាគយកនិងភាគបែងនិងកត្តារួម

$$\frac{6}{21} = \frac{2\times 3}{7\times 3} \quad \left\{ \text{ចែកភាគយកនឹងភាគបែង នឹងកត្តារួម} \right\}$$

$$= \frac{2}{7} \quad ។$$

ឧទាហរណ៍ 1 : សម្រួល $\dfrac{2x-6}{5x-15}$

$$\frac{2x-6}{5x-15} = \frac{2(x-3)}{5(x-3)} \quad \left\{ \text{ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តារួចចែកនឹងកត្តារួម} \right\}$$

$$= \frac{2}{5}$$

កន្សោមអាចសម្រួលបានលុះត្រាតែមានលក្ខខណ្ឌ $x-3 \neq 0$ ឬ $x \neq 3$ ។ ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការធ្វើប្រមាណវិធី យើងចាត់ទុករាល់ការសម្រួលកន្សោមសនិទានចំពោះតែតម្លៃនៃអថេរដែលធ្វើឱ្យប្រភាគមានន័យតែប៉ុណ្ណោះ ។ ហេតុនេះគេមិនចាំបាច់បញ្ជាក់អំពីលក្ខខណ្ឌនោះទេ ។

ឧទាហរណ៍ 2 : សម្រួល $\dfrac{12a^2b^3}{15a^2b}$

$$\frac{12a^2b^3}{15a^5b} = \frac{3a^2b \cdot 4b^2}{3a^2b \cdot 5a^3} \quad \left\{ \text{ចែកភាគយកនិងភាគបែងនឹងកត្តារួម } 3a^2b \right\}$$

$$= \frac{4b^2}{5a^3} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ 3 : សម្រួល $\dfrac{3x^2+4x}{9x^2-16}$

$$\frac{3x^2+4x}{9x^2-16} = \frac{x(3x+4)}{(3x-4)(3x+4)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តារួច} \\ \text{ហើយចែកកត្តារួម ។} \end{array} \right\}$$

$$= \frac{x}{3x-4} \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ 4 : សម្រួល $\dfrac{1-x}{x^2+x-2}$

$$\frac{1-x}{x^2+x-2} = \frac{1-x}{(x-1)(x+2)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1-x \text{ និង } x-1 \text{ គឺផ្ទុយគ្នា} \\ 1-x = -(x-1) \end{array} \right\}$$

$$= \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+2)} \quad \left\{ \text{ចែកភាគយកនិងភាគបែងនឹងកត្តារួម } x-1 \right\} \text{ ។}$$

$$= -\frac{1}{x+2} \text{ ។}$$

ជាទូទៅ : ដើម្បីសម្រួលកន្សោមសនិទានគេត្រូវ

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តា
- ចែកភាគយកនិងភាគបែងនឹងកត្តារួមខុសពីសូន្យ ។

បើ $\dfrac{A}{B}$ ជាកន្សោមសនិទាននោះ $\dfrac{AK}{BK} = \dfrac{A}{B}$, $K \neq 0$ ។

លំហាត់គំរូ 1 : សម្រួលកន្សោមសនិទាន $\dfrac{(x-3)(3x-1)-(2x-6)(x+1)}{1-x^2}$ ។

ចម្លើយ : $\dfrac{(x-3)(3x-1)-(2x-6)(x+1)}{1-x^2} = \dfrac{(x-3)(3x-1)-2(x-3)(x+1)}{-(x^2-1)}$

$= \dfrac{(x-3)[3x+1-2(x+1)]}{-(x-1)(x+1)} = \dfrac{(x-3)(x-1)}{-(x-1)(x+1)}$

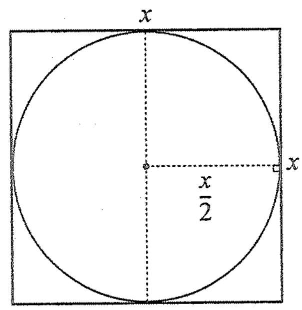
$= -\dfrac{x-3}{x+1}$ ។

លំហាត់គំរូ 2 : រង្វង់មួយចារឹកក្នុងការេដែលជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង x ។ គណនាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់និងការេ ។

ចម្លើយ : រង្វង់មានកាំស្មើនឹង $\dfrac{x}{2}$

ផ្ទៃក្រឡារង្វង់គឺ $\pi\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi}{4}x^2$ ។ ផ្ទៃក្រឡាការេគឺ x^2 ។

ផលធៀបនោះគឺ $\dfrac{\frac{\pi}{4}x^2}{x^2} = \dfrac{\pi}{4}$ ។



ប្រតិបត្តិ : សម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\dfrac{a-b}{b^2-a^2}$ ខ. $\dfrac{5(a-1)-a(a-1)}{5(a+2)-a^2-2a}$

គ. $\dfrac{x+y}{x^2+xz-xy-zy}$ ឃ. $\dfrac{3a^3-3a^2-6a}{6a^3-12a^2-18a}$ ។

4. វិធីគុណនិងវិធីចែកកន្សោមសនិទាន

4.1. វិធីគុណកន្សោមសនិទាន

ដូចគ្នានឹងវិធីគុណចំនួនសនិទានដែរ

$\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{5} = \dfrac{3\times 2}{2\times 2\times 5}$ {ចែកភាគយកនិងភាគបែងនិងកត្តារួម}

$= \dfrac{3}{2\times 5} = \dfrac{3}{10}$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 : រកផលគុណរួចសម្រួល $\dfrac{7b}{10a}\times\dfrac{5a^2}{8b}$

$\dfrac{7b}{10a}\times\dfrac{5a^2}{8b} = \dfrac{7b\cdot 5a^2}{10a\cdot 8b} = \dfrac{35a^2b}{80ab}$

$= \dfrac{5ab\cdot 7a}{5ab\cdot 16}$ (ចែកភាគយកនិងភាគបែងនិងកត្តារួម)

$= \dfrac{7a}{16}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 : រកផលគុណរួចសម្រួល $\frac{5x}{4x-12}\times\frac{2x^2-6x}{3}$

$$\frac{5x}{4x-12}\times\frac{2x^2-6x}{3} = \frac{5x}{4(x-3)}\times\frac{2x(x-3)}{3}$$

$$= \frac{10x^2(x-3)}{12(x-3)}$$ (ចែកភាគយកនិងភាគបែងនិងកត្តារួម)

$$= \frac{5x^2}{6}$$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីគុណកន្សោមសនិទានគេត្រូវ

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងជាផលគុណកត្តាបើអាច
- គុណភាគយកនិងភាគយកហើយភាគបែងគុណនឹងភាគបែង
- សម្រួលភាគយកនិងភាគបែងនឹងកត្តារួម ។

បើ $\frac{A}{B}$ និង $\frac{C}{D}$ ជាពីរកន្សោមសនិទាន គេបាន $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$ ។

លំហាត់គំរូ 1 : គណនាផលគុណ

ក. $\frac{a^2-2a+1}{a^2-1}\times\frac{a^2+a}{a^2-2a}$ ខ. $\frac{m^2+6m+9}{(a+2b)^2}\times\frac{7a+14b}{m+3}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $$\frac{a^2-2a+1}{a^2-1}\times\frac{a^2+a}{a^2-2a} = \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a+1)}\times\frac{a(a+1)}{a(a-2)}$$

$$= \frac{a(a-1)^2(a+1)}{a(a-1)(a+1)(a-2)}$$

$$= \frac{a-1}{a-2}$$ ។

ខ. $$\frac{m^2+6m+9}{(a+2b)^2}\times\frac{7a+14b}{m+3} = \frac{(m+3)^2}{(a+2b)^2}\times\frac{7(a+2b)}{m+3}$$

$$= \frac{7(m+3)^2(a+2b)}{(a+2b)^2(m+3)}$$

$$= \frac{7(m+3)}{a+2b}$$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលគុណ

ក. $\frac{9a^2-6a+1}{5-a}\times\frac{5(a-2)-a(a-2)}{a^2-4a+4}$ ខ. $(3x+3)\times\frac{x+4}{x^2+5x+4}$ ។

4.2. វិធីចែកកន្សោមសនិទាន

ដូចគ្នានឹងវិធីចែកចំនួនសនិទានដែរ

$$\frac{3}{2}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{4}$$

ឧទាហរណ៍ : រកផលចែកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{4x}{15y} \div \frac{3x}{10y^2} = \frac{4x^2}{15y} \times \frac{10y^2}{3x}$

$= \frac{40x^2y^2}{45xy} = \frac{8xy}{9}$ ។

ខ. $\frac{a^2-9}{3a} \div \frac{a+3}{a-3} = \frac{(a-3)(a+3)}{3a} \times \frac{a-3}{a+3}$

$= \frac{(a-3)^2(a+3)}{3a(a+3)} = \frac{(a-3)^2}{3a}$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីចែកកន្សោមសនិទាន គេគុណប្រភាគតំណាងចែកនឹងចម្រាសនៃប្រភាគតួចែករួចធ្វើតាមវិធីគុណនៃកន្សោមសនិទាន ។

បើ $\frac{A}{B}$ និង $\frac{C}{D}$ ជាពីរកន្សោមសនិទានដែល B , C , $D \neq 0$ នោះ $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលចែកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{a+3}{b^2+4b+4} \div \frac{2a+6}{b+2}$

ខ. $\frac{4x^2+8x}{x^2-9} \times \frac{6x^3+12x^2}{x^2-2x-3}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{a+3}{b^2+4b+4} \div \frac{2a+6}{b+2} = \frac{a+3}{b+4b+4} \times \frac{b+2}{2a+6}$

$= \frac{a+3}{(b+2)^2} \times \frac{b+2}{2(a+3)}$

$= \frac{(a+3)(b+2)}{2(b+2)^2(a+3)}$

$= \frac{1}{2(b+2)}$ ។

ខ. $\frac{4x^2+8x}{x^2-9} \div \frac{6x^3+12x^2}{x^2-2x-3} = \frac{4x^2+8x}{x^2-9} \times \frac{x^2-2x-3}{6x^3+12x^2}$

$= \frac{4x(x+2)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{(x-3)(x+1)}{6x^2(x+2)}$

$= \frac{4x(x+2)(x-3)(x+1)}{6x^2(x+2)(x-3)(x+3)}$

$= \frac{2(x+1)}{3x(x+3)}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលចែកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{4x+8}{x+3} \div (x+2)$

ខ. $\frac{x-y}{x^2-y^2} \div \frac{x+y}{x^2+2xy+y^2}$

គ. $\frac{3p-5q}{4p^2-q^2} \div \frac{5q-3p}{8p^2-4pq}$

ឃ. $\frac{4a^3b^2}{3a^2+5a} \div \frac{6a^5b^7}{3a^2+17a+20}$ ។

5. វិធីបូកនិងវិធីដកកន្សោមសនិទាន

5.1.ករណីមានភាគបែងដូចគ្នា

ឧទាហរណ៍ : រកផលបូកនិងផលដកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{5}{a}+\frac{7}{a}=\frac{5+7}{a}=\frac{12}{a}$

ខ. $\frac{3y-2}{y-5}+\frac{8y+7}{y-5}=\frac{3y-2+8y+7}{y-5}=\frac{11y+5}{y-5}$

គ. $\frac{3x}{(x-1)(x-2)}-\frac{6}{(x-1)(x-2)}=\frac{3x-6}{(x-1)(x-2)}$

$=\frac{3(x-2)}{(x-1)(x-2)}$

$=\frac{3}{x-1}$ ។

ជាទូទៅ : $\frac{A}{B}+\frac{C}{B}=\frac{A+C}{B}$ និង $\frac{A}{B}-\frac{C}{B}=\frac{A-C}{B}$ ដែល $B\neq 0$ ។

លំហាត់គំរូ : គណនា

ក. $\frac{2}{x-3}+\frac{7}{3-x}$ ខ. $\frac{a}{2a+3}-\frac{a-3}{2a+3}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{2}{x-3}+\frac{7}{3-x}=\frac{2}{x-3}-\frac{7}{x-3}$

$=\frac{2-7}{x-3}=-\frac{5}{x-3}$ ។

ខ. $\frac{a}{2a+3}-\frac{a-3}{2a+3}=\frac{a-(a-3)}{2a+3}$

$=\frac{a-a+3}{2a+3}$

$=\frac{3}{2a+3}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា ក. $\frac{t^2}{t+4}+\frac{4t}{t+4}$ ខ. $\frac{5x}{x-y}-\frac{5y}{y-x}$ ។

5.2. ករណីមានភាគបែងមិនដូចគ្នា

ដើម្បីឱ្យវិធីបូកនិងដកអាចប្រព្រឹត្តទៅបាន គេត្រូវធ្វើឱ្យមានភាគបែងដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ : គណនាផលបូកនិងដកនៃកន្សោមសនិទាន

ក. $\frac{y}{2x}+\frac{x}{3y}=\frac{y\cdot 3y}{2x\cdot 3y}+\frac{x\cdot 2x}{3y\cdot 2x}$ (ភាគបែងរួមតូចបំផុតគឺ $6xy$)

$=\frac{3y^2}{6xy}+\frac{2x^2}{6xy}=\frac{3y^2+2x^2}{6xy}$ ។

ខ. $\frac{4}{n}-\frac{2}{n+1} = \frac{4(n+1)}{n(n+1)}-\frac{2n}{n(n+1)}$ (ភាគបែងរួមតូចបំផុតគឺ $n(n+1)$)

$$= \frac{4(n+1)-2n}{n(n+1)}$$

$$= \frac{4n+4-2n}{n(n+1)}$$

$$= \frac{2n+4}{n(n+1)} = \frac{2(n+2)}{n(n+1)}$$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីបូក ឬដកមន្សោមសនិទានដែលមានភាគបែងមិនដូចគ្នាគេត្រូវ

- រកភាគបែងរួមតូចបំផុត
- ប្តូរប្រភាគនីមួយៗដោយប្រភាគសមមូលដែលមានភាគបែងរួមតូចបំផុត
- បូក ឬដកភាគយកដោយរក្សាភាគបែងរួមតូចបំផុតឱ្យនៅដដែល
- សម្រួលលទ្ធផលបើអាច ។

លំហាត់គំរូ 1 : គណនា $\frac{t+1}{t^2+5t}+\frac{8}{t^2-25}$ ។

ចម្លើយ : $\frac{t+1}{t^2+5t}+\frac{8}{t^2-25} = \frac{t+1}{t(t+5)}+\frac{8}{(t-5)(t+5)}$ (ដាក់ភាគបែងជាផលគុណកត្តា)

$$= \frac{(t+1)(t-5)}{t(t+5)(t-5)}+\frac{8t}{t(t+5)(t-5)}$$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{ភាគបែងរួមតូចបំផុតគឺ} \\ t(t-5)(t+5) \end{array} \right\}$

$$= \frac{(t+1)(t-5)+8t}{t(t+5)(t-5)}$$

$$= \frac{t^2-5t+t-5+8t}{t(t+5)(t-5)}$$

$$= \frac{t^2+4t-5}{t(t+5)(t-5)}$$

$$= \frac{(t+5)(t-1)}{t(t+5)(t-5)}$$ (ដាក់ភាគយកជាផលគុណ)

$$= \frac{t-1}{t(t-5)}$$ ។

លំហាត់គំរូ 2 : បញ្ជាក់ថា $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$ រួចគណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$$ ។

ចម្លើយ : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}-\frac{n}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$

តាមរូបមន្ត $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ដោយឱ្យ $n = 1, 2, 3, 4$

$$\frac{1}{1\times 2} = 1 - \cancel{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2\times 3} = \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{3\times 4} = \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{4\times 5} = \cancel{\frac{1}{4}} - \frac{1}{5}$$

$$S = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា

ក. $\frac{2m}{m-5} + \frac{12}{m^2-25}$

ខ. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{x^2(x-1)}$

គ. $\frac{a^2-1}{a^2-2a-15} - \frac{a+2}{a+3}$

ឃ. $\frac{x^2+6x+9}{x^2+3x} + \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$ ។

៦. កន្សោមសនិទានដែលមានទម្រង់ប្រភាគលើប្រភាគ

ឧទាហរណ៍ : សម្រួលកន្សោម $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{b}{2a}-\frac{a}{2b}}$

គេអាចសម្រួលកន្សោមសនិទានតាមវិធីខាងក្រោម

$$\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{b}{2a}-\frac{a}{2b}} = \dfrac{\frac{b+a}{ab}}{\frac{b^2-a^2}{2ab}}$$ ធ្វើប្រមាណវិធីចំពោះភាគយកនិងភាគបែងសិន

$$= \frac{a+b}{ab} \times \frac{2ab}{b^2-a^2}$$ ប្រភាគតំណាំងចែកគុណចម្រាសប្រភាគតួចែក

$$= \frac{a+b}{ab} \times \frac{2ab}{(b+a)(b-a)}$$

$$= \frac{2}{(b-a)}$$ ។

ជាទូទៅ : $\dfrac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$ ដែល $B, C, D \neq 0$ ។

លំហាត់គំរូ 1 : សម្រួលកន្សោម $\dfrac{x - \frac{x+5}{x-3}}{x+1}$ ។

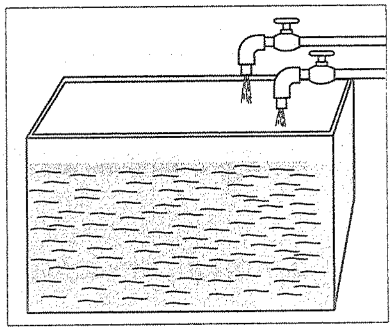
ចម្លើយ : $\dfrac{x-\dfrac{x+5}{x-3}}{x+1} = \dfrac{\dfrac{x(x-3)}{x-3}-\dfrac{x+5}{x-3}}{\dfrac{x+1}{1}}$

$= \dfrac{\dfrac{x(x-3)-(x+5)}{x-3}}{\dfrac{x+1}{1}}$

$= \dfrac{\dfrac{x^2-4x-5}{x-3}}{\dfrac{x+1}{1}}$

$= \dfrac{x^2-4x-5}{x-3} \times \dfrac{1}{x+1}$

$= \dfrac{(x+1)(x-5)}{x-3} \times \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{x-5}{x-3}$ ។



លំហាត់គំរូ 2 : គេដឹងថាបំពង់ទឹកទី 1 អាចបង្ហូរទឹកដាក់អាងមួយតែឯងពេញប្រើអស់រយៈពេល t_1 ម៉ោង ហើយបំពង់ទឹកទី 2 បង្ហូរទឹកដាក់អាងដដែលតែឯងពេញប្រើអស់រយៈពេល t_2 ម៉ោង ។ ចូរបញ្ជាក់ថាបំពង់ទឹកទាំងពីបង្ហូរទឹកដាក់អាងនោះរួមគ្នាប្រើអស់រយៈពេល $\dfrac{t_1t_2}{t_1+t_2}$ ។

ចម្លើយ : បើ c ជាចំណុះនៃអាងទឹកដែលបំពង់ទី 1 បង្ហូរចូលអាងគឺ $\dfrac{c}{t_1}$ ។ ចំណុះទឹកដែលបំពុងទី 2 បង្ហូរចូលអាងគឺ $\dfrac{c}{t_2}$ ។ ទឹកដែលបំពង់ទាំងពីរបង្ហូរចូលអាងរួមគ្នា គឺ $\dfrac{c}{t_1}+\dfrac{c}{t_2} = c\left(\dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_2}\right)$ ។

ដើម្បីបង្ហូរទឹកឱ្យបានពេញអាងគេត្រូវប្រើពេលអស់ $\dfrac{c}{c\left(\dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_1}\right)} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_1}} = \dfrac{t_1t_2}{t_1+t_2}$

អនុវត្តន៍ជាលេខ : បើ $t_1 = 5$ ម៉ោងនិង $t_2 = 20$ ម៉ោង

នោះបំពង់ទាំងពីររួមគ្នាប្រើពេលត្រឹមតែ $\dfrac{t_1t_2}{t_1+t_2} = \dfrac{5\times 20}{5+20} = \dfrac{100}{25} = 4$ ម៉ោង ។

ប្រតិបត្តិ : សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

ក. $\dfrac{1-\dfrac{1}{3}}{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}}$ ខ. $\dfrac{\dfrac{5}{n+1}-\dfrac{1}{n-1}}{\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{2}{n-1}}$ ។

លំហាត់

1. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{x-3(x+1)}{x-3}$ ចំពោះ $x = -1$, $x = \frac{1}{2}$ និង $x = -\frac{2}{3}$

ខ. $\frac{-a^2+4}{2a^2-a-1}$ ចំពោះ $a = -2$, $a = -\frac{1}{2}$ និង $a = 1$

គ. $\frac{y-3}{y^2-5y+4}$ ចំពោះ $y = 0$, $y = 1$ និង $y = -\frac{1}{2}$

ឃ. $\frac{3x+4y}{x^2-xy}$ ចំពោះ $x = -1$ និង $y = \frac{1}{4}$

ង. $\frac{b^3-b}{(1+ab)^2-(a+b)^2}$ ចំពោះ $a = -56$ និង $b = 125$ ។

2. រកតម្លៃនៃអថេរ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមសនិទានមានន័យ

ក. $\frac{7x}{6x+7}$ ខ. $\frac{3x}{(x-3)^2}$ គ. $\frac{x+1}{(x+4)(x-3)}$ ឃ. $\frac{x^2+12x+32}{x^2-16}$ ។

3. រកតម្លៃនៃអថេរ a ដើម្បីឱ្យកន្សោមសនិទានខាងក្រោមគ្មានន័យ

ក. $\frac{a}{a-1}$ ខ. $\frac{ab}{a^3-1}$ គ. $\frac{a^2-4a}{(a-1)^2-1}$ ឃ. $\frac{(a-3)^2-9}{a^3-a}$ ។

4. រកតម្លៃនៃអថេរ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមសនិទានខាងក្រោមស្មើនឹងសូន្យ

ក. $\frac{2x-3}{2x}$ ខ. $\frac{3-x^2}{x+1}$ គ. $\frac{(x-5)(2x-1)-x+5}{x^2-4}$ ឃ. $\frac{(x-3)^2-4x^2}{2x^2+1}$ ។

5. សម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{14x^3}{7x^2y}$ ខ. $\frac{-8a^2b^4x}{(-2abx)^3}$ គ. $\frac{x(a-b)^2}{(a-b)^3}$ ឃ. $\frac{9ab(x-3)}{18a^2b(x^2-9)}$ ង. $\frac{x^2y+xy^3}{xy^2}$

ច. $\frac{1-25x^2}{5x-1}$ ឆ. $\frac{(1-x)(3-x)+(5+x)(1-x)}{x^2-9}$ ជ. $\frac{(3x-3)^2-2(x-1)(x-3)}{8(x^3-1)-7(1-x^2)(2x-3)}$

ឈ. $\frac{(x-1)(2x+3)+(2-2x)(3-x)}{(x^2-1)(7x+1)-(x-1)(x+2)-(x-1)}$ ញ. $\frac{a^2+am-an-mn}{a^2+am+an+mn}$

ដ. $\frac{a^2-ab-ac+bc}{a^2+ab-ac-bc}$ ឋ. $\frac{ax-ay-x+y}{3x-3y}$ ឌ. $\frac{-a^2+a}{a^2+a-2}$

ឍ. $\frac{a^2+4a-12}{a^2+2a-8}$ ណ. $\frac{b^2-a^2}{2a^2+ab-3b^2}$ ត. $\frac{4x^2+8x+4}{5x^2+10x+5}$

ថ. $\frac{3x^2+5xy+y^2}{4x^2+7xy-2y^2}$ ទ. $\frac{2y^2-17y+21}{y^2-6y-7}$ ។

6. រកផលគុណនិងផលចែកនៃកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{4x^3y}{3xy^4}\times\frac{-6x^2y^2}{10x^4}$

ខ. $\frac{72x^2y}{54xy^2}\div\frac{-4xy}{-15x^2y^3}$

គ. $\frac{a^2b}{4c^2d}\times\frac{2c^4d^5}{3ab^2}$

ឃ. $\frac{-64a^3b^3}{28a^2b}\div\frac{40a^2b^2}{90b}$

ង. $\frac{b(b+4)}{b-3}\times\frac{(b+3)(b-3)}{b+4}$

ច. $\frac{(3x-4)(2x+3)}{(3x+5)(3x-5)}\times\frac{(2x+3)(2x-3)}{(2x+5)(2x-1)}$

ឆ. $\frac{y^2-3y}{(y-3)^2}\times\frac{y^2-9}{y^2+3y}$

ជ. $\frac{x-y}{x^2-y^2}\div\frac{x+y}{x^2+2xy+y^2}$

ឈ. $\frac{a^2-49}{(a+7)}\times\frac{49-a^2}{(7-a)^2}$

ញ. $\frac{xu-yu+xv-yv}{xu+yu-xv-yv}\div\frac{xu-yu-xv+yv}{xu+yu+xv+yv}$

ដ. $\frac{b^2-1}{b^2+3b+2}\times\frac{b^2-2b-8}{b^2-4b+3}$

ឋ. $\frac{xy+3x-2y-6}{x^2-6x+8}\div\frac{y^2+5y+6}{xy-4y+2x-8}$

ឌ. $\frac{2m^2-m-15}{m^2-2m-3}\times\frac{2m^2+3m-5}{1-m^2}$

ឍ. $\frac{2m^2+3mn-2n^2}{2m^2-3mn-2n^2}\div\frac{2m-n}{2m+n}$ ។

7. រកផលបូក ឬផលដកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{12a}{7}+\frac{2a}{7}$

ខ. $\frac{y}{14}-\frac{3y}{14}$

គ. $\frac{x}{x-1}+\frac{1}{x-1}$

ឃ. $\frac{y}{b+6}+\frac{2y}{b+6}$

ង. $\frac{6x}{x+y}+\frac{6y}{x+y}$

ច. $\frac{a+b}{x-3}-\frac{a+b}{3-x}$

ឆ. $\frac{a^2}{a-b}+\frac{-b^2}{a-b}$

ជ. $\frac{a}{2a-2b}-\frac{b}{2a-2b}$

ឈ. $\frac{x^2}{x^2-1}+\frac{2x+1}{x^2-1}$ ។

8. រកផលបូក ឬផលដកកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\frac{3x-y}{2}+\frac{2x-y}{4}$

ខ. $\frac{2x+y}{3}-\frac{x-5y}{6}$

គ. $\frac{5}{xy}+\frac{6}{yz}$

ឃ. $\frac{3c}{2ab}-\frac{a}{4bc}$

ង. $\frac{4a}{2a+6}+\frac{3}{a+3}$

ច. $\frac{a-b}{(a+b)^2}-\frac{a-b}{(a-b)^2}$

ឆ. $\frac{b-c}{bc}+\frac{c-a}{ca}+\frac{a-b}{ab}$

ជ. $\frac{4c}{10c-5b}+\frac{2b}{6c-3d}$

ឈ. $\frac{a+1}{2a-8}-\frac{a+2}{12-3a}$

ញ. $\frac{a}{(a-b)(b-c)}+\frac{b}{(b-c)(b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)}$

ដ. $\frac{4a}{a^2-4a}+\frac{5a}{a^2+5a}+\frac{a+1}{1-a^2}$

ឋ. $\frac{xy}{ab}+\frac{(x-a)(y-b)}{a(a-b)}+\frac{(x-b)(y-b)}{b(b-a)}$

ឌ. $\frac{a-2}{a^2+4a+4}+\frac{a+2}{a-2}$

ឍ. $\frac{p^2+4p+3}{p^2+7p+12}-\frac{p^2-6p+5}{p^2-2p+1}$

ណ. $\frac{n^2-3n-4}{n^2-8n+16}+\frac{n^2+7n+10}{n^2+5n+6}$

ត. $\frac{x-3}{x^2-x-6}-\frac{x+2}{x^2-4}-\frac{x+4}{x^2+8x+16}$

ថ. $\frac{20x^2-23x-7}{30x^2-17x-35}-\frac{42x^2-5x-2}{30x^2-15x-3}$

ទ. $\frac{a^2-9a+20}{a^2-16}-\frac{a^2-25}{a^2+12a+35}$

ធ. $\frac{56y^2+5y-6}{49y^2+14y-8}+\frac{24y^2-2y-15}{12y^2+37y+21}$ ។

9. សម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\dfrac{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}$ ខ. $\dfrac{6-\frac{5}{2}+\frac{3}{8}}{3-\frac{5}{2}-\frac{7}{4}}$ គ. $\dfrac{\frac{5}{6}-\frac{5}{7}}{\frac{5}{6}+\frac{5}{7}}$ ឃ. $\dfrac{\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{3x}}$

ង. $\dfrac{\frac{2x}{3}+2}{\frac{5x}{3}-\frac{15}{x}}$ ច. $\dfrac{k+\frac{k-3}{k+1}}{k-\frac{2}{k+1}}$ ឆ. $\left[\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)\div\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)\right]\div\left(1+\frac{y}{x}\right)$

ជ. $\left(a-\frac{4ab}{a+b}+b\right)\div\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)$

ឈ. $\left[\frac{(a+b)^2+2b^2}{a^3-b^3}-\frac{1}{a-b}+\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\right]\div\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$

ញ. $\frac{a^2+ab}{a^2+ab+b^2}-\left[\frac{a(2a^2+ab-b^2)}{a^3-b^3}-2-\frac{b}{a-b}\right]\div\left(\frac{a-b}{a}-\frac{a}{a-b}\right)$

ដ. $\dfrac{a-\frac{a-b}{1+ab}}{1+\frac{a(a-b)}{1+ab}}$ ឋ. $\dfrac{1-2b}{1+\frac{1}{2b}}\div\dfrac{1+2b}{1-\frac{1}{2b}}$ ។

10. ក. x, y, z ជាចំនួនសនិទានខុសពីសូន្យ ។ បើ $A=\frac{y}{z}+\frac{z}{y}$, $B=\frac{z}{x}+\frac{x}{z}$, $c=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ ។

បង្ហាញថាតម្លៃនៃ $A^2+B^2+C^2-ABC$ មិនអាស្រ័យនឹង x, y, z ។

ខ. a, b, c ជាចំនួនសនិទានខុសពីសូន្យ ។ បង្ហាញឱ្យឃើញថា បើ $abc=1$

នោះ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2+\left(c+\frac{1}{c}\right)^2=4+\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{a}\right)\left(c+\frac{1}{c}\right)$ ។

11. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមសនិទាន $\frac{(3x-0.15)(2x-6)}{2(x+3)(5x-2)}$ ស្មើនឹងសូន្យ ។

12. ចិន្តាមានសៀវភៅភាសាខ្មែរនិងភាសាអង់គ្លេសទាំងអស់ចំនួន 45 ក្បាល ។ $\frac{4}{5}$ នៃសៀវភៅភាសាខ្មែរនិង $\frac{3}{4}$ នៃសៀវភៅភាសាអង់គ្លេសជាសៀវភៅប្រលោមលោក ។ ដោយដឹងថាចិន្តាមានសៀវភៅប្រលោមលោកទាំងអស់ចំនួន 35 ក្បាល ។ តើចិន្តាមានសៀវភៅប្រលោមលោកជាភាសាខ្មែរប៉ុន្មានក្បាល ?

13. កម្មករម្នាក់ធ្វើការមួយហើយក្នុងរយៈពេល d_1 ថ្ងៃ ម្នាក់ទៀតធ្វើការនោះហើយក្នុងរយៈពេល d_2 ថ្ងៃនិងម្នាក់ទៀតធ្វើហើយក្នុង d_3 ថ្ងៃ ។

ក. បើគេឱ្យកម្មករទាំងបីនាក់នេះធ្វើការរួមគ្នាវិញ តើប៉ុន្មានថ្ងៃទើបធ្វើការងារនោះហើយ ?

ខ. អនុវត្តន៍ជាលេខចំពោះ $d_1 = 20$ ថ្ងៃ $d_2 = 15$ ថ្ងៃ និង $d_3 = 12$ ថ្ងៃ ។

14. ពិនិត្យលំនាំគំរូខាងក្រោម

$$\frac{1}{1\times 2} = 1-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3\times 4} = \frac{1}{3}-\frac{1}{4}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{342} = \frac{1}{a}-\frac{1}{b}$$

ក. សរសេរជួរដេកទី 8 នៅក្នុងលំនាំគំរូនេះ

ខ. ប្រើលំនាំគំរូខាងលើ ចូររកតម្លៃនៃ $\frac{1}{50}-\frac{1}{51}$

គ. រកតម្លៃនៃ a និង b ។

15. ពិនិត្យលំនាំគំរូ

$$11-2 = 3^2$$

$$1111-22 = 33^2$$

$$111111-222 = 333^2$$

$$\vdots$$

$$x-y = 33333333^2$$

ក. សរសេជួរដេកទី 5 នៅក្នុងលំនាំគំរូនេះ

ខ. រកតម្លៃ x និង y ។

16. ពិនិត្យលំនាំគំរូចំនួន

$$1^2-0^2 = 1$$

$$2^2-1^2 = 3$$

$$3^2-2^2 = 5$$

$$4^2-3^2 = 7$$

$$\vdots$$

$$x^2-y^2 = 157$$

ក. សរសេរជួរដេកទី 10 នៅក្នុងលំនាំគំរូនេះ

ខ. រកតម្លៃនៃ 99^2-98^2

គ. រកតម្លៃនៃ x និង y ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2-y^2 = 157$ ។

មេរៀនទី

7 សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

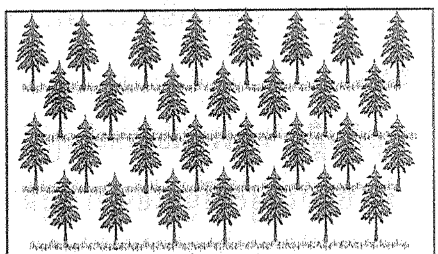
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់និយមន័យសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត
- ❑ ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 1 តាមវិធីផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ
- ❑ ដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

1. សមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

1.1. សញ្ញាណសមីការ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ចំការកៅស៊ូមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលមានរិមាត្រស្មើនឹង $3528m$ ។ រកប្រវែងទទឹងចំការនោះ បើគេដឹងថាបណ្ដោយមានប្រវែងស្មើនឹងទទឹង 6 ដងថែម $14m$ ។



រូបចំការកៅស៊ូ

បើគេតាង x ជាប្រវែងទទឹង នោះ $6x+14$ ជាបណ្ដោយ ។ ដូចនេះ គេបានសមភាព

$$x+6x+14 = 3\ 528$$

$$\underbrace{7x+14}_{\text{អង្គទី }1} = \underbrace{3\ 528}_{\text{អង្គទី }2}$$

$7x+14 = 3\ 528$ ហៅថា សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

បើ $x=502$ នោះគេបាន $7\times 502+14 = 3\ 528$

$$3\ 514+14 = 3\ 528 \text{ ។}$$

ដូចនេះ ប្រវែងទទឹងចំការកៅស៊ូដែលត្រូវរកគឺ $502m$ ។

ចំពោះ $x = 502$ ហៅថា ឫសនៃសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : រកមួយចំនួន ដោយដឹងថាពីរដងនៃចំនួននោះដក 15 ស្មើនឹង 75 ។

តាង t ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

គេបាន $2t-15 = 75$ ហៅថា សមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានមួយអញ្ញាត ។

អង្គទី 1 ស្មើនឹង $2t-15$ ហើយអង្គទី 2 ស្មើនឹង 75 ។

បើ $t = 45$ គេបាន $2t-15 = 2\times 45-15 = 75$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ 45 ។

ចំពោះ $t = 45$ ហៅថា ឫសនៃសមីការ ។

> *ជាទូទៅ :* សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត គឺជាសមីការដែលក្រោយពីសម្រួលរួច មានរាង $ax+b = 0$ ដែល $a\neq 0$ ។ តម្លៃ x ដែលធ្វើឱ្យអង្គទាំងពីរស្មើគ្នាហៅថា ឫសសមីការ ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យសមីការ $(x+3)(x+5) = x^2+6x+3$ ។ ចូរសរសេរសមីការនេះជាសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

ចម្លើយ : គេមាន $(x+3)(x+5) = x^2+6x+3$ ពន្លាតកត្តានៃអង្គទីមួយ

គេបាន $(x+3)(x+5) = x^2+8x+15$ នាំឱ្យ $x^2+8x+15 = x^2+6x+3$

លើកអង្គទី 2 មកអង្គទី 1 គេបានសមីការសមមូលនិងសមីការដើម

$x^2+8x+15-x^2-6x-3 = 0$ ឬ $2x+12 = 0$

ដូចនេះ $2x+12 = 0$ ជាសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

សំគាល់ : នៅក្នុងសមីការគេអាចលើកតួពីអង្គម្ខាងទៅអង្គម្ខាងទៀតដោយគ្រាន់តែប្តូរសញ្ញាតួនោះ ។

ប្រតិបត្តិ : សរសេរសមីការដឺក្រេទី 1 តាមល្បះលេខខាងក្រោម

ក. បីដងនៃមួយចំនួនថែម 21 ស្មើនឹង 85 ។

ខ. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់សខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវ ។ តើចម្លើយមួយណាជាឫសរបស់សមីការ $2m+6 = 12$?

☐ $m = 12$ ☐ $m = 3$ ☐ $m = 6$ ។

1.2. ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយសមីការ $6x+15 = 45$

$$6x+15 = 45$$

គេបាន $6x+15-15 = 45-15$ ដកអង្គទាំងពីរនឹង 15

$$6x = 30$$

$\dfrac{6x}{6} = \dfrac{30}{6}$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 6

$x = 5$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $6x + 15 = 45$

$$6(5) + 15 \stackrel{?}{=} 45$$

$$30 + 15 \stackrel{?}{=} 45$$

$$45 = 45 \quad \text{ពិត}$$

ដូចនេះ $x = 5$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 **:** ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3}{5}x + 3 = \frac{1}{5}x - 7$

$$\frac{3}{5}x + 3 = \frac{1}{5}x - 7$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}x + 3 = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}x - 7 \qquad \text{ដកអង្គទាំងពីរនឹង } \frac{1}{5}x$$

$$\frac{2}{5}x + 3 = -7$$

$$\frac{2}{5}x + 3 - 3 = -7 - 3 \qquad \text{ដកអង្គទាំងពីរនឹង } 3$$

$$\frac{2}{5}x = -10$$

$$\frac{5}{2}\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{5}{2}(-10) \qquad \text{គុណអង្គទាំងពីរនឹង } \frac{5}{2}$$

$$x = -25 \quad ។$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{3}{5}x + 3 = \frac{1}{5}x - 7$

$$\frac{3}{5}(-25) + 3 = \frac{1}{5}(-25) - 7$$

$$-15 + 3 = -5 - 7$$

$$-12 = -12 \quad \text{ពិត}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -25$ ។

ក្នុងការប្រតិបត្តិគេអាចគណនាបានដោយខ្លី ដោយលើកតួដែលមានអញ្ញាតមកអង្គទី 1 ហើយតួដែលគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គទី 2 ដោយប្តូរសញ្ញាតួនោះ ។

គេបាន $\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}x = -7 - 3$

$$\frac{2}{5}x = -10$$

$$x = -10 \div \frac{2}{5}$$

$$x = -10 \times \frac{5}{2} = -25$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅឃើញថា ពិត ។ ដូចនេះ $x = -25$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី3 : ដោះស្រាយសមីការ $\frac{4x-20}{2} = 10$

$$\frac{4x-20}{2} = 10$$

$$2\left(\frac{4x-20}{2}\right) = 10\times 2 \qquad \text{គុណអង្គទាំងពីរនឹង } 2$$

$$4x-20 = 20$$

$$4x-20+20 = 20+20 \qquad \text{បូកអង្គទាំងពីរនឹង } 20$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{40}{4} \qquad \text{ចែកអង្គទាំងពីរនឹង } 4$$

$x = 10$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{4x-20}{2} = 10$

$$\frac{4(10)-20}{2} = 10$$

$10 = 10$ ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 10$ ។

ឧទាហរណ៍ទី4 : ដោះស្រាយសមីការ $3(x+1)-5 = 3x-2$

$$3(x+1)-5 = 3x-2$$

$$3x+3-5 = 3x-2$$

$$3x-2 = 3x-2$$

$$3x-3x = 2-2$$

$0x = 0$ ពិតគ្រប់តម្លៃ x

ដូចនេះ សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

សំគាល់ : ដោយកន្សោម $3x-2 = 3x-2$ ដូចគ្នានោះសមីការ គឺជាវិសមភាព ។

ដូចនេះ សមីការ $3(x+1)-5 = 3x-2$ ពិតគ្រប់តម្លៃនៃ x ។

ឧទាហរណ៍ទី5 : ដោះស្រាយសមីការ $3(x-1) = \frac{6x-1}{2}$

$$3(x-1) = \frac{6x-1}{2}$$

គេបាន $6(x-1) = 6x-1$

$$6x-6 = 6x-1$$

$$6x-6x-6 = 6x-6x-1 \qquad \text{ដកអង្គទាំងពីរនឹង } 6x$$

$-6 = -1$ មិនពិត

ដោយ $-6 = -1$ មិនអាចមាន ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត
- គេអាចលើកតួពីអង្គម្ខាងទៅអង្គម្ខាងទៀតដោយប្តូរសញ្ញាតួនោះ ។
- គេអាចបូក ឬដក គុណ ឬចែកអង្គទាំងពីរនឹងចំនួនតែមួយ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ដោះស្រាយសមីការ $\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}=\frac{26}{5}$ ។

ចម្លើយ : $\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}=\frac{26}{5}$ ភាគបែងរួមគឺ 20

$20\left(\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}\right)=20\left(\frac{26}{5}\right)$ គុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 20

$20\left(\frac{2x}{5}\right)+20\left(\frac{x}{4}\right)=20\left(\frac{26}{5}\right)$ ប្រើលក្ខណៈបំបែក

$8x+5x=104$

$13x=104$

$x=8$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\frac{2x}{5}+\frac{x}{4}=\frac{26}{5}$

$\frac{2(8)}{5}+\frac{8}{4}\overset{?}{=}\frac{26}{5}$

$\frac{16}{5}+\frac{8}{4}\overset{?}{=}\frac{26}{5}$

$\frac{64}{20}+\frac{40}{20}\overset{?}{=}\frac{104}{20}$

$\frac{104}{20}=\frac{104}{20}$ ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=8$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : រកបីចំនួនគត់គូរ៉ឺឡាទីបបន្តបន្ទាប់គ្នាដែលមានផលបូកស្មើនឹង -12 ។

ចម្លើយ : បើ x ជាចំនួនទី 1 នោះ $x+2$ ជាចំនួនទី 2 និង $x+4$ ជាចំនួនទី 3 ។

គេបាន $x+(x+2)+(x+4)=-12$

$3x+6=-12$

$3x+6-6=-12-6$

$3x=-18$

$x=-6$

$x+2=-6+2=-4$

$x+4=-6+4=-2$ ។

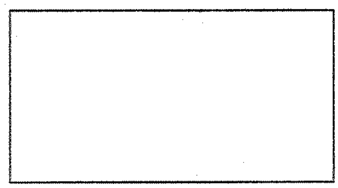
ដូចនេះ ចំនួនទាំងបីនោះគឺ -6 -4 និង -2 ។

7

លំហាត់គំរូទី 3 : ចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រស្មើនឹង $148cm$ ។ រកបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងនោះបើគេដឹងថា បណ្តោយមានប្រវែងស្មើនឹងបីដងទទឹងថែម $17cm$ ។

ចម្លើយ : បើ b ជាប្រវែងទទឹងនោះ

គេបានប្រវែងបណ្តោយ $a = 3b + 17$



បរិមាត្រ $P = 2b + 2a = 148$

ដូចនេះ $2b + 2(3b + 17) = 148$

$$2b + 6b + 34 = 148$$

$$8b + 34 = 148$$

$$8b = 148 - 34$$

$$8b = 114$$

$$b = \frac{114}{8}$$

$$a = 3b + 17$$

$$= 3\left(\frac{114}{8}\right) + 17$$

$a = \frac{478}{8} = 59.75cm$ និង $b = \frac{114}{8} = 14.25cm$

ដូចនេះ ទទឹងមានប្រវែង $14.25cm$ និងបណ្តោយមានប្រវែង $59.75cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $8 - 2(x + 1) = -3x + 1$

ខ. $\frac{5}{6}x + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}x$

គ. $-3(2n - 5) = \frac{1}{2}(-12n + 30)$

ឃ. $-3y + 5(6 - y) = 4(1 - 2y)$

ង. $\frac{3x}{4} - \frac{(x - 5)}{3} = \frac{x}{2}$

ច. $\frac{(y - 12)}{5} + \frac{3y}{4} = \frac{(y + 6)}{2}$ ។

1.3. សមីការដែលមានអង្គទី 1 ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 និងអង្គទី 2 ស្មើនឹងសូន្យ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយសមីការ $(a + 12)(a - 4) = 2a(a - 4)$

$(a + 12)(a - 4) = 2a(a - 4)$ អាចរសសេរ

$(a + 12)(a - 4) - 2a(a - 4) = 0$ លើកអង្គទី 2 មកអង្គទី 1 ដោយប្តូរសញ្ញា

$(a - 4)(a + 12 - 2a) = 0$ ដាក់ $(a - 4)$ ជាកត្តារួម

$(a - 4)(12 - a) = 0$ ក្នុងករណីនេះគេបានបម្លែងអង្គទី 1 នៃសមីការជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 ។

គេបាន $a-4=0$ នាំឱ្យ $a=4$

ឬ $12-a=0$ នាំឱ្យ $a=12$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $(a+12)(a-4)=2a(a-4)$ យក $a=4$ ជំនួស

គេបាន $(4+12)(4-4)=2\times 4(4-4)$

$0=0$ ពិត ។

យក $a=12$ ជំនួសក្នុងសមីការ

$(a+12)(a-4)=2a(a-4)$

គេបាន $(12+12)(12-4)=2\times 12(12-4)$

$192=192$ ពិត ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយពីរគឺ $a=4$ និង $a=12$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយសមីការ $x^2-9=0$

សមីការ $x^2-9=0$ អាចសរសេរ

$(x+3)(x-3)=0$ អង្គទី 1 នៃសមីការជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

គេបាន $x+3=0$ នាំឱ្យ $x=-3$

$x-3=0$ នាំឱ្យ $x=3$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : យក $x=-3$ ទៅជំនួសក្នុងសមីការ $x^2-9=0$

គេបាន $(-3)-9=0$

$0=0$ ពិត ។

យក $x=3$ ទៅជំនួសក្នុងសមីការ $x^2-9=0$

គេបាន $(3)^2-9=0$

$9-9=0$

$0=0$ ពិត ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយពីរគឺ $x=-3$ និង $x=3$ ។

ជាទូទៅ : - ផលគុណច្រើនកត្តាស្មើនឹងសូន្យ លុះត្រាតែកត្តាណាមួយនៃផលគុណនោះស្មើនឹងសូន្យ ។

- ចំពោះគ្រប់ចំនួនន a និង b បើ $ab=0$ នោះ $a=0$, $b=0$ ឬចំនួនណាមួយ a ឬ b ស្មើនឹងសូន្យ ។

លំហាត់គំរូទី 1 ៖ ដោះស្រាយសមីការ $(2x-1)^2 = (x+3)^2$ ។

ចម្លើយ ៖ $(2x-1)^2 = (x+3)^2$

$(2x-1)^2-(x+3)^2 = 0$ ប្រើរូបមន្ត $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ គេបាន

$(2x-1+x+3)(2x-1-x-3) = 0$

$(3x+2)(x-4) = 0$ គេបាន

$3x+2 = 0$ នាំឱ្យ $x = -\frac{2}{3}$

$x-4 = 0$ នាំឱ្យ $x = 4$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ៖ $(2x-1)^2 = (x+3)^2$ យក $x = -\frac{2}{3}$ ជំនួស

គេបាន $\left[\left(2\times\frac{2}{3}\right)-1\right]^2 = \left(-\frac{2}{3}+3\right)^2$

$\left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2$

$\frac{49}{9} = \frac{49}{9}$ ពិត ។

$(2x-1)^2 = (x+3)^2$ យក $x = 4$ ទៅជំនួស

គេបាន $(2\times4-1)^2 = (4+3)^2$

$7^2 = 7^2$

$49 = 49$ ពិត ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយពីរគឺ $x = -\frac{2}{3}$ និង $x = 4$ ។

សំគាល់ ៖ ចូរពិនិត្យការដោះស្រាយតាមរបៀបខាងក្រោម

គេមានសមីការ $(2x-1)^2 = (x+3)^2$ លុបស្វ័យគុណនៃអង្គទាំងពីរ គេបាន

$2x-1 = x+3$

$2x-1-x+3 = 0$

$x-4 = 0$ នាំឱ្យ $x = 4$

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = 4$ ។

- ការដោះស្រាយសមីការរបៀបនេះបាត់ចម្លើយមួយ ។ ដូចនេះការដោះស្រាយនេះមិនត្រឹមត្រូវទេ ។

លំហាត់គំរូទី 2 ៖ ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)-(x+1)(2x+1) = 0$ ។

ចម្លើយ : $(x+1)(x+2)-(x+1)(2x+1) = 0$ យក $(x+1)$ ជាកត្តារួម

គេបាន $(x+1)[(x+2)-(2x+1)] = 0$

$(x+1)(x+2-2x-1) = 0$

$(x+1)(1-x) = 0$

ដូចនេះ $x+1 = 0$ នាំឱ្យ $x = -1$

$1-x = 0$ នាំឱ្យ $x = 1$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : យក $x = -1$ និង $x = 1$ ទៅជំនួសសមីការ

$(x+1)(x+2)-(x+1)(2x+1) = 0$ គេបាន

$0 = 0$ ពិតទាំងពីរករណី ។

ដូចនេះ សមីការចម្លើយពីរគឺ $x = -1$ និង $x = 1$ ។

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $(a+3)^2-25 = 0$ ខ. $(3x+4)^2 = (x+1)^2$

គ. $b^2(3b+1) = 4(3b+1)$ ឃ. $8(x+1)^3 = 27(2x-1)^3$ ។

1.4. ចំណោទសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតគេត្រូវ

1. ជ្រើសរើសអញ្ញាតគឺ តាងអ្វីដែលត្រូវរកដោយអក្សរ ។
2. សរសេរសមីការគឺ បកស្រាយបំរាប់នៃចំណោទដោយសមីការ ។
3. ដោះស្រាយសមីការ គឺរកតម្លៃអញ្ញាត ។
4. ផ្ទៀងផ្ទាត់ : ត្រូវយកទៅផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនៃចំណោទទើបអាចយកជាចម្លើយ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ផលបូកបីចំនួនគត់តគ្នាស្មើនឹង 300 ។ រកចំនួនគត់នោះ ។

1. ជ្រើសរើសអញ្ញាត

តាង a ជាចំនួនទីមួយ ចំនួនទីពីរ គឺ $a+1$ និងចំនួនទីបី គឺ $a+2$ ។

2. សរសេរសមីការ

ដោយដឹងថាផលបូកនៃបីចំនួនគត់តគ្នាស្មើនឹង 300 គេបានសមីការ

$a+(a+1)+(a+2) = 300$ ។

3. ដោះស្រាយសមីការ

$a + a + 1 + a + 2 = 300$ លុបវង់ក្រចក

$3a + 3 = 300$

$3a + 3 - 3 = 300 - 3$ ដកអង្គទាំងពីរនឹង 3

$3a = 297$

$a = \frac{297}{3} = 99$ ។

ចំនួនទីពីរគឺ $a + 1 = 99 + 1 = 100$

ចំនួនទីបីគឺ $a + 2 = 99 + 2 = 101$ ។

4. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ

$a + (a + 1) + (a + 2) = 300$

$99 + (99 + 1) + (99 + 2) = 300$

$300 = 300$ ពិត

ដូចនេះ បីចំនួនដែលត្រូវរក គឺ99 100 និង 101 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ធីតា ជិះកង់មានល្បឿន 15km/h ហើយលក្ខិណាធ្វើដំណើរដោយថ្មើរជើងក្នុងល្បឿន 4km/h ។ អ្នកទាំងពីរចេញដំណើរពីផ្ទះក្នុងពេលជាមួយគ្នាឆ្ពោះទៅសាលារៀន ។ ធីតា ជិះកង់ដល់សាលារៀន ហើយត្រឡប់មកវិញដោយគ្មានឈប់សំរាក ។

អ្នកទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់បង្គោលគីឡូម៉ែត្រលេខ 10km (គិតពីផ្ទះទៅសាលារៀន) ។ រកចម្ងាយពីផ្ទះទៅសាលារៀន ។

1. ជ្រើសរើសអញ្ញាត

តាង x ជាចម្ងាយពីផ្ទះទៅសាលារៀន គិតជា km

2. សរសេរសមីការ

រយៈពេលលក្ខិណាធ្វើដំណើរដល់កន្លែងជួបគ្នា គឺ $\frac{10}{4}(h)$

រយៈពេលធីតាធ្វើដំណើរដល់កន្លែងជួបគ្នាគឺ $\frac{2x - 10}{15}(h)$ ព្រោះធីតាចរបានចម្ងាយ $2x - 10$ ។

ដោយរយៈពេលអ្នកទាំងពីរធ្វើដំណើរស្មើគ្នា គេបាន $\frac{10}{4} = \frac{2x - 10}{15}$ ។

3. ដោះស្រាយសមីការ

គុណអង្គទាំងពីរនិងភាគបែងរួមតូចបំផុត

គេបាន $\frac{10}{4} = \frac{2x - 10}{15}$

$$15 \times 10 = 4(2x - 10)$$

$$8x = 150 + 40$$

$$8x = 190$$

$$x = \frac{190}{8}$$

$x = 23.75$ ។

4. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ

ដោយ $\frac{10}{4} = 2.5$

ហើយ $\frac{2x - 10}{15} = \frac{2 \times 23.7 - 10}{15}$

$= 2.5$

ចម្លើយនេះផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនៃចំណោទ

ដូចនេះ ចម្ងាយពីផ្ទះទៅសាលារៀនគឺ $x = 23.75km$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចតុកោណកែងមួយមានទទឹង $2cm$ និងបណ្ដោយ $9cm$ ។ បើគេបង្កើនទទឹង $1cm$ និងបណ្ដោយ $x\ cm$ នោះគេសង្កេតឃើញថាផ្ទៃក្រឡាដែលបានកើនស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងមុន ។ គណនារង្វាស់ x ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង = បណ្ដោយ $\times$ ទទឹង

គេបាន $S = 2 \times 9 = 18$

បើគេបង្កើនទទឹង $1cm$ និងបណ្ដោយ $x\ cm$ នោះផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងថ្មីគឺ

$$(9 + x)(2 + 1) = 18 \times 2$$

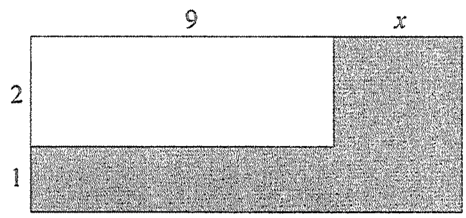
$$18 + 9 + 2x + x = 36$$

$$3x + 27 = 36$$

$$3x = 36 - 27$$

$$3x = 9$$

$x = 3$ ។



ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $3 \times 3 + 27 = 36$

$36 = 36$ ពិត ។

ដូចនេះ ប្រវែងដែលត្រូវរក $x = 3cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : កសិករមួយក្រុមកំពុងភ្ជួរស្រែប្រវាស់ដៃគ្នា ។ បើគេរាប់ទាំងគោនិងកសិករមានចំនួនសរុប 36 តែបើគេរាប់ជើងវិញឃើញមានចំនួន 100 ។ រកចំនួនកសិករនិងចំនួនគោ ។

ចម្លើយ : តាង m ជាចំនួនកសិករ ។ ដោយកសិករមានជើងពីរ គឺ $2m$

នោះចំនួនគោគឺស្មើនឹង $36-m$ ។ ដោយគោមានជើងបួនគឺ $4(36-m)$ ។

គេបាន $2m+4(36-m) = 100$

$$2m+144-4m = 100$$

$$-2m = 100-144$$

$$2m = 44 \quad (\text{គុណអង្គទាំងពីរនិង } -1)$$

$$m = \frac{44}{2}$$

$$m = 22$$ ។

ចំនួនគោ $36-22 = 14$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $22+14 = 36$

$$2\times 22+4(36-22) = 100$$

$$100 = 100$$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនកសិករ 22 នាក់និងចំនួនគោ 14 ក្បាល ។

ប្រតិបត្តិ : នៅពេលធ្វើតេស្តគណិតវិទ្យាក្នុងថ្នាក់មួយគេទទួលបានលទ្ធផលដូចតទៅ សិស្សធ្វើត្រូវគ្រប់សំណួរមានចំនួន $\frac{1}{3}$ នៃចំនួនសិស្សទាំងអស់ សិស្សធ្វើសំណួរបានពាក់កណ្តាលមានចំនួន $\frac{2}{5}$ នៃចំនួនសិស្សទាំងអស់និងសិស្សមិនបានធ្វើសោះមានចំនួន 8 នាក់ ។ រកចំនួនសិស្សទាំងអស់នៅក្នុងថ្នាក់រៀន ។

លំហាត់

1. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $2x+3=12$ ខ. $5x+18=67$ គ. $9x+29=78$ ឃ. $5a-12=35$

ង. $2x-3=11$ ច. $8b+16=120$ ឆ. $8y=25+3y$ ជ. $5m-2=7-4m$

ឈ. $3x+5=2x-3$ ញ. $2n+5=25$ ដ. $a+40=6a$ ឋ. $3x-2=-17$ ។

2. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $3(x-3)=12$ ខ. $3(x+4)=5x$ គ. $5(x-3)=5(3-x)$

ឃ. $4(a+6)=24a$ ង. $9(n-8)=-18n$ ច. $7(2t-3)=2(t+4)$

ឆ. $4(x-2)=3(x+1)$ ជ. $3z+10=2(z+3)$ ឈ. $2(x-3)=x(13-x)$ ។

3. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $\frac{3}{5}x-4=14$ ខ. $\frac{3}{2}b+\frac{1}{3}=8$ គ. $2x+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$

ឃ. $\frac{3a}{2}=9$ ង. $\frac{3m}{4}=15$ ច. $\frac{x}{4}=9-\frac{3x}{4}$ ។

4. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $x(x-3)=0$ ខ. $3x(x-8)=0$ គ. $12(x-27)=0$

ឃ. $(x-3)(2x-8)=0$ ង. $(3-x)(x+1)=0$ ច. $(x-12)(x-7)=0$

ឆ. $x^2-9=0$ ជ. $x^2+64=16x$ ឈ. $m^2+1=2m$

ញ. $(x-3)^2-4=0$ ដ. $4a^3-12a^2+8a=0$ ឋ. $4x^2(x+1)=9(x+1)$

ឌ. $(2x-3)^2=(2x-3)(x+1)$

ឍ. $x(x-3)(5x+3)=7(5x+3)$

ណ. $(x-7)^2=(5x-6)^2$ ។

5. នៅពេលដែលលោកគ្រូដាក់លំហាត់ឱ្យសិស្សធ្វើ វិបុលបានធ្វើលំហាត់ដូចតទៅ

គេឱ្យសមីការ $6m-15=10m-25$

ដាក់អង្គទាំងពីរជាផលគុណកត្តា $3(2m-5)=5(2m-5)$

ចែកអង្គទាំងពីរនិង $2m-5$ គេបាន $\frac{3\cancel{(2m-5)}}{\cancel{(2m-5)}}=\frac{5\cancel{(2m-5)}}{\cancel{(2m-5)}}$

$$3=5$$

តើវិបុលមានកំហុសត្រង់ណាក្នុងការដោះស្រាយសមីការ ចូររកកំហុសនោះ ?

6. ផលបូកប្រាំចំនួនគត់តគ្នាស្មើនឹង 520 ។ រកចំនួនគត់ទាំងប្រាំនោះ ។

7. អាយុមីងសំស្មើបីដងនៃអាយុស៊ីណាដែលជាកូនរបស់គាត់ ។ កាលណាស៊ីណាមានអាយុស្មើនឹងអាយុម្ដាយនាងសព្វថ្ងៃនេះ ផលបូកនៃអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើនឹង 112 ឆ្នាំ ។ រកអាយុរបស់មីងសំ ។

8. សូផាត មានអាយុ 51 ឆ្នាំ ហើយរស្មីមានអាយុ 21 ឆ្នាំ ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទៀតទើបសូផាតមានអាយុស្មើពីរដងនៃអាយុរស្មី ?

9. ថ្មើជើងម្នាក់ចេញដំណើរពីជើងភ្នំទៅកំពូលភ្នំនៅម៉ោង 7 ក្នុងល្បឿនមធ្យម 300m/h ។ ហើយគាត់ចុះពីភ្នំវិញក្នុងល្បឿនមធ្យម 450m/h មកដល់កន្លែងដើមវិញនៅវេលាម៉ោង 18h45mn ។នៅពេលដល់លើកំពូលភ្នំគាត់ឈប់សំរាកអស់រយៈពេល 4h15mn ។ រកចម្ងាយផ្លូវពីជើងភ្នំទៅដល់កំពូលភ្នំ ។

10. ស៊ីថាបានធ្វើដំណើរទៅហាត់ប្រាណនៅសួនមាត់ទន្លេ ស្រាប់តែជួបជាមួយនិងនារីដែលកំពុងហាត់ប្រាណក៏ស្រែកសួរថា "សួស្ដីមិត្តដែលហាត់ប្រាណទាំង 100 នាក់" ។ ពេលនោះនារីឆ្លើយប្រាប់ថា "ទេចំនួនក្រុមយើងមិនគ្រប់ 100 នាក់ទេ ។ ចំនួនក្រុមយើងបូកបន្ថែមនិងយើង រួចបន្ថែមចំនួនពាក់កណ្ដាលក្រុមយើង ហើយបន្ថែម $\frac{1}{4}$ នៃចំនួនក្រុមយើងរួមទាំងមិត្តសំឡាញ់ម្នាក់ទៀតទើបគ្រប់ចំនួន 100 នាក់" ។ គណនាសមាជិកក្នុងក្រុមរបស់នារី ។

មេរៀនទី

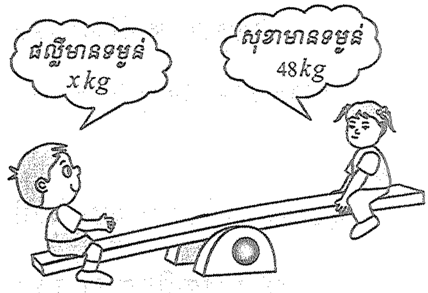
8 វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

វត្ថុបំណង

- ☐ កំណត់សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត
- ☐ ប្រើលក្ខណៈវិសមភាពក្នុងការដោះស្រាយវិសមីការ
- ☐ ដោះស្រាយចំណោទវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

1. វិសមីការដឺក្រេទី1 មានមួយអញ្ញាត

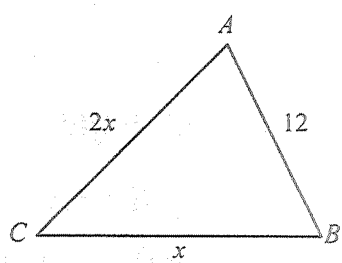
1.1. សញ្ញាណវិសមីការ



ឧទាហរណ៍ទី 1 : សុខាមានទម្ងន់ $48kg$ និង ផល្លីមានទម្ងន់ $x\,kg$ ។ តើ $x\,kg$ និង $48kg$ មានទំនាក់ទំនងគ្នាយ៉ាងដូចម្ដេច ? (មើលរូបខាងស្ដាំ)

$x\,kg > 48kg$ ឬ $x > 48$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានត្រីកោណ ABC (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។



គេដឹងថាផលបូកជ្រុងពីរនៃត្រីកោណធំជាងជ្រុងមួយទៀត ។

គេបាន $CA + CB > AB$ ឬ $AC + AB > BC$ ឬ $BA + BC > AC$

$2x + x > 12$ ឬ $2x + 12 > x$ ឬ $12 + x > 2x$ ។

តាមសំណេរខាងលើនេះហៅថា វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត x ។

ឧទាហរណ៍ទី3 : គេដឹងថាពីរដងនៃមួយចំនួនថែម 12 តូចជាង 27 ។ ចូររកចំនួននោះ ។

តាង m ជាចំនួនដែលត្រូវរក

គេបាន $2m + 12 < 27$ ជា វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

ចំណាំ : ឧទាហរណ៍ខាងលើក៏ពិតចំពោះសញ្ញា $\leq$ និង $\geq$ ដែរ ។

ដូចជា $3t + 7 \geq 0$; $5(2m - 7) \leq m + 3$ និង $8(a + 3) \leq 3(a + 1)$ ។

> *ជាទូទៅ :* វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត គឺជាវិសមីការដែលក្រោយពីបង្រួមរួច មានរាង $ax+b>0$ ឬ $ax+b<0$ ដែលអថេរ $a\neq 0$ ហើយ x ជាអញ្ញាត ។

លំហាត់គំរូ : គេមានកន្សោម $\frac{1-m}{2}+\frac{m+5}{6}>4-\frac{3m-7}{5}$ ។ បំប្លែងកន្សោមនេះឱ្យទៅជាវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតងាយមួយ ។

ចម្លើយ :

តម្រូវភាគបែងរួម(30)លើអង្គទាំងពីរគេបាន $\frac{15(1-m)}{2\times 15}+\frac{5(m+5)}{6\times 5}>\frac{4\times 30}{30}-\frac{6(3m-7)}{5\times 6}$

$$\frac{15-15m}{30}+\frac{5m+25}{30}>\frac{120}{30}-\frac{18m-42}{30}$$

គុណ 30 នឹងអង្គទាំងពីរគេបាន $\frac{\cancel{30}(15-15m)}{\cancel{30}}+\frac{\cancel{30}(5m+25)}{\cancel{30}}>\frac{\cancel{30}\times 120}{\cancel{30}}-\frac{\cancel{30}(18m-42)}{\cancel{30}}$

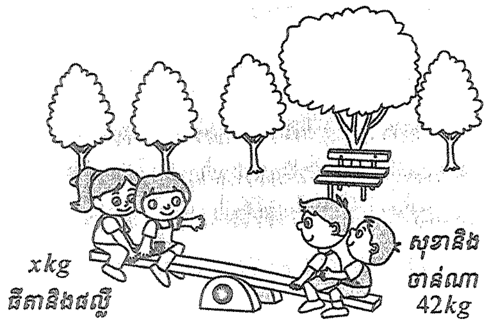
$15-15m+5m+25>120-18m+42$ (មិនបាច់ប្តូរសញ្ញានៃវិសមីការទេព្រោះ 30 ជាចំនួនវិជ្ជមាន) ។ លើកតួទាំងអស់នៃអង្គទី 2 មកអង្គទី 1

គេបាន $15-15m+5m+25-120+18m-42>0$ (គ្រប់តួដែលត្រូវប្តូរអង្គត្រូវប្តូរសញ្ញា)

$$8m-122>0$$

ដូចនេះ វិសមីការបង្រួមហើយគឺ $8m-122>0$ ។ ជាវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត m ។

ប្រតិបត្តិ : សុខានិងចាន់ណាមានទម្ងន់ $42kg$ ហើយធីតានិងផល្លីមានទម្ងន់ $x\ kg$ ។ តើ $x\ kg$ និង $42kg$ មានទំនាក់ទំនងគ្នាយ៉ាងដូចម្តេច ? (មើលរូបខាងស្តាំ) $42kg$ ▒ $x\ kg$ ។



1.2. វិសមីការសមមូល

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានវិសមីការ $3x-5>4$ (i) និង $9x-15>12$ (ii)

(i) ជំនួសតម្លៃ $x=4$ ក្នុងសមីការ $3x-5>4$

គេបានវិសមភាព $3\times 4-5>4$

$7>4$ ត្រឹមត្រូវ ។

គេថា $x=4$ ជាឫសរបស់វិសមីការ $3x-5>4$ ។

(ii) ជំនួសតម្លៃ $x=4$ ក្នុងសមីការ $9x-15>12$

គេបានវិសមភាព $9\times 4-15>12$

$21>12$ ឬ $7>4$ ត្រឹមត្រូវ ។

គេថា $x = 4$ ក៏ជាឫសរបស់វិសមីការ $3x - 5 > 4$ ដែរ ។

ដូចនេះ វិសមីការពីរមានសំណុំឫសដូចគ្នាហៅថា វិសមីការសមមូល ។ មានន័យថាគ្រប់ឫសនៃវិសមីការទីមួយ ក៏ជាឫសនៃវិសមីការទីពីរដែរ ហើយផ្ទុយមកវិញគ្រប់ឫសនៃវិសមីការទីពីរ ក៏ជាឫសនៃវិសមីការទីមួយដែរ ។

តាមលក្ខណៈវិសមភាព គេអាចទាញបានលក្ខណៈវិសមីការដូចតទៅ

- បើគេថែមមួយចំនួន ឬមួយពហុធាទៅលើអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការ គេបានវិសមីការមួយសមមូលនឹងវិសមីការដើម ។
- បើគេគុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនឹងមួយចំនួន វិជ្ជមាន គេបានវិសមីការមួយសមមូលនឹងវិសមីការដើម ។
- បើគេគុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនឹងមួយចំនួន អវិជ្ជមាន ហើយប្តូរសញ្ញានៃវិសមីការ គេបានវិសមីការមួយសមមូលនឹងវិសមីការដើម ។

លំហាត់គំរូ : គេមានកន្សោម $\frac{a}{2} + 1 > 2a - 1$ និង $2 > a - 2$ ។ បង្ហាញថាវិសមីការទាំងពីរសមមូលគ្នា ។

ចម្លើយ : បើយើងជំនួសតម្លៃ $a = 1$ ក្នុងវិសមីការ $\frac{a}{2} + 1 > 2a - 1$

គេបានវិសមភាព $\frac{1}{2} + 1 > 2 \times 1 - 1$

តម្រូវភាគបែងអង្គទី 1 $\frac{3}{2} > 1$ ត្រឹមត្រូវ ។

គេថា $a = 1$ ជាឫសរបស់វិសមីការខាងលើ ។

ជំនួសតម្លៃ $a = 1$ ក្នុងវិសមីការ $2 > a - 2$

គេបានវិសមភាព $2 > 1 - 2$

$2 > -1$ ត្រឹមត្រូវ ។

គេថា $a = 1$ ក៏ជាឫសរបស់វិសមីការ $2 > a - 2$ ដែរ ។

ដូចនេះ វិសមីការទាំងពីរមានសំណុំឫស $a = 1$ ដូចគ្នាជា វិសមីការសមមូលគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ : ស្រាយបញ្ជាក់ថាវិសមីការ $4x - \frac{x}{3} < 1 - \frac{x}{2}$ និង $\frac{x}{6} - 1 < -4x$ សមមូលគ្នា ។

2. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

2.1. ដោះស្រាយវិសមីការដោយប្រើវិធីបូកនិងវិធីដក

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយវិសមីការ $x-15>18$ ។

គេមាន $x-15>18$

$x-15+15>18+15$ (បូកអង្គទាំងពីរនិង 15)

គេបាន $x>33$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមាន ឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលធំជាង 33 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយវិសមីការ $y+3>65$ ។

$y+3-3>65-3$ (បូកអង្គទាំងពីរនិង -3)

$y>62$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $y+3>65$ បើ $y = 65$

$65+3>65$

$68>65$ ពិត

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ y ដែលធំជាង 62 ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : ដោះស្រាយវិសមីការ $8y+3>9y-14$ ។

គេមាន $8y+3>9y-14$

$8y+3-8y>9y-14-8y$ (ដកអង្គទាំងពីរនិង $8y$)

$3>y-14$

$3+14>y-14+14$ (បូកអង្គទាំងពីរនិង 14)

គេបាន $17>y$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ y ដែលតូចជាង 17 ។

ជាទូទៅ : គ្រប់ចំនួន a , b និង c

1. បើ $a>b$ នោះ $a+c>b+c$ និង $a-c>b-c$ ។
2. បើ $a<b$ នោះ $a+c<b+c$ និង $a-c<b-c$ ។

សំគាល់ : ដែលហៅថាឫសនៃវិសមីការគឺ គ្រប់តម្លៃលេខនៃអញ្ញាតដែលនាំឱ្យវិសមីការទៅជាវិសមភាពពិត ។ "ដោះស្រាយវិសមីការគឺរកគ្រប់ឫសរបស់វិសមីការ មានន័យថារកតម្លៃនៃអញ្ញាតដែលនាំឱ្យវិសមីការទៅជាវិសមភាពពិត" ។ ដើម្បីដោះស្រាយវិសមីការ គេអាចប្រើលក្ខណៈវិសមភាពដែលអាចប្រមូលគ្រប់តួទាំងអស់មកដាក់នៅអង្គទីមួយ ហើយអង្គទីពីរស្មើសូន្យ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ដោះស្រាយវិសមីការ $m+4>87$ និងបកស្រាយតាមបន្ទាត់ចំនួន ។

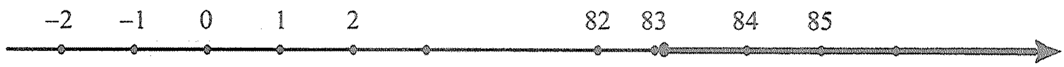
ចម្លើយ : គេមាន $m+4>87$

$m+4-4>87-4$ (បូកអង្គទាំងពីរនិង -4)

$m>83$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ m ដែលធំជាង 83 ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន



ចម្លើយរបស់វិសមីការនៅលើបន្ទាត់ចំនួនគឺជាបន្ទាត់ដិតខ្មៅ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ដោះស្រាយវិសមីការ $5m-4\ge 4m+11$ និងបកស្រាយតាមបន្ទាត់ចំនួន ។

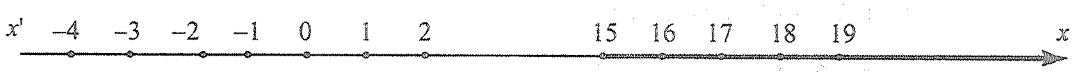
ចម្លើយ : គេមាន $5m-4\ge 4m+11$

លើកតួដែលជាប់អញ្ញាត m ពីអង្គទី 2 មកអង្គទី 1 ដោយប្តូរសញ្ញាគេបានសមីការថ្មីសមមូលនិងវិសមីការដើម $5m-4m\ge 11+4$

$m\ge 15$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ a ដែលធំជាង ឬស្មើនឹង 15 ។

បកស្រាយចម្លើយតាមបន្ទាត់ចំនួន



ចម្លើយរបស់វិសមីការនៅលើបន្ទាប់ចំនួនគឺជាបន្ទាត់ដិតខ្មៅ ។

ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយវិសមីការនិងបកស្រាយចម្លើយតាមបន្ទាត់ចំនួន ។

ក. $3(x-2)\ge 2x+5$

ខ. $2x<2(x+1)$ ។

2.2. ដោះស្រាយវិសមីការដោយប្រើវិធីគុណនិងវិធីចែក

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយវិសមីការ $3+\frac{x}{4}<19$ ។

គេមាន $3+\frac{x}{4}<19$

$3+\frac{x}{4}-3<19-3$ (ដកអង្គទាំងពីរនិង 3)

$\frac{x}{4}<16$

$4\times\frac{x}{4}<19\times 4$ (គុណអង្គទាំងពីរនិង 4)

$x<76$ ។ ដូចនេះ វិសមីការមានឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលតូចជាង 76 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{1-m}{2}+\frac{m+5}{6}>4-\frac{3m-7}{5}$

តម្រូវភាគបែងរួម(30)នៅអង្គទាំងពីរគេបាន $\frac{15(1-m)}{2\times 15}+\frac{5(m+5)}{6\times 5}>\frac{4\times 30}{30}-\frac{6(3m-7)}{5\times 6}$

$\frac{15-15m}{30}+\frac{5m+25}{30}>\frac{120}{30}-\frac{18m-42}{30}$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 30 គេបាន $\frac{\cancel{30}(15-15m)}{\cancel{30}}+\frac{\cancel{30}(5m+25)}{\cancel{30}}>\frac{\cancel{30}\times 120}{\cancel{30}}-\frac{\cancel{30}(18m-42)}{\cancel{30}}$

$15-15m+5m+25>120-18m+42$ (មិនប្តូរសញ្ញានៃវិសមីការទេព្រោះ 30 ជាចំនួនវិជ្ជមាន)

លើកតួទាំងអស់នៃអង្គទី 2 មកអង្គទី 1

គេបាន $15-15m+5m+25-120+18m-42>0$ (គ្រប់តួដែលត្រូវប្តូរអង្គត្រូវប្តូរសញ្ញា)

$8m-122>0$

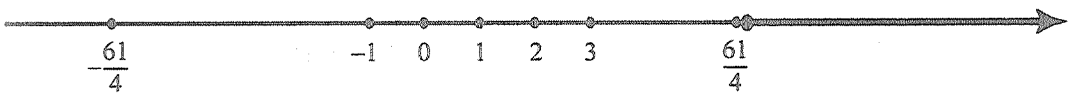
បូកអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនិង 122 គេបាន $8m-122+122>0+122$

$8m>122$

$m>\frac{122}{8}$ ឬ $m>\frac{61}{4}$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលធំជាង $\frac{61}{4}$ ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន



ចម្លើយរបស់វិសមីការនៅលើបន្ទាត់ចំនួនគឺជាបន្ទាត់ដិតខ្មៅ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់ចំនួន a , b និង c

1. បើ c ជាចំនួនវិជ្ជមានហើយ $a>b$ នោះ $ac>bc$ ។

   បើ c ជាចំនួនវិជ្ជមានហើយ $a<b$ នោះ $ac<bc$ ។

2. បើ c ជាចំនួនអវិជ្ជមានហើយ $a>b$ នោះ $ac<bc$ ។

   បើ c ជាចំនួនអវិជ្ជមានហើយ $a<b$ នោះ $ac>bc$ ។

ការណែនាំ : ដើម្បីដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតគេត្រូវ

- តម្រូវភាគបែងរួមតូចបំផុតបើអាច ។
- លុបភាគបែងរួម ហើយទុកទិសដៅវិសមីការ បើភាគបែងជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយប្តូរទិសដៅវិសមីការ បើភាគបែងជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។
- លើតួទាំងអស់ដែលមានអញ្ញាតមកអង្គទី 1 ហើយតួដែលគ្មានអញ្ញាតមកអង្គទី 2 (ដោយប្តូរសញ្ញាតួនោះ) ។
- ចែកអង្គទាំងពីរនឹងមេគុណ (ខុសពីសូន្យ) នៃអញ្ញាត បើលេខមេគុណជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយប្តូរទិសដៅវិសមីការ បើលេខមេគុណជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ដោះស្រាយវិសមីការ $3x-\frac{x}{3}+\frac{x}{2}>1$ ។

ចម្លើយ : ក្នុងការដោះស្រាយវិសមីការនេះគេអាចគណនាដោយខ្លី

គេមាន $3x-\frac{x}{3}+\frac{x}{2}>1$ តម្រូវភាគបែងរួម

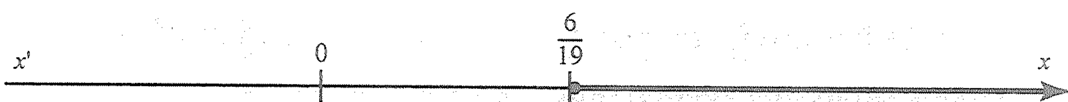
$$\frac{18x-2x+3x}{6}>\frac{6}{6}$$

$$19x>6$$

$$x>\frac{6}{19}$$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលធំជាង $\frac{6}{19}$ ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន



លំហាត់គំរូទី 2 : ដោះស្រាយវិសមីការ $5(x-3)-9\ge 4(x-3)+7x$ ។

ចម្លើយ : $5(x-3)-9\ge 4(x-3)+7x$

$5x-15-9\ge 4x-12+7x$ (ពន្លាតអង្គទាំងពីរ)

$5x - 24 \geq 11x - 12$

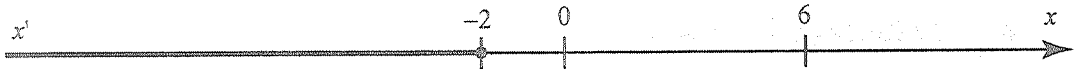
$5x - 11x > 24 - 12$

$-6x \geq 12$ (ចែកអង្គទាំងពីរនិង -6 ប្តូរទិសដៅ)

គេបាន $x \leq -2$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលតូចជាង ឬស្មើ -2 ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន



លំហាត់គំរូទី3 : ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{5}{9} < x - \frac{x}{6} + \frac{1}{2}$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{5}{9} < x - \frac{x}{6} + \frac{1}{2}$

$$\frac{9x + 6x + 10}{18} < \frac{18x - 3x + 9}{18}$$

$$9x + 6x + 10 < 18x - 3x + 9$$

$$9x + 6x - 18x + 3x < 9 - 10$$

$0x < -1$ គ្មានចំនួនណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមីការនេះទេ ។

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានចម្លើយ ។

ចំពោះវិសមីការគ្មានចម្លើយ គេមិនចាំបាច់បកស្រាយតាមបន្ទាត់ចំនួនទេ ។

លំហាត់គំរូទី4 : ដោះស្រាយវិសមីការ $(2m - 5)(3m + 1) + 15m < 2(m + 3) + 6m^2 + 10$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $(2m - 5)(3m + 1) + 15m < 2(m + 3) + 6m^2 + 10$

$$6m^2 + 2m - 15m - 5 + 15m < 2m + 6 + 6m^2 + 10$$

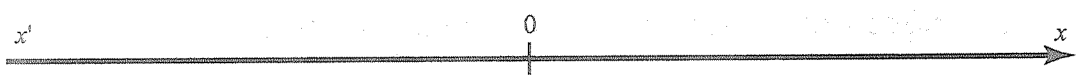
$$6m^2 + 2m - 5 < 6m^2 + 2m + 16$$

$$6m^2 + 2m - 6m^2 - 2m < 16 + 5$$

$$0m < 21$$

ដូចនេះ វិសមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់តម្លៃ x ។ វិសមីការមានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន បន្ទាត់ទាំងមូលជាបន្ទាត់ដិត



ប្រតិបត្តិ : ដោះស្រាយវិសមីការនិងបកស្រាយចម្លើយតាមបន្ទាត់ចំនួន

ក. $2(3-3)+x-4 \geq 5(x+1)$

ខ. $4(2-x) \leq 3x+8-7x$

គ. $3x-\frac{x}{3}-\frac{x}{3}<1$

ឃ. $\frac{1}{3}+2t \geq 3-\frac{t}{2}$

ង. $\frac{5a}{7}-\frac{13}{21}-\frac{a}{15} \leq \frac{9}{25}-\frac{2a}{25}$

ច. $\frac{3(m+1)}{8}<3-\frac{m-1}{4}$ ។

3. ចំណោទវិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទវិសមីការដឺក្រេទី 1 គេត្រូវ

1. ជ្រើសរើសអញ្ញាត ដើម្បីឱ្យគេរកបានចម្លើយនៃចំណោទ ។
2. សរសេរវិសមីការ គឺបកស្រាយបំរាប់នៃចំណោទដោយវិសមភាពមួយ ។
3. ដោះស្រាយវិសមីការ គឺរកគ្រប់តម្លៃនៃអញ្ញាត ។

ឧទាហរណ៍ : រកចំនួនគត់ដោយដឹងថា $\frac{1}{2}$ នៃចំនួននោះថែម 3 ធំជាង 7 ។

1. ជ្រើសរើសអញ្ញាត

   តាង x ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

2. សរសេរវិសមីការ

   ដោយដឹងថា $\frac{1}{2}$ នៃចំនួននោះថែម 3 ធំជាង 7

   គេបាន $\frac{x}{2}+3>7$ ។

3. ដោះស្រាយវិសមីការ

   គេមាន $\frac{x}{2}+3>7$

   $\frac{x}{2}+3-3>7-3$ (បូកអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនិង -3)

   $\frac{x}{2}>4$

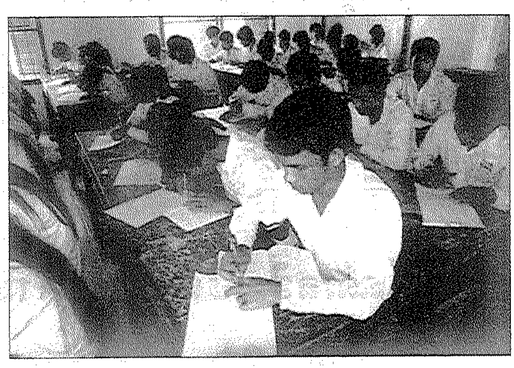
   $\cancel{2}\times\frac{x}{\cancel{2}}>4\times 2$ (គុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនឹង 2)

   $x>8$

ដូចនេះ វិសមីការនេះមានឫសគ្រប់តម្លៃ x ដែលធំជាង 8 ។

បកស្រាយចម្លើយវិសមីការតាមបន្ទាត់ចំនួន

លំហាត់គំរូ : នៅពេលធ្វើតេស្តលើមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរនិងប្រវត្តវិទ្យា សារ៉ុមធ្វើបានពិន្ទុ 82 និង 89 ។ តើសារ៉ុម ត្រូវការពិន្ទុលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យបានមធ្យមនៃពិន្ទុដែលធ្វើតេស្តទាំងបីមុខវិជ្ជាយ៉ាងតិច 90 ពិន្ទុ ។



ចម្លើយ : តាង m ជាពិន្ទុគណិតវិទ្យា ដោយពិន្ទុទាំងបីមុខវិជ្ជាមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិច 90 ពិន្ទុ ។

គេបាន $\frac{82+89+m}{3} \geq 90$

$$\frac{3(82+89+m)}{3} \geq 90 \times 3$$

$$82+89+m \geq 270$$

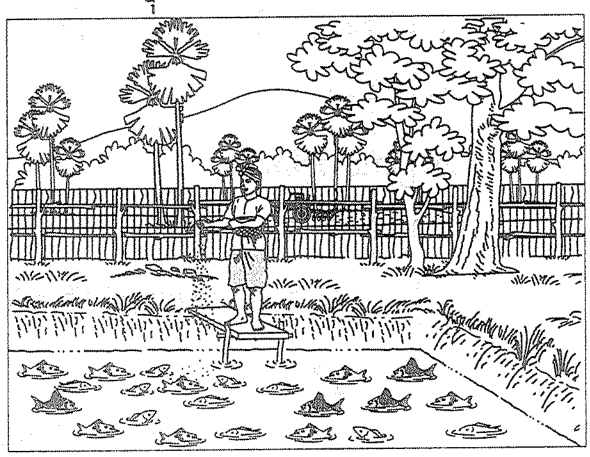
$$171+m \geq 270$$

$$171-171+m \geq 270-171$$ (បូកអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនិង (-171))

$$m \geq 99$$

ដូចនេះ សារ៉ុមត្រូវការពិន្ទុគណិតវិទ្យាយ៉ាងតិច 99 ពិន្ទុ ។

ប្រតិបត្តិ : កសិដ្ឋានចិញ្ចឹមត្រីមួយកន្លែងបានលែងកូនត្រីបួនប្រភេទ ដែលមានចំនួន 8 900 ក្បាល 9 200 ក្បាល និង 9 000 ក្បាល ។ តើគេត្រូវការលែងកូនត្រីចុងក្រោយប៉ុន្មានក្បាលទៀត ដើម្បីឱ្យបានមធ្យមនៃកូនត្រីទាំងបួនមុខយ៉ាងច្រើន 9 000 ក្បាល ។



លំហាត់

1. ដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $-3x+5 \geq x-1$ ខ. $10x+7<2x-5$

គ. $5x-6<5x-1$ ឃ. $7+6x<6x-1$

ង. $x+5 \leq x+7$ ច. $2(x+3)<2x+1$

ឆ. $2.3m+0.75 \geq 4.2$ ជ. $4.4-1.3t<5.05$ ។

2. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយលើបន្ទាត់ចំនួន

ក. $7a>-21$ ខ. $-3x-6<0$

គ. $3x-1 \geq 5$ ឃ. $6-\dfrac{5x-2}{4}<7x+12$

ង. $3x-20<7x+4$ ច. $\dfrac{m-1}{3} \geq 6$

ឆ. $8+\dfrac{6m}{5} \leq \dfrac{8m}{5}+12$ ជ. $\dfrac{3x-6}{54}<\dfrac{2x+2}{54}$ ។

3. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយលើបន្ទាត់ចំនួន

ក. $2x+7>3x-2$ ខ. $3x-\dfrac{x}{2}<1+\dfrac{x}{3}$

គ. $\dfrac{m}{2}+\dfrac{m}{3}+2m>3$ ឃ. $\dfrac{m-1}{4}-3<\dfrac{3(m+1)}{8}$

ង. $\dfrac{5(x+1)}{6}--1<\dfrac{9x+1}{3}-\dfrac{8x+1}{4}$ ច. $2+\dfrac{3(m+1)}{8}<3-\dfrac{m-1}{4}$

ឆ. $\dfrac{3x-1}{4}-\dfrac{13-x}{2}<\dfrac{7x}{3}-\dfrac{11(x+3)}{6}$ ជ. $\dfrac{2x}{25}-\dfrac{9}{25}<\dfrac{13}{21}+\dfrac{5x}{7}-\dfrac{x}{15}$ ។

4. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយលើបន្ទាត់ចំនួន

ក. $x-3 \leq 7$ ខ. $x-5<5$ គ. $x+30>50$

ឃ. $x+\dfrac{3}{4}>\dfrac{3}{4}$ ង. $-\dfrac{2}{7}t \geq \dfrac{2}{7}$ ច. $-\dfrac{3}{11}q \leq \dfrac{3}{22}$

ឆ. $2x-5+3x>-5x+15$ ជ. $y+3(2y+1) \leq 12+y$

ឈ. $x+1.5 \geq 0.5$ ញ. $x-100 \geq 200$

ដ. $2+3x<2x+1$ ឋ. $-5+6m \geq 5m+2$

ណ. $3a-5+2a-7 \leq 8a+a-12+2$ ។

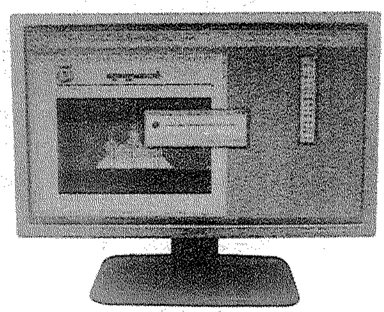
5. ផលដករវាង 2 និងមួយចំនួនធំជាងផលបូករវាង 3 និងពីរដងនៃចំនួននោះ ។ ចូររកចំនួនទាំងអស់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់បំរាប់ខាងលើ ។

6. ក្រុមហ៊ុនទេសចរណ៍មួយបាននាំភ្ញៀវទៅទស្សនានៅប្រាសាទអង្គរវត្តចំនួនបីលើក ។ លើកទីមួយមានចំនួន 120 នាក់និងលើកទីពីរមានចំនួន 210 នាក់ ។ តើក្រុមហ៊ុនទេសចរណ៍នោះ ត្រូវនាំភ្ញៀវទេសចរណ៍លើកទីបីប៉ុន្មាននាក់ទៀត ដើម្បីឱ្យបានមធ្យមនៃការនាំភ្ញៀវយ៉ាងតិចបានចំនួន 140 នាក់ ?

7. ឡារីបានទទួលពិន្ទុ 82% 91% និង 84% ក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យាបីខែដំបូង ។ រកពិន្ទុរបស់នាងដែលទទួលបានសម្រាប់ខែទីបួនដើម្បីឱ្យការប្រឡងទាំងបួនលើកមានមធ្យមភាគនៅចន្លោះ 80% និង 89% ។

8. ហាងលក់មួកសុវត្ថិភាពមួយកន្លែងបានទិញមួកនីមួយៗ ថ្លៃ 55 000 រៀលនិងថ្លៃដឹកជញ្ជូនអស់ប្រាក់ 250 000 រៀល ។ បើហាងនោះលក់មួកចេញវិញមួយថ្លៃ 80 000 រៀល តើហាងនោះត្រូវការទិញមួកចំនួនប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យបានប្រាក់ចំណេញយ៉ាងតិចបំផុត 800 000 រៀល ?

9. អេក្រង់កុំព្យូទ័រមួយមានទទឹងប្រវែង 20cm ខ្លីជាងពីរដងនៃប្រវែងបណ្ដោយ ។ រកប្រវែងវិមាត្រអប្បបរមាគិតជា cm នៃអេក្រង់កុំព្យូទ័រនោះ ។



មេរៀនទី

9 ប្លង់កូអរដោនេនិងក្រាប

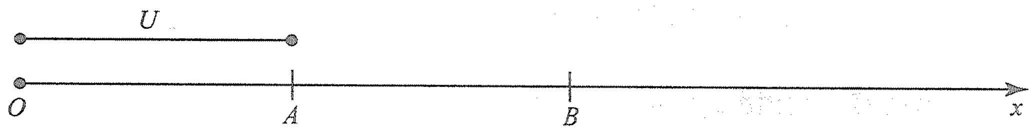
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ប្លង់កូអរដោនេ
- ❑ រកកូអរដោនេនៃចំណុចនិងដៅចំណុចដោយស្គាល់កូអរដោនេ
- ❑ សង់ក្រាបនៃបន្ទាត់បានត្រឹមត្រូវ ។

1. ប្លង់កូអរដោនេ

1.1. សញ្ញាណកូអរដោនេ

គេមានកន្លះបន្ទាត់ Ox ដែលមាន u ជាប្រវែងឯកតា យើងអាចស្គាល់ទីតាំងនៃចំណុច A នៅលើកន្លះបន្ទាត់ Ox បានយ៉ាងច្បាស់ បើគេប្រាប់ប្រវែង OA ។ ផ្ទុយទៅវិញបើគេប្រាប់ប្រវែង OA នោះគេអាចដៅចំណុច A បាន ។



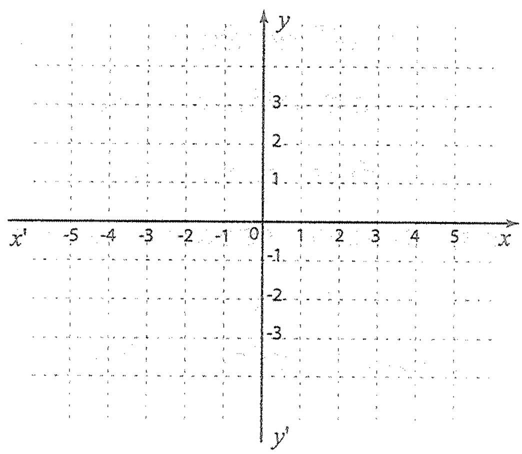
1.2. កូអរដោនេនៃចំណុចមួយក្នុងប្លង់

ឧទាហរណ៍ទី1 : នៅក្នុងប្លង់ P គេគូសអ័ក្ស $x'Ox$ និង $y'Oy$ កែងគ្នាត្រង់ O ។

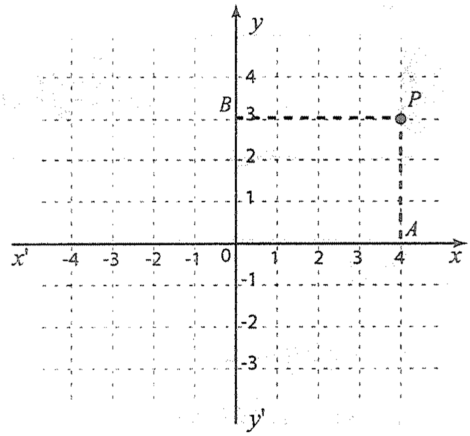
អ័ក្សដេក $x'Ox$ មានទិសដៅពីឆ្វេងទៅស្តាំហៅថា **អ័ក្សអាប់ស៊ីស** ។

អ័ក្សឈរ $y'Oy$ មានទិសដៅពីក្រោមទៅលើហៅថា **អ័ក្សអរដោនេ** ។

ចំណុចប្រសព្វ O ជាគល់រួមនៃអ័ក្សទាំងពីរ ។



ឧទាហរណ៍ទី 2 : នៅលើអ័ក្ស $x'Ox$ គេយកចំណុច $A(4)$ និងនៅលើអ័ក្ស $y'Oy$ យកចំណុច $B(3)$ ។



នៅលើអ័ក្ស $x'Ox$ ត្រង់ចំណុច $A = 4$ យើងគូសបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $y'Oy$ ។

នៅលើអ័ក្ស $y'Oy$ ត្រង់ចំណុច $B = 3$ យើងគូសបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $x'Ox$ ។ បន្ទាត់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច P ។

គេថា ចំណុច P មានកូអរដោនេ $(4 , 3)$ ។

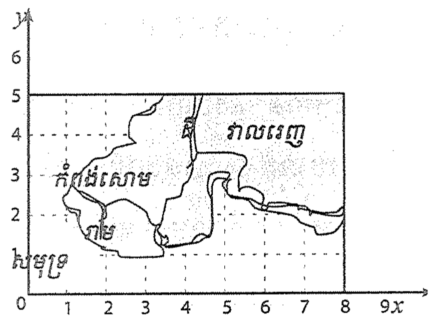
គេសរសេរ $P(4 , 3)$ {4 ហៅថា អ័ក្សអាប់ស៊ីស ។
3 ហៅថា អ័ក្សអរដោនេ ។

ឧទាហរណ៍ទី3 : តើចំណុចខាងក្រោមឋិតនៅលើផ្ទៃដី ឬនៅក្នុងសមុទ្រ ?

$A(1 , 4)$ $B(6 , 1)$

$C(2 , 2)$ $D(3 , 5)$

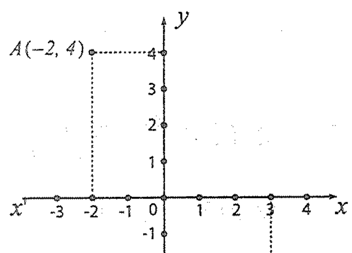
$E(6 , 3)$ $F(4 , 2)$



គេបាន C , E , F នៅលើផ្ទៃដី ។

A , B , D នៅលើផ្ទៃសមុទ្រ ។

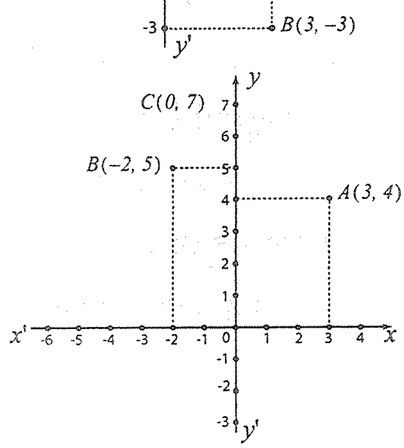
ឧទាហរណ៍ទី4 : ដៅចំណុច $A(-2 , 4)$ និង $B(3 , -3)$ ក្នុងប្លង់កូអរដោនេ ។ គេបានរូបដូចខាងស្តាំ ។



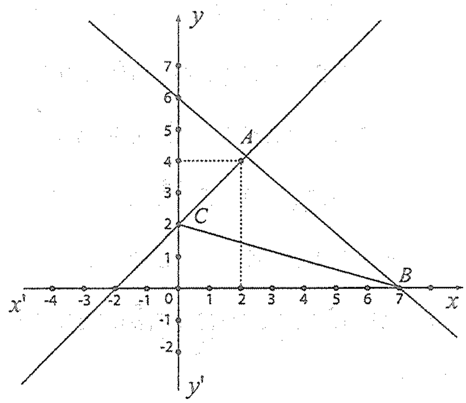
ចំណាំ : នៅក្នុងវង់ក្រចកចំនួនទីមួយនៅលើអ័ក្ស $x'Ox$ ហើយចំនួនទីពីរនៅលើអ័ក្ស $y'Oy$ ។ ការរកទីតាំងនៃចំណុចមានន័យថា ដៅចំណុចនៅក្នុងប្លង់ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ដោយយក $1cm$ ជារង្វាស់ឯកតានៅលើអ័ក្ស $x'Ox$ និង $y'Oy$ ដៅចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $A(3 ,4)$ $B(-2 ,5)$ $C(0 ,7)$ ។

ចម្លើយ : តាមបំរាប់ខាងលើយើងបានរូបដូចខាងស្តាំនេះ ។



លំហាត់គំរូទី 2 : រកកូអរដោនេនៃត្រីកោណ ABC (តាមរូបខាងស្តាំ) ។ ដោយប្រើបន្ទាត់កែងផ្ទៀងផ្ទាត់ ចូរប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណនោះ ។



ចម្លើយ :

ចំណុច A មានកូអរដោនេ $(2 , 4)$ ។

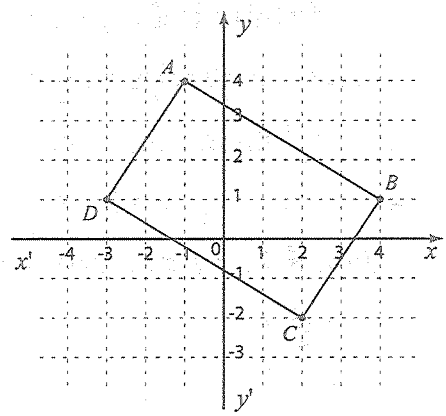
ចំណុច B មានកូអរដោនេ $(7 , 0)$ ។

ចំណុច C មានកូអរដោនេ $(0 , 2)$ ។

ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

លំហាត់គំរូទី 3 : រកកូអរដោនេនៃកំពូលចតុកោណកែង $ABCD$ (តាមរូបខាងក្រោម) ។

ចម្លើយ : តាមកំពូលចតុកោណ $ABCD$ គូសបន្ទាត់ស្របនិងអ័ក្សទាំងពីរ ។



គេបាន $A(-1 , 4)$

$B(4 , 1)$

$C(2 , -2)$

$D(-3 , 1)$ ។

ប្រតិបត្តិ : ដោយយក $\frac{1}{2}$ ជារង្វាស់ឯកតាលើអ័ក្សទាំងពីរ $x'Ox$ និង $y'Oy$ ដៅចំណុចកូអរដោនេដូចតទៅ

$A : x = 5 \ , y = 3$ $\quad$ $B : x = -2 \ , y = 4$ $\quad$ $C : x = -4 \ , y = -2$

$D : x = 0 \ , y = 5$ $\quad$ $E : x = 5 \ , y = -3$ $\quad$ $F : x = 3 \ , y = 0$ ។

2. ក្រាប

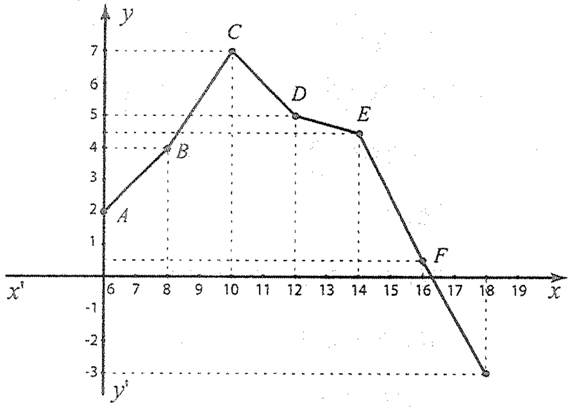
ឧទាហរណ៍ : តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីបំរែបំរួលសីតុណ្ហភាពក្នុងតំបន់មួយនៅរដូវត្រជាក់ ។

រយៈពេល	6h	8h	10h	12h	14h	16h	18h
សីតុណ្ហភាព	2°C	4°C	7°C	5°C	4.5°C	0.5°C	–3°C

នៅលើក្រដាសមីលីម៉ែត្រយើងគូសអ័ក្សអរដោនេ $x'Ox$ និង $y'Oy$ កែងគ្នា ។

បើយើងយកឯកតា 0.5*cm* តាងរយៈពេល 1*h* នៅលើអ័ក្ស *x'Ox* ហើយ 0.5*cm* តាងមួយអង្សាសេ នៅលើអ័ក្ស *y'Oy* ។

ក្រិតអ័ក្ស *x'Ox* ចាប់ពីចំណុច *O* គិតពីម៉ោង 6*h* ដល់ម៉ោង 18*h* ហើយនៅលើអ័ក្ស *y'Oy* យកសីតុណ្ហភាពត្រូវគ្នានិងរយៈពេលនោះ ។



យើងបានទំហំពីរទាក់ទងគ្នាគឺ សីតុណ្ហភាពប្រែប្រួលទៅតាមរយៈពេល មានទាំងអស់ប្រាំពីរចំណុច យើងគូសភ្ជាប់ចំណុចទាំងនេះរៀងគ្នាដោយអង្កត់ ។ យើងបានខ្សែកាច់មួយដែលឱ្យរូបភាពយ៉ាងច្បាស់អំពីបំរែបំរួលនៃសីតុណ្ហភាព ។

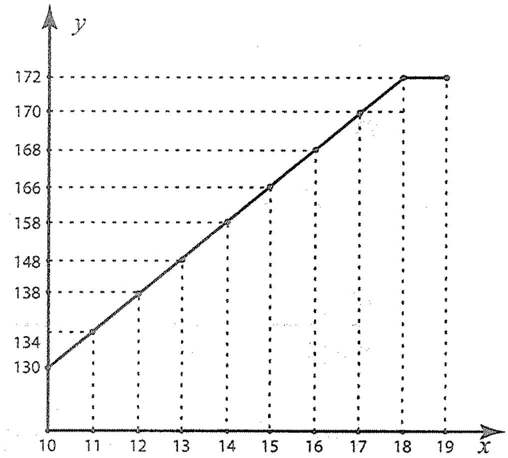
សំគាល់ : នៅក្នុងចម្លើយតាមក្រាបអាចមានល្អៀងបន្តិចបន្តួច ។ ដូច្នេះគេអាចប្រើគំនូសតាងក្រាបសម្រាប់ប្រើក្នុងសំណួរផ្សេងៗទៀតដូចជា ខ្សែកោងតាងឱ្យបាតុភូតរូបវិទ្យា(រលាយ កំណក បំរែបំរួលអាកាសធាតុ ...) ក្រាបរូបជីវសាស្ត្រ (ខ្សែកោងទម្ងន់ កម្ពស់ក្មេង សីតុណ្ហភាពអ្នកជំងឺ ...) ។

លំហាត់គំរូទី 1 : តារាងខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃការអង្កេតវាស់កម្ពស់សិស្សម្នាក់ក្នុងរយៈពេល 10 ឆ្នាំ ។

អាយុ (ឆ្នាំ)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
កម្ពស់ (m)	130	134	138	148	158	166	168	170	172	172

ចូរសង់ក្រាបតាងអាយុនិងកម្ពស់សិស្សខាងលើ ។

ចម្លើយ : យើងមានទំហំពីរទាក់ទងគ្នាគឺ អាយុនិងកម្ពស់ដោយយកអ័ក្សអាប់ស៊ីស 1*cm* សម្រាប់អាយុមួយឆ្នាំនិងអ័ក្សអរដោនេ 1*cm* កម្ពស់ 5*cm* ហើយគល់ *O* ត្រូវគ្នានិងអាយុ 10 ឆ្នាំ និងកម្ពស់ 130*cm* នោះគេបានក្រាបដូចរូបខាងស្តាំ ។

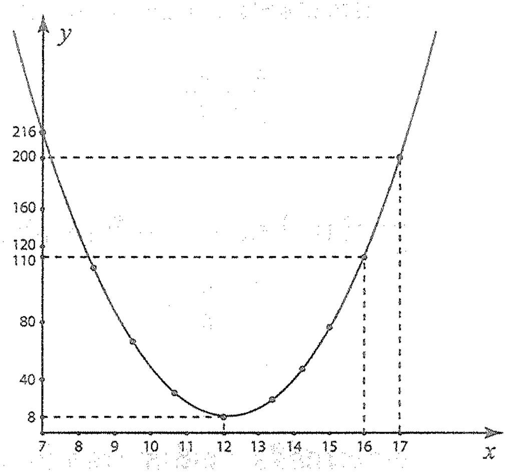


លំហាត់គំរូទី 2 : នៅពេលសិក្សាគ្រូបានឱ្យសិស្សមួយក្រុមចាំវាស់ស្រមោលបង្គោលដងទង់ជាតិក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោងវាស់ម្តងហើយទទួលបានតារាងលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។ ចូរសង់ក្រាបតារាងស្រមោលខាងក្រោម ។

រយៈពេល (t)	$7h$	$8h$	$9h$	$10h$	$11h$	$12h$	$13h$	$14h$	$15h$	$16h$	$17h$
ប្រវែងស្រមោល(cm)	216	112	72	46	30	8	20	44	76	110	200

ចម្លើយ : យើងមានទំហំពីរទាក់ទងគ្នា គឺជាប្រវែងស្រមោលដែលប្រែប្រួលទៅតាមរយៈពេល ។

តាង $7h$ នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ($1cm$ ឯកតាសម្រាប់ $1h$)។ តាងប្រវែងស្រមោលនៅលើអ័ក្សអរដោនេ ($1cm$ ឯកតាសម្រាប់ $40cm$) ។



ប្រតិបត្តិ : តារាងខាងក្រោមនេះជាបំរែបំរួលសីតុណ្ហភាពរបស់អ្នកជម្ងឺម្នាក់នៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យមួយក្នុងរយៈពេល 10ថ្ងៃ គឺចាប់ពីថ្ងៃទីមួយដល់ថ្ងៃទីដប់ ។

ថ្ងៃ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
សីតុណ្ហភាព	37^o4	38^o2	39^o7	39^o8	39^o5	39^o	38^o	37^o	37^o1	36^o8

គេកំណត់ចំនួនថ្ងៃនៅលើអ័ក្ស $x'x$ ហើយសីតុណ្ហភាពនៅលើអ័ក្ស $y'y$ ។

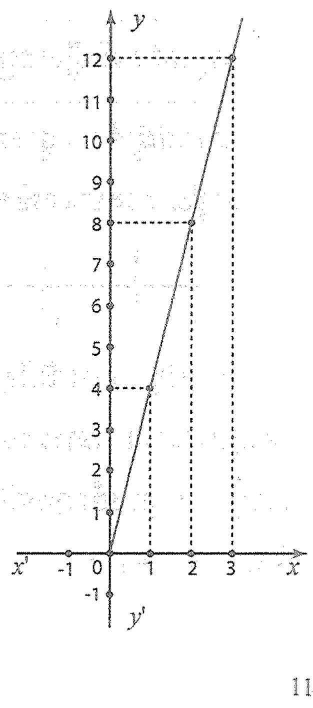
បើគេកំណត់ $37°C$ ជា ចំនួន 0 ចំពោះសីតុណ្ហភាពច្រើនជាង $37°C$ កំណត់ដោយចំនួនវិជ្ជមាន គឺ 1 , 2 , 3 , ... ។ ចូរគូសក្រាបតាងសីតុណ្ហភាពខាងលើ ។

3. សង់ក្រាបនៃបន្ទាត់

នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅ ទំនាក់ទំនងរវាងទំហំពីរគេអាចបកស្រាយដោយបន្ទាត់ដូចជា ចម្ងាយចរនឹងរយៈពេល ។

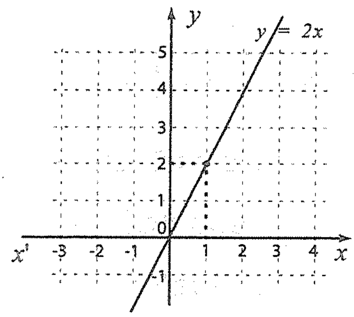
ឧទាហរណ៍ទី 1 : ថ្មើរជើងម្នាក់ដើរក្នុងល្បឿន $4km/h$ ។ បើតាង y ជាចម្ងាយចរ នឹង x ជារយៈពេលនោះគេបានសមីការ $y = 4x$ ។

x	0	1	2	3
y	0	4	8	12



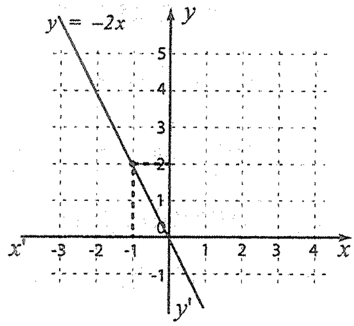
ដៅចំណុច រួចភ្ជាប់ចំណុចទាំងនេះគេបានបន្ទាត់ដែលមានរាង $y = 4x$ គេហៅថា សមីការរបន្ទាត់ ។

ឧទាហរណ៍ទី2 : សង់ក្រាបនៃសមីការ $y = 2x$ និង $y = -2x$ ។



ក្រាបនៃសមីការ $y = 2x$ គឺ (ករណី $a > 0$)

x	0	1
y	0	2

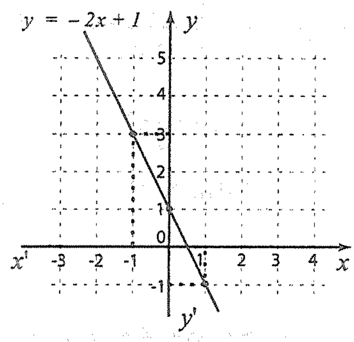


ក្រាបនៃសមីការ $y = -2x$ គឺ (ករណី $a < 0$)

x	0	-1
y	0	-2

ឧទាហរណ៍ទី3 : សង់ក្រាបនៃសមីការ $y = -2x+1$ ។

ដើម្បីសង់ក្រាបនៃសមីការខាងលើគេឱ្យតម្លៃ x រួចគណនាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ y ។

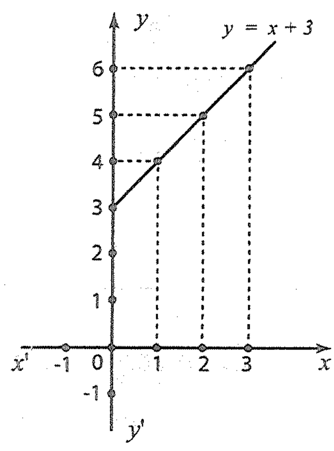


x	-1	0	1
y	3	1	-1

ជាទូទៅ : ដើម្បីសង់ក្រាបនៃសមីការបន្ទាត់គេឱ្យតម្លៃ x ដើម្បីរកតម្លៃ y ដែលត្រូវគ្នា ។

លំហាត់គំរូទី1 : ចូរសង់ក្រាបនៃ $y = x+3$ ។

ចម្លើយ : គេមានសមីការ $y = x+3$ ។



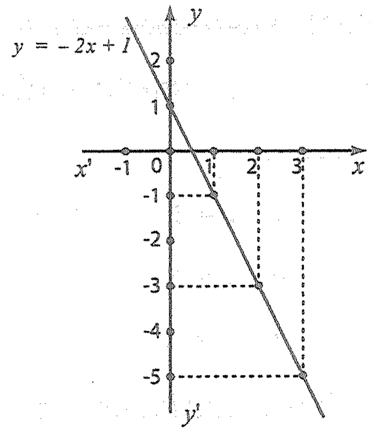
x	0	1	2	3
y	3	4	5	6

យកតម្លៃ x នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងតម្លៃ y នៅលើអ័ក្សអរដោនេ នោះគូរចម្លើយនីមួយៗតាងដោយចំណុចមួយ ។ ភ្ជាប់ចំណុចទាំងអស់ នោះគេបានក្រាបនៃសមីការ $y = x+3$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរសង់ក្រាបនៃ $y = -2x + 1$ ។

ចម្លើយ : គេមានសមីការ $y = -2x + 1$

x	0	1	2	3
y	1	-1	-3	-5

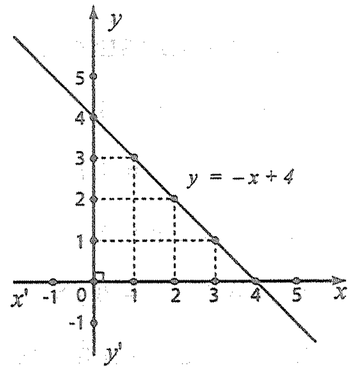


យកតម្លៃ x នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងតម្លៃ y នៅលើអក័្សអរដោនេ នោះគូរចម្លើយនីមួយៗតាងដោយចំណុចមួយ ។ ភ្ជាប់ចំណុចទាំងអស់ នោះគេបានក្រាបនៃសមីការ $y = -2x + 1$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរសង់ក្រាបនៃសមីការ $y = -x + 4$ ។

ចម្លើយ : គេមានសមីការ $y = -x + 4$

x	0	1	2	3
y	4	3	2	1



យកតម្លៃ x នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងតម្លៃ y នៅលើអក័្សអរដោនេ នោះគូរចម្លើយនីមួយៗតាងដោយចំណុចមួយ ។ ភ្ជាប់ចំណុចទាំងអស់ នោះគេបានក្រាបនៃសមីការ $y = -x + 4$ ។

ប្រតិបត្តិ : សង់ក្រាបនៃសមីការខាងក្រោម

ក. $y - x = 5$ ខ. $y - x = 11$

គ. $2x + y = 8$ ឃ. $3x + 4y = 10$

ង. $x - 3y = -3$ ច. $-3x + 15y = 9$ ។

លំហាត់

1. ដោយយក $1cm$ ជារង្វាស់ឯកតា លើអ័ក្សទាំងពីរ $x'Ox$ និង $y'Oy$ ដៅចំណុចដែលមានកូអរដោនេដូចតទៅ

   $A: x = 3\ ,\ y = 5$ $\quad B: x = -3\ ,\ y = 4$ $\quad C: x = -4\ ,\ y = -3$

   $D: x = 0\ ,\ y = 6$ $\quad E: x = -5\ ,\ y = 2$ $\quad F: x = -1\ ,\ y = -4$

   $G: x = 2\ ,\ y = -3$ $\quad H: x = 3\ ,\ y = 0$ $\quad I: x = \frac{1}{2}\ ,\ y = 6$ ។

2. គូសត្រីកោណ ABC ដែលមានកំពូល $A(4, 5)$; $B(8, 2)$ និង $C(-6, 3)$ ។

3. គូសចតុកោណកែង $ABCD$ ដែលមានកំពូល $A(-3\ ,\ 8)$; $B(10\ ,\ 6)$; $C(5\ ,\ -5)$ និង $D(-7\ ,\ -4)$ ។

4. ក្នុងតំរុយកូអរដោនេយក $1cm$ ជារង្វាស់ឯកតា ដៅចំណុចដូចតទៅ

   $A: (x = 0\ ,\ y = 5)$

   $B: (x = 1\ ,\ y = 4)$

   $C: (x = 6\ ,\ y = 6)$

   $D: (x = 3\ ,\ y = 0)$ ។

   ភ្ជាប់ BC , AC , BD និង AD ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្ដេចចំពោះចំណុចទាំងបួននេះ ?

5. សង់ក្រាបនៃសមីការខាងក្រោម

   ក. $y - 3x = 5$ $\quad$ ខ. $y - 2x = 4$

   គ. $2x + y = \frac{1}{2}$ $\quad$ ឃ. $3x + y = 2$

   ង. $x - 3 = -3y$ $\quad$ ច. $-3x = 9 - 15y$ ។

មេរៀនទី

10 ស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

- ❑ រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់
- ❑ បកស្រាយទិន្នន័យជាក្រាប
- ❑ រកមធ្យម ម៉ូត និងមេដ្យាននៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់ ។

1. បំណែងចែកប្រេកង់

1.1. បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់

ឧទាហរណ៍ : ការស្រង់ចំនួនកូនក្នុងចំណោម 24 គ្រួសារគេបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

2 0 1 2 4 3 1 2

2 1 3 4 3 3 2 2

3 2 5 3 2 2 4 4

ទិន្នន័យខាងលើនេះបិតនៅរប៉ាត់រប៉ាយ ។

ដូចនេះ វិធីមួយដែលអាចឱ្យយើងងាយយល់បាន ដំបូងគេត្រូវរៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃតម្លៃនិងរាប់ចំនួនដងដែលកើតមានឡើងចំពោះតម្លៃនៃតួនីមួយៗដាក់ក្នុងតារាងមួយហៅថា **តារាងបំណែងចែកប្រេកង់** ។

ចំនួនកូនដែលគ្រួសារនីមួយៗ មានតាងដោយ x ហើយចំនួនដងដែលកើតមានឡើងលើតម្លៃនីមួយៗហៅថា ប្រេកង់តាងដោយ f ។

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ចំនួនកូន x	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
0	/	1
1	///	3
2	~~////~~ ////	9
3	~~////~~ /	6
4	////	4
5	/	1
ប្រេកង់សរុប		24

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ គឺជាការរៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងតាមលំដាប់នៃតម្លៃនិងទៅតាមចំនួនដងចំពោះតម្លៃនីមួយៗ ដែលកើតមានឡើង ។

លំហាត់គំរូ : គ្រូសួរសិស្ស 38 នាក់អំពីចំណង់ចំណូលចិត្តដែលសិស្សម្នាក់ៗ ចង់រៀនភាសាបរទេសមានអង់គ្លេស E បារាំង F រូស៊ី R ចិន C ជប៉ុន J និងកូរ៉េ K បានចម្លើយដូចខាងក្រោម

E E R F J E E C F E J C F J E C K J E

F K E J E C J C E F E E F J C F E K E

ក. សង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃភាសាបរទេសដែលសិស្សចង់រៀន

ខ. តើភាសានីមួយៗដែលសិស្សចង់រៀនមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ចម្លើយ : ក. តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ភាសាបរទេស	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
អង់គ្លេស E	~~////~~ ~~////~~ ////	14
បារាំង F	~~////~~ //	7
រូស៊ី R	/	1
ជប៉ុន J	~~////~~ //	7
ចិន C	~~////~~ /	6
កូរ៉េ K	///	3
ប្រេកង់សរុប		38

ខ. តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ យើងឃើញថាសិស្សរៀនភាសាអង់គ្លេសមាន 14 នាក់ បារាំង 7 នាក់ រុស្ស៊ី 1 នាក់ ជប៉ុន 7 នាក់ ចិន 6 នាក់ និងកូរ៉េ 3 នាក់ ។

ប្រតិបត្តិ : ទិន្នន័យចំពោះចំនួនថ្ងៃដែលសិស្ស 45 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយត្រូវបានអវត្តមានពីសាលាក្នុងមួយឆ្នាំសិក្សាមានដូចខាងក្រោម

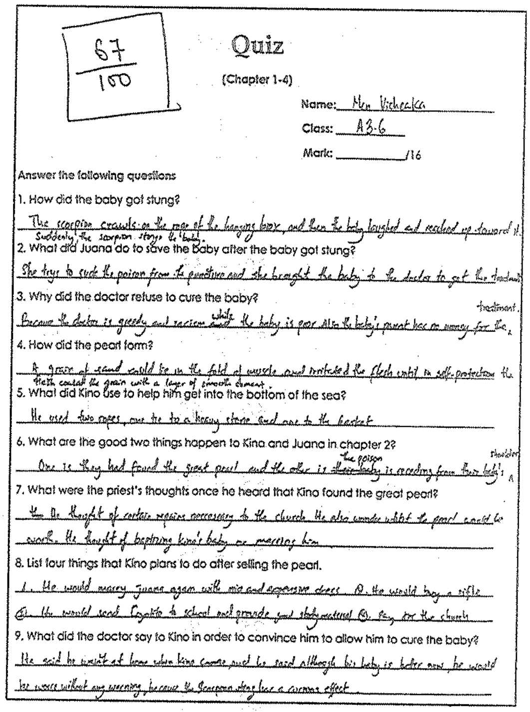
4	3	0	5	2	2	0	1	6	2	7	6	3	3	0
4	4	2	0	1	4	0	2	1	5	1	6	3	2	5
2	2	4	0	6	3	2	0	1	7	5	0	1	2	3

ចូរសង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

1.2. បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យផ្គុំជាថ្នាក់

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាពិន្ទុភាសាអង់គ្លេសនៃសិស្ស 40 នាក់ ។

46	58	65	70	75
48	59	66	71	78
51	59	[illegible]	72	79
52	60	66	72	80
54	62	67	73	82
55	63	68	73	83
55	64	68	73	84
56	65	69	74	89


67
100

Quiz

(Chapter 1-4)

Name: Men Vicheaka

Class: A3-6

Mark: ______/16

Answer the following questions

1. How did the baby got stung?

The scorpion crawls on the rope of the hanging box, and then the baby laughed and reached up toward it. Suddenly, the scorpion stings the baby.

2. What did Juana do to save the baby after the baby got stung?

She trys to suck the poison from the puncture and she brought the baby to the doctor to get the treatment.

3. Why did the doctor refuse to cure the baby?

Because the doctor is greedy and racism while the baby is poor. Also the baby's parent has no money for the treatment.

4. How did the pearl form?

A grain of sand could be in the fold of muscle and irritated the flesh until in self-protection the flesh coated the grain with a layer of smooth cement.

5. What did Kino use to help him get into the bottom of the sea?

He used two ropes, one tie to a heavy stone and one to the basket

6. What are the good two things happen to Kina and Juana in chapter 2?

One is they had found the great pearl and the other is the poison is receding from their baby's shoulder.

7. What were the priest's thoughts once he heard that Kino found the great pearl?

[illegible]

8. List four things that Kino plans to do after selling the pearl.

1. He would marry Juana again with [illegible] and expensive dress. 2. He would buy a rifle 3. He would send Coyotito to school and provide good study material 4. Pay for the church

9. What did the doctor say to Kino in order to convince him to allow him to cure the baby?

[illegible]

បើយើងរៀបចំពិន្ទុនីមួយៗ ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងលើគេត្រូវប្រើតារាងមួយដែលមានជួរដេកច្រើនណាស់ ពីព្រោះទិន្នន័យដែលឱ្យនេះមានច្រើនប្រភេទ ។ ក្នុងករណីនេះគេរៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃពិន្ទុរួចផ្គុំជាថ្នាក់ ។

របៀបរៀបចំជាថ្នាក់

ការរៀបចំថ្នាក់នៃទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់គេត្រូវកំណត់ចំនួនថ្នាក់និងប្រវែងចន្លោះថ្នាក់ ។

- តាមទិន្នន័យខាងលើតម្លៃពិន្ទុដែលតូចជាងគេ 45 និងធំជាងគេគឺ 89 ។
- បើយើងរៀបចំទិន្នន័យនេះជា 9 ថ្នាក់នោះថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ

$$\frac{\text{តម្លៃធំបំផុត - តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ចំនួនថ្នាក់}} = \frac{89-46}{9} \approx 4.77$$ គេយក 5

ថ្នាក់ទាំង 9 គឺ 45 – 50 , 50 – 55 , 55 – 60 , 60 – 65 , 65 – 70 , 70 – 75 , 75 – 80 , 80 – 85 និង 85 – 90 ។

- 45 – 50 ជាថ្នាក់ទី 1 ដែល 45 ហៅថាគោលក្រោមនៃថ្នាក់និង 50 ហៅថាគោលលើនៃថ្នាក់ ។
- 50 – 55 ជាថ្នាក់ទី 2 ដែល 50 ហៅថាគោលក្រោមនៃថ្នាក់និង 55 ហៅថាគោលលើនៃថ្នាក់ ។

ធ្វើយ៉ាងនេះមានន័យថា គេបានបង្រួមទិន្នន័យខាងលើជា 9 ថ្នាក់ ហើយមានលក្ខណៈងាយស្រួលក្នុងការធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	ចន្លោះថ្នាក់	រាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
1	45 - 50	//	2
2	50 - 55	///	3
3	55 - 60	~~////~~ /	6
4	60 - 65	////	4
5	65 - 70	~~////~~ ////	9
6	70 - 75	~~////~~ ///	8
7	75 - 80	///	3
8	80 - 85	////	4
9	85 - 90	/	1
	ប្រេកង់សរុប		40

សំគាល់ : បើគេរៀបចំទិន្នន័យឱ្យមានថ្នាក់ច្រើនពេកនឹងបង្កឱ្យមានភាពស្មុគស្មាញ ។ ប៉ុន្តែបើមានថ្នាក់តិចពេកនោះការវិភាគមានលក្ខណៈមិនគ្រប់ជ្រុងជ្រោយ ។

ជាទូទៅ : ការរៀបចំទិន្នន័យថ្មីជាថ្នាក់គេកំណត់ចាប់ 5 ដល់ 10 ថ្នាក់ប៉ុណ្ណោះ ។

លំហាត់គំរូ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាម៉ាសត្រី 50 ដែលបានចាប់យកពីក្នុងស្រះចិញ្ចឹមត្រីមួយ ហើយម៉ាសគិតជាគីឡូក្រាម (kg) ។

0.62	0.83	0.78	0.77	0.88	0.79	0.84	1.07	0.81	0.88
1.10	1.01	1.03	0.87	1.13	0.94	0.94	0.68	0.97	0.71
0.80	0.73	0.86	0.92	0.65	0.89	0.97	0.92	0.85	1.11
1.08	1.14	1.00	1.05	0.95	1.01	0.91	0.75	0.68	1.19
0.73	0.85	0.66	0.87	0.81	0.77	0.83	1.05	1.01	0.80

ក. ចូររៀបចំទិន្នន័យនេះផ្តុំជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ 0.1 ។

ខ. តើត្រីដែលមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ មានចំនួនប៉ុន្មាន ? តិចជាង $2kg$ មានចំនួនប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ :

ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្តុំជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

តម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យគឺ 0.62 និងចំនួនធំបំផុតគឺ 1.19 ។

$$\text{ចំនួនថ្នាក់} = \frac{\text{តម្លៃធំបំផុត} - \text{តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ប្រវែងចន្លោះ}} = \frac{1.19 - 0.62}{0.1} = 5.7 \approx 6$$

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
0.60 - 0.70	卌	5
0.70 - 0.80	卌 |||	8
0.80 - 0.90	卌 卌 卌	15
0.90 - 1.00	卌 |||	8
1.00 - 1.10	卌 ||||	9
1.10 - 1.20	卌	5
ប្រេកង់សរុប		50

ខ. ចំនួនត្រីដែលមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ ជាផលបូកប្រេកង់នៃ 4 ថ្នាក់ដំបូង ។

ចំនួនត្រីមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ គឺ $= 5+8+15+8 = 36$

ត្រីទាំងអស់មានម៉ាសតិចជាង $2kg$ ។ ចំនួននេះជាផលបូកប្រេកង់នៃថ្នាក់ទាំងអស់ ។ តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ទាំងអស់មានចំនួន 50 ។

ប្រតិបត្តិ : ការអង្កេតអាយុរបស់គ្រូបង្រៀននៅក្នុងសាលាមួយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

25	50	51	56	39	42	45	30	49	42	46	59	45
43	52	26	53	34	53	64	57	46	42	35	28	58
38	46	33	47	40	48	61	44	31	39	44	22	55
54	32	42	47	37	56	36	41	54	42	54	។	

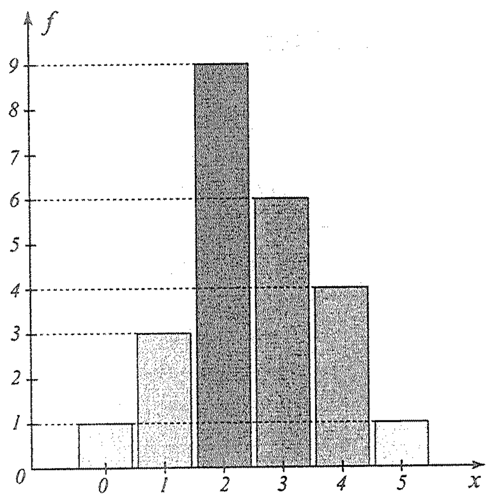
ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្ដុំជា 9 ថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ខ. តើគ្រូបង្រៀនមានអាយុតិចជាង 50 ឆ្នាំមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

2. ការគូសក្រាប

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បកស្រាយទិន្នន័យនៃចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារដែលបានពិភាក្សានៅខាងដើមដូចបានបង្ហាញក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងក្រោមនេះជាក្រាប ។

ចំនួនកូន x	ប្រេកង់ f
0	1
1	3
2	9
3	6
4	4
5	1

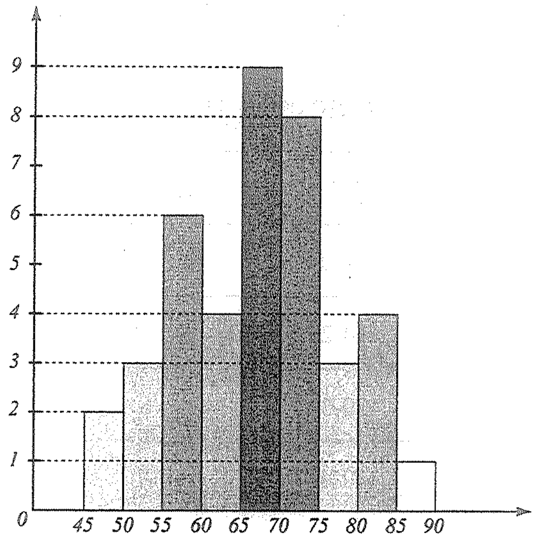


ចំពោះទិន្នន័យមិនផ្ដុំជាថ្នាក់គេអាចសង់ក្រាបតាមរបៀបដូចខាងស្ដាំ

- នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ គេដៅតម្លៃនីមួយៗនៃទិន្នន័យនៅលើអក្សអាប់ស៊ីសនិងប្រេកង់ f នៅលើអក្សអរដោនេរួចសង់សសរដែលតម្លៃនីមួយៗនៃទិន្នន័យជាផ្ចិតនៃបាតនិងប្រេកង់ជាកម្ពស់នៃសសរ ហើយក្រាបដែលសង់បានហៅថា ក្រាបសសរ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ចំពោះទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់ដែលបានពិភាក្សានៅខាងដើម

ថ្នាក់	ចន្លោះថ្នាក់	ប្រេកង់ f
1	45-50	2
2	50-55	3
3	55-60	6
4	60-65	4
5	65-70	9
6	70-75	8
7	75-80	3
8	80-85	4
9	85-90	1



គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យខាងដើមជាក្រាបដូចខាងស្តាំ

- នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ គេដៅតម្លៃនៃចន្លោះថ្នាក់នីមួយៗលើអក្ស័អាប់ស៊ីសនិងប្រេកង់នៅលើអ័ក្សអរដោនេ ។
- សង់ក្រាបសសរជាប់គ្នាៗដែលមានបាតជាប្រវែងចន្លោះថ្នាក់និងកម្ពស់ជាប្រេកង់នៃថ្នាក់នីមួយៗ ។ ក្រាបដែលសង់បានហៅថា អ៊ីស្តូក្រាម ។

លំហាត់គំរូ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជារយៈពេលនៃការធ្វើតេស្តធាតុផ្សំអេឡិចត្រូនិច 30 ដែលមិនបានជោគជ័យ ហើយរយៈពេលចំពោះការមិនបានជោគជ័យគិតជាម៉ោង (h) ។

1.2	21.0	34.7	13.2	3.6	14.7
31.0	17.1	22.1	16.4	21.2	15.2
11.3	6.8	2.7	31.2	9.0	6.8
23.7	16.3	30.0	28.6	19.0	29.0
4.4	44.3	18.5	5.3	5.5	10.0

ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ផ្តុំជាថ្នាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ $10h$ ដោយចាប់ផ្តើមពី 0 ។

ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាម ។

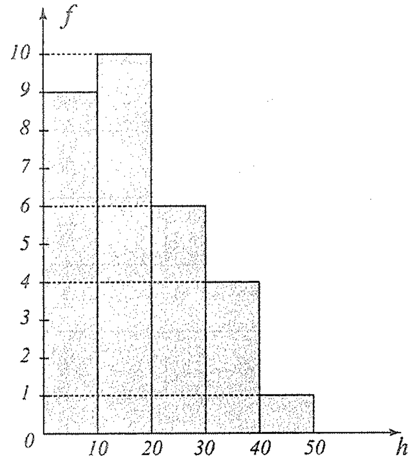
ចម្លើយ : ក. រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

តម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យគឺ 1.2 និងតម្លៃធំបំផុតគឺ 44.3 ។

$$\text{ចំនួនថ្នាក់} = \frac{\text{តម្លៃធំបំផុត - តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ប្រវែងចន្លោះថ្នាក់}} = \frac{44.3 - 1.2}{10} \approx 5$$

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	ប្រេកង់ f
0-10	9
10-20	10
20-30	6
30-40	4
40-50	1



ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាម ។

ប្រតិបត្តិ : តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីពិន្ទុប្រឡងឆមាសផ្នែកគណិតវិទ្យាដែលសិស្សទទួលបាន ។

ពិន្ទុ (x)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
ចំនួនសិស្ស	2	3	8	9	11	5	2

ក. តើសិស្សទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ខ. កំណត់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុតិចជាង 70 ។

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមដើម្បីតាងទិន្នន័យនេះ ។

៣. មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត

គេប្រាកដជាមានការលំបាកក្នុងការផ្តល់ព័ត៌មានលំអិតអំពីប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកគ្រប់រូប បើក្រុមហ៊ុននោះមានបុគ្គលិកច្រើន ។ ប៉ុន្តែគេអាចជ្រើសយកប្រាក់បៀវត្សណាមួយដែលមិនទាបពេកហើយក៏មិនខ្ពស់ពេកមកធ្វើជាតំណាងឱ្យប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកទាំងអស់ ។

ក្នុងករណីនេះបើគេចង់ដឹងថា

- តើប្រាក់បៀវត្សណាសម្រាប់តំណាងប្រាក់បៀវត្សរួមរបស់បុគ្គលិក ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថា មធ្យម ។
- តើគេកំណត់យកនៅត្រង់ប្រាក់បៀវត្សណាដើម្បីចែកបុគ្គលិកជាពីក្រុមដែលមាន 50% ជាបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់បៀវត្សខ្ពស់និង 50% ទៀតបានប្រាក់បៀវត្សទាប ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថាមេដ្យាន ។
- តើបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់បៀវត្សមួយណាច្រើនជាងគេ ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថា ម៉ូតនៃប្រាក់បៀវត្ស ។

ដូចនេះក្នុងការគណនាមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូត អាចឱ្យគេមានគំនិតក្នុងការជ្រើសរើសយកតម្លៃដ៏សមស្របមួយដើម្បីធ្វើជាតំណាងឱ្យប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកទាំងអស់ ។

3.1. មធ្យម

ឧទាហរណ៍ : ស្ត្រីម្នាក់ធ្វើការកត់ត្រាលើការចំណាយក្នុងមួយសប្តាហ៍ (ប្រាក់ចំណាយគិតជារៀល) ដែលនៅក្នុងថ្ងៃនីមួយៗចំណាយអស់ដូចខាងក្រោម

6 000 5 000 4 000 8 000 5 000 6 000 8 000

បើគេចង់ដឹងថាតើប្រាក់ចំណាយណាសម្រាប់ប្រាក់ចំណាយរួមប្រចាំថ្ងៃរបស់គាត់ ? ក្នុងករណីនេះគេគណនាប្រាក់ចំណាយជាមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃដែលតាងដោយ $\bar{x}$ ។

ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\bar{x} = \dfrac{6000 + 5000 + 4000 + 5000 + 8000 + 6000 + 8000}{7}$

$$\bar{x} = \frac{42000}{7} = 6000 \text{ ៛}$$

> ***ជាទូទៅ :*** បើទិន្នន័យមាន x_1 , x_2 , x_3 , ..., x_n និងប្រេកង់សរុប n
> នោះមធ្យមកំណត់ដោយ $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$ ។

លំហាត់គំរូ : តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីលទ្ធផលក្នុងការអង្កេតនៃចំនួនកូនលើ 60 គ្រួសារ

ចំនួនកូន (x)	0	1	2	3	4	5
ចំនួនគ្រួសារ (f)	6	14	18	9	10	3

គណនាចំនួនកូនជាមធ្យមក្នុងគ្រួសារ

ចម្លើយ : មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{\text{ចំនួនកូនទាំងអស់}}{\text{ចំនួនគ្រួសារទាំងអស់}}$

$$= \frac{\text{ចំនួនកូន} \times \text{ប្រេកង់}}{\text{ចំនួនប្រេកង់សរុប}}$$

$$= \frac{0\times 6 + 1\times 14 + 2\times 18 + 3\times 9 + 4\times 10 + 5\times 3}{6+14+18+9+10+3}$$

$$= \frac{132}{60} = 2.2$$

ដូចនេះ ចំនួនកូនក្នុងមួយគ្រួសារជាមធ្យមគឺ 2.2 នាក់ ។

សំគាល់ : ចម្លើយមិនត្រូវឆ្លើយថាគ្រួសារនីមួយៗមានកូន 2.2 នាក់ទេ ។ វាគ្រាន់តែមានន័យថា ចំនួនកូនជាមធ្យមភាគក្នុងមួយគ្រួសារគឺ 2.2 នាក់ ។

បើតាង $x_1 = 0$ នាក់ ជាចំនួនទីមួយនិង $f_1 = 6$ ជាប្រេកង់ត្រូវគ្នា ។

ដូចគ្នាដែរ តាង $x_2 = 1$, $f_2 = 14$, $x_3 = 2$, $f_3 = 18$, $x_4 = 3$, $f_4 = 9$,

$x_5 = 4$, $f_5 = 10$, $x_6 = 5$, $f_6 = 3$

មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + x_4f_4 + x_5f_5 + x_6f_6}{f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6} = \dfrac{132}{60} = 2.2$ ។

> ចំពោះទិន្នន័យដែលកើតឡើងមាន x_1 , x_2 , x_3 , ..., x_n និងមានប្រេកង់ត្រូវគ្នា f_1 , f_2 , f_3 , ..., f_n នោះមធ្យមកំណត់ដោយ $\bar{x} = \dfrac{x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + \dots + x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\dots+f_n}$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេបានត្រួតពិនិត្យផ្លែក្រូច 100 កេសដែលបាននាំចូលពីខេត្តមួយ ។ តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនផ្លែក្រូចស្អុយដែលត្រូវបានកត់ត្រា ។

ចំនួនផ្លែក្រូចស្អុយ (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ចំនួនកេស (f)	7	8	12	24	20	17	6	2	2	1

រកមធ្យមនៃផ្លែក្រូចស្អុយក្នុងមួយកេស ។

3.2. មេដ្យាន

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះគឺ ជាប្រាក់ចំណូលនៃមនុស្ស 9 នាក់រកបានក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាម៉ឺនរៀល

3 1 2 9 2 2 4 10 3

បើគណនាមធ្យម $\bar{x} = \dfrac{1+2\times 3+3\times 2+4+9+10}{1+3+2+1+1+1}$

$$= \frac{36}{9} = 4$$

បើគេរៀបប្រាក់ចំណូលទៅតាមលំដាប់

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 2 \quad 2}_{4\,\text{តម្លៃ}} \longrightarrow \underset{\text{តម្លៃកណ្ដាល}}{\underset{\downarrow}{3}} \quad \underbrace{3 \quad 4 \quad 9 \quad 10}_{4\,\text{តម្លៃ}}$$

យើងសង្កេតឃើញថាមានមនុស្ស 6 នាក់មានប្រាក់ចំណូលទាបជាង 40 000៛ ហើយមានមនុស្ស តែ 2 នាក់ប៉ុណ្ណោះដែលមានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់ជាង 40 000៛ ។

ហេតុនេះបើយក $\bar{x} = 4$ មកធ្វើជាតំណាងជាការមួយមិនសមស្រប ។ ក្នុងករណីនេះ គេអាចជ្រើសរើសយកប្រាក់ចំណូលណាដែលឋិតនៅចំកណ្ដាលគេគឺ 3 មកតាងប្រាក់ចំណូលអ្នកទាំងអស់ទើបប្រសើរជាង ។ 3 ហៅថាមេដ្យានដែលកំណត់ដោយ $Me = 3$ ។

ចំពោះទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់សរុបជាចំនួនគូ

$\underbrace{108 \quad 120} \qquad 134 \downarrow 140 \qquad \underbrace{160 \quad 170}$

យើងសង្កេតឃើញថាទិន្នន័យដែលបានរៀបតាមលំដាប់នេះមានប្រេកង់សរុប 6 ជាចំនួនគូ ។ គេឃើញថាតម្លៃកណ្ដាលគេ មានពីរគឺ 134 និង 140 នោះមេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះ 134 និង 140 ។

ដូចនេះមេដ្យាន $Me = \dfrac{134 + 140}{2} = 137$ ។

ជាទូទៅ : បើទិន្នន័យមួយមាន n តួនោះមេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\dfrac{n+1}{2}$ ។

- បើ n ជាចំនួនសេសមេដ្យានជាតម្លៃដែលឋិតនៅចំកណ្ដាលគេ
- បើ n ជាចំនួនគូមេដ្យានជាមធ្យមនៃពីរតម្លៃកណ្ដាល ។

លំហាត់គំរូ : តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីបំណែងចែកចំនួនកូន 300 គ្រួសារនៅក្នុងស្រុកមួយ

ចំនួនកូន (x)	ចំនួនគ្រួសារ (f)	$f \cdot x$
1	11	11
2	79	158
3	82	246
4	67	268
5	20	100
6	25	150
7	11	77
8	5	40
	ប្រេកង់សរុប = 300	ចំនួនកូនសរុប = 1050

ចូររកមេដ្យាននិងមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះ ។

ចម្លើយ : ដោយចំនួនគ្រួសារទាំងអស់ ឬប្រេកង់សរុប 300 ជាចំនួនគូ ។

ដូចនេះ មេដ្យានគឺជាមធ្យមចំនួនកូននៃពីរគ្រួសារកណ្ដាល ។

ទីតាំងមេដ្យានឋិតនៅតួទី $\frac{300+1}{2} = 150.5$

ពីរគ្រួសារកណ្ដាលនោះគឺ គ្រួសារទី 150 និង 151 ។

យើងកត់សំគាល់ឃើញថាផលបូកពីរចំនួនដំបូងនិងបីចំនួនដំបូងនៅក្នុងប្រេកង់ជួរឈរគឺ $11+79 = 90$ និង $11+79+82 = 172$ រៀងៗគ្នា ។ នេះបញ្ជាក់ថាចំពោះពីរគ្រួសារគឺថាគ្រួសារនីមួយៗ មានកូន 3 នាក់ ។

ដូចនេះមេដ្យានគឺ $Me = \frac{3+3}{2} = 3$

មធ្យម $\bar{x} = \frac{\text{ចំនួនកូនទាំងអស់}}{\text{ចំនួនគ្រួសារទាំងអស់}}$

$\bar{x} = \frac{1050}{300} = 3.5$

ប្រតិបត្តិ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាប្រាក់ដែលស្ត្រីម្នាក់ បានចំណាយប្រចាំថ្ងៃក្នុងមួយសប្ដាហ៍ (គិតជាពាន់រៀល) ។

6 5 4 8 5 6 8

ចូរកំណត់ទីតាំងមេដ្យាននិងគណនាមេដ្យាននោះ ។

៣.៣. ម៉ូត

ខាងក្រោមនេះជាទិន្នន័យចំនួនកូនទៅតាមចំនួនគ្រួសារ បើគេរកមធ្យមនៃចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារនីមួយៗ

$\bar{x} = \frac{60}{24} = 2.5$

យើងដឹងថាចំនួនត្រូវតែជាចំនួនគត់ ហេតុនេះ 2.5 ពុំមានន័យជាក់ស្ដែងសម្រាប់តាងឱ្យចំនួនកូនបានឡើយ ។

ចំនួនកូន x	ប្រេកង់ y	xy
0	1	0
1	3	3
2	9	18
3	6	18
4	4	16
5	1	5
	24	60

ក្នុងករណីនេះគេត្រូវពិនិត្យយកទិន្នន័យណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេមកតាងឱ្យទិន្នន័យ ។ 2 មានប្រេកង់ធំជាងគេ ហេតុនេះ គេយក 2 ជាតំណាងឱ្យទិន្នន័យហៅថាម៉ូត $m_o = 2$ ។

ជាទូទៅ : នៅក្នុងទិន្នន័យមួយម៉ូតគឺជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

លំហាត់គំរូ : ពិន្ទុតេស្តគណិតវិទ្យារបស់សិស្ស 12 នាក់ទទួលបានដូចខាងក្រោម

63 63 77 67 52 50 63 56 52 70 50 69

គណនា ម៉ូត មធ្យម និងមេដ្យាន ។

ចម្លើយ : ដំបូងរៀបចំពិន្ទុតាមលំដាប់នៃតម្លៃ

50 50 52 52 56 63 63 63 67 69 70 77

យើងសង្កេតឃើញថា 63 មានប្រេកង់ស្មើនឹង 3 ជាប្រេកង់ធំជាងគេ បើធៀបទៅនឹងពិន្ទុផ្សេងៗទៀត ។ ដូចនេះ ម៉ូតនៃទិន្នន័យពិន្ទុរបស់សិស្សគឺ $M_o = 63$ ។

មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{(50\times 2)+(52\times 2)+56+(63\times 3)+67+69+70+77}{2+2+1+3+1+1+1+1}$

$= \dfrac{732}{12} = 61$

ពីរពិន្ទុកណ្តាលគឺ 63 ទាំងពីរ ។ ដូចនេះមេដ្យានគឺ $Me = \dfrac{63+63}{2} = 63$ ។

ប្រតិបត្តិ : តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិក 27 នាក់នៅក្នុងក្រុមហ៊ុនមួយ (ប្រាក់ខែគិតជាម៉ឺនរៀល) ។

ប្រាក់ខែ (x)	67	76	85	96	100	120
ចំនួនបុគ្គលិក (f)	4	9	8	3	2	1

ចូររកម៉ូត មធ្យម និងមេដ្យាននៃប្រាក់ខែ ។

3.4. លក្ខណៈខុសគ្នារវាងតំណាងទាំងបី

ក. តួនៃទិន្នន័យដែលមានគំលាតគ្នាខ្លាំង

ចំពោះទិន្នន័យ 1 2 2 2 3 3 4 9 10

$\bar{x} = 4$; $Me = 3$ និង $Mo = 2$

មធ្យមមានតម្លៃធំជាងតួភាគច្រើនដទៃទៀតនៅក្នុងទិន្នន័យនេះបណ្តាលមកពីតម្លៃតួចុងស្មើនឹង 1 និង 10 មានគំលាតគ្នាខ្លាំងពេក ។ រីឯមេដ្យានផ្តោតលើទីតាំងកណ្តាលប៉ុណ្ណោះ ពុំគិតអំពីតម្លៃនៃតួចុងនោះទេ ។ ចំណែកម៉ូតវិញសំដៅយកតែតួណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

សំគាល់ ៖ ក្នុងការស្រង់ស្ថិតិ គេច្រើនតែផាត់ចោលតួចុងណាដែលមានតម្លៃល្មៀងគ្នាច្រើន ។ ធ្វើបែបនេះធានាឱ្យ មធ្យមមានតម្លៃសមស្រប ។

ខ. តួនៃទិន្នន័យដែលមានគំលាតគ្នាតិច

ចំពោះទិន្នន័យ 4 5 5 6 6 8 8

$\bar{x} = 6$; $Me = 6$ និង $Mo = 0$ ទិន្នន័យគ្មានម៉ូតទេ

មេដ្យាននិងមធ្យមមានតម្លៃដូចគ្នា ។

គ. សារសំខាន់នៃម៉ូត

ម៉ូតមានសារសំខាន់ក្នុងការសិក្សាដើម្បីស្វែងរកទីផ្សារ

ឧទាហរណ៍ ៖ គេធ្វើការស្ទាបស្ទង់ភ្ញៀវ ១០នាក់ដែលមានលទ្ធភាពជួលបន្ទប់សណ្ឋាគារ គេបានតម្លៃគិតជាដុល្លាដូចខាងក្រោម

15 100 60 15 20 40 30 15 20 15

តម្លៃ 15$មានប្រេកង់ខ្ពស់ជាងគេ ។ ហេតុនេះវាជាតម្លៃគំរូសម្រាប់ម្ចាស់សណ្ឋាគារ ដើម្បីធ្វើការពិចារណា ។

ឃ. តំណាងទិន្នន័យដែលគេប្រើញឹកញាប់ជាងគេ

ក្នុងចំណោមតំណាងទាំងបី មធ្យមមានលក្ខណៈទូលំទូលាយជាងគេ ។ គេភាគច្រើនប្រើមធ្យមសម្រាប់តាងឱ្យតម្លៃរួមនៃទិន្នន័យ ព្រោះមធ្យមអាចឱ្យគេបន្តការសិក្សា អំពីគំលាតតម្លៃតួនីមួយៗធៀបទៅនឹងមធ្យម ។

លំហាត់គំរូ ៖ គណនាមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

7 12 6 12 2 9 ។

ចម្លើយ ៖ មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{7+12+6+12+2+9}{6} = \dfrac{48}{6} = 8$

រៀបទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃតម្លៃ

2 6 7 9 12 12

មេដ្យាន $Me = \dfrac{7+9}{2} = 8$

ម៉ូត $Mo = 12$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ ថ្ងៃនេះគេលក់ស្បែកជើងបាន 10គូដែលមានទំហំដូចខាងក្រោម

$9\frac{1}{2}$ 10 10 $10\frac{1}{2}$ 11 9 $9\frac{1}{2}$ 10 $10\frac{1}{2}$

គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។ តើគេត្រូវប្រើអ្វី ដើម្បីមកតាងឱ្យទិន្នន័យនេះ ។

លំហាត់

1. គេបានសួរគ្រូបង្រៀននៅសាលាមួយដើម្បីបញ្ជាក់ចំនួនម៉ោងជាមធ្យមដែលគាត់បានចំណាយលើការកែកិច្ចការរបស់សិស្សក្នុងថ្ងៃនីមួយៗ ។

6	4	3	1	2	2	3	1	4	1	2	5	3
5	2	2	3	3	1	2	2	3	1	4	2	4

ក. រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

ខ. តើមានគ្រូបង្រៀនចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលបានឆ្លើយក្នុងការស្ទង់មតិនេះ ?

គ. រកចំនួនម៉ោងដែលបានចំណាយច្រើនជាងគេ ។

ឃ. រកចំនួនម៉ោងរួមដែលគ្រូភាគច្រើនបានចំណាយ ។

2. គេបានត្រួតពិនិត្យផ្លែប៉ោម 100 កេសដែលបាននាំចូលពីប្រទេស A ហើយចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយបានកត់ត្រាដូចខាងក្រោម

ផ្លែប៉ោមស្អុយ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ចំនួនកេស	6	9	12	28	22	15	5	2	2	1

គេក៏បានត្រួតពិនិត្យផ្លែប៉ោម 100 កេសទៀតដែលបាននាំចូលពីប្រទេស B ហើយចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយបានកត់ត្រាដូចខាងក្រោម

ផ្លែប៉ោមស្អុយ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនកេស	51	30	8	4	1	2	2	1	1

ក. រកចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយច្រើនបំផុតចំពោះការនាំចូលនីមួយៗ ។

ខ. រកចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយទាំងអស់ចំពោះការនាំចូលនីមួយៗ ។

3. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីអាយុរបស់គ្រូបង្រៀននៅក្នុងសាលាមួយ (គិតជាឆ្នាំ)

30 53 54 59 42 45 48 33 61 41 49 36 50 43 52
45 46 52 31 53 37 54 60 51 61 47 34 56 42 47
31 58 57 36 45 50 40 59 48 60 49 45 38 33 39
44 57 45 57 46 ។

ក. រៀបចំទិន្នន័យនេះតាមលំដាប់ថ្មីជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងចន្លោះស្មើនឹង 5 ។

ខ. តើគ្រូបង្រៀនដែលមានអាយុតិចជាង 50 ឆ្នាំមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមដើម្បីតាងទិន្នន័យនេះ ។

4. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ចំណាយលើសេវាភ្លើងអគ្គិសនីប្រចាំខែរបស់អតិថិជន (គិតជាម៉ឺនរៀល)

ប្រាក់ចំណាយ (ម៉ឺនរៀល)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	45-50
ចំនួនអតិថិជន (គិតជាគ្រួសារ)	32	40	25	12	5	4	2

ក. សង់អ៊ីស្តូក្រាមតាងទិន្នន័យនេះ ។

ខ. តើមានអតិថិជនប៉ុន្មានគ្រួសារដែលប្រើប្រាស់អគ្គិសនីក្នុងមួយខែអស់យ៉ាងតិច 300 000៛ ?

5. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ចំណូលប្រចាំសប្តាហ៍នៃអាជីវករលក់ដូរ 100 នាក់នៅក្នុងផ្សារមួយ (គិតជាម៉ឺនរៀល) ។

ប្រាក់ចំណូលប្រចាំសប្តាហ៍	ចំនួនអាជីវករលក់ដូរ
80-85	4
85-90	6
90-95	8
95-100	16
100-105	20
105-110	6
110-115	8

ក. តើអាជីវករលក់ដូរទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ខ. តើមានអាជីវករប៉ុន្មាននាក់ដែលរកប្រាក់បានតិចជាង 100ម៉ឺនរៀលក្នុងមួយសប្តាហ៍ ?

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមតាងទិន្នន័យនេះ ។

6. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃការធ្វើតេស្តភាសាអង់គ្លេសក្នុងចំណោមបេក្ខជន 28 នាក់ ។

69 72 56 68 62 61 58 57 43 66 53

45 72 64 46 50 61 59 52 63 54 62

61 55 52 58 64 63 ។

ក. ចូររៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្ដុំជា 7 ថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដោយចាប់ផ្ដើមពី 40 ។

ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាប ។

គ. តើសិស្សដែលបានពិន្ទុយ៉ាងច្រើនត្រឹម 60 ពិន្ទុមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

7. កំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

ក. 8 11 14 13 14 9 15

ខ. 88 93 85 98 102 98 93 104 102 98

គ.

x	2	4	6	8	10	12
f	2	4	10	6	3	1

ឃ.

x	0	1	2	3	4
f	45	32	14	6	3

8. មធ្យមនៃបួនចំនួន 4 , 5 , 7 និង x ស្មើនឹង 6 ។ រកតម្លៃ x ។

9. មធ្យមនៃប្រាំមួយចំនួនស្មើនឹង 41 ។ គេស្គាល់បីចំនួនគឺ 32 , 31 និង 42 ។ បីចំនួនដែលនៅសល់នីមួយៗស្មើនឹង a ។

ក. រកផលបូកនៃប្រាំមួយចំនួននោះ ខ. រកតម្លៃ a ។

10. គេបានបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ 30 ដង ។ ផលបូកនៃពិន្ទុក្នុងការបោះម្ដងៗបានបង្ហាញដូចខាងក្រោម

ពិន្ទុ x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ប្រេកង់ f	1	1	3	5	6	8	3	2	1	1	0

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃពិន្ទុនេះ ។

11. តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីបំណែងចែកប្រេកង់នៃចំនួនការសរសេរខុសអក្ខរាវិរុទ្ធដោយសិស្សម្នាក់ៗនៅក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 36 នាក់ ។

ចំនួនកំហុស x	0	1	2	3	4	5	6	7
ចំនួនសិស្ស f	3	7	10	6	5	3	1	1

ចូររក មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃបំណែងចែកនេះ ។

12. កម្ពស់នៃដើមផ្កា 3 ដើម A , B និង C នៅក្នុងសួនច្បារមួយសមាមាត្រនឹង 2 , 3 និង 5 រៀងគ្នា ។ កម្ពស់មធ្យមរបស់វាស្មើ $30cm$ ។

ក. រកកម្ពស់នៃដើមផ្កា B ។

ខ. បើគេថែមដើមផ្កា D មួយដើមទៀតនោះកម្ពស់មធ្យមនៃដើមផ្កាទាំងបួនដើមស្មើនឹង $33cm$ ។ ចូររកកម្ពស់នៃដើមផ្កា D ។

13. កម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងប្រុស 20 នាក់និងក្មេងស្រី 14 នាក់ស្មើនឹង $161cm$ ។ បើកម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងស្រី 14 នាក់ស្មើនឹង $151cm$ ។ គណនាកម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងប្រុស 20 នាក់ ។

14. ប្រអប់មួយមានប័ណ្ណលេខ 5 សន្លឹកដែលបានចុះលេខ 1 , 2 , 3 , 4 និង 5 ។ គេបានចាប់យកប័ណ្ណមួយសន្លឹកពីប្រអប់ ហើយបានកត់ត្រាលេខរបស់វារួចដាក់ចូលទៅក្នុងប្រអប់វិញ ។ លំនាំរបៀបនេះត្រូវបានធ្វើសាចុះសាឡើង 100 ដង ហើយតារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីលទ្ធផលបំណែងចែកប្រេកង់ ។

ប័ណ្ណលេខ	1	2	3	4	5
ប្រេកង់	21	x	y	18	17

ក. បង្ហាញថា $x+y = 14$ ។

ខ. បើមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះស្មើនឹង 2.9 ។ បង្ហាញថា $2x+3y = 112$ ។

គ. រកតម្លៃ x និង y ។

ឃ. បញ្ជាក់ប្រាប់ម៉ូតនិងមេដ្យាននៃបំណែងចែកនេះ ។

មេរៀនទី

11 ប្រូបាប

វត្ថុបំណង

- ☐ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍ 1 ដង
- ☐ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមកពីការពិសោធច្រើនដង ។

1. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍ 1 ដង

ឧទាហរណ៍ : គេពិសោធបោះកាក់មួយដែលម្ខាងមានរូប និងម្ខាងទៀតមានលេខ ។ គេសន្មតយកខាងរូបតាងដោយអក្សរ H និងខាងលេខតាងដោយអក្សរ T ។

បើគេបោះកាក់នោះ 1 ដង

- គេអាចបោះបានខាង H ឬខាង T ។ លទ្ធផលដែលចេញ H ឬ T ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានគេសង្កេតឃើញថា វាមាន 2 ករណីហៅថា **ចំនួនករណីអាច** ។
- បើគេប្រាថ្នាបោះបានខាងរូប H ដែលជាព្រឹត្តិការណ៍តាមបំណង គេសង្កេតឃើញថាវាមានតែ 1 ករណីហៅថា **ចំនួនករណីស្រប** ។
- ផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្របដែលបោះបានខាងរូប H និងចំនួនករណីអាច ហៅថា **ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ** ។

គេកំណត់ដោយអក្សរ P : $P = \dfrac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \dfrac{1}{2}$

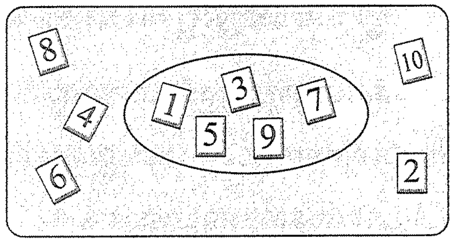
គេកំណត់សរសេរ $P = \frac{1}{2}$ ជាចំនួនទសភាគ 0.5 ឬជាភាគរយ 50 % ប្រូបាបដែលស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ អាចបកស្រាយថាក្នុងការបោះបានខាងរូប H គេសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 2 ឬសង្ឃឹម 50 % ។

សំគាល់ :

- គេប្រាកដជាមានសង្ឃឹម 100% ក្នុងការបោះកាក់ដើម្បីបាន H ឬ T ព្រោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះប្រាកដកើតមាន H ឬ T ហើយព្រឹត្តិការណ៍ស្រេបក៏មាន H ឬ T នោះ $P = \frac{2}{2} = 1$ ។
- គ្មានករណីដែលបោះមិនបាន H ឬ T ឡើយ ព្រោះការបោះកាក់តែងតែចេញ H ឬ T ហើយក្នុងករណីនេះចំនួនករណីស្រេបស្មើ 0 នោះ $P = \frac{0}{2} = 0$ ។
- ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A មួយ គេបាន $0 \leq P \leq 1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេចាប់សន្លឹកប័ណ្ណមួយ ពីសន្លឹកប័ណ្ណដប់ដែលចុះលេខពី 1; 2; 3 ; ... ; 10 ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានក្នុងការចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណមានលេខសេសណាមួយ ?

ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច

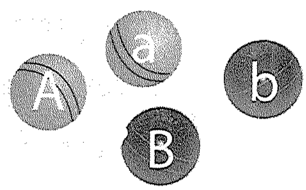


$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 10 និងចំនួនករណីស្រេប $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ចំនួនករណីស្រេបស្មើ 5 ។

គេបានប្រូបាបដែលចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណមានលេខសេស $P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រេប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\ \%$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេចាប់ឃ្លីម្តងពីរ ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។

ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{aA, aB, ab, AB, bA, bB\}$



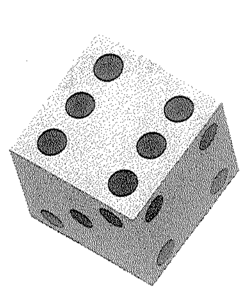
ចំនួនករណីអាចស្មើ 6 និងចំនួនករណីស្រេប $\{aA, aB, bA, bB\}$ ចំនួនករណីស្រេបស្មើ 4 ។ គេបានប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រេប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.66 = 66\ \% \text{ ។}$$

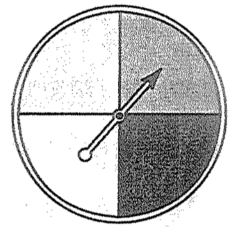
មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 2 ក្នុងចំណោម 3 ឬសង្ឃឹម 66% ។

លំហាត់គំរូទី 3 :

ក. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាចំនួនបឋម ។

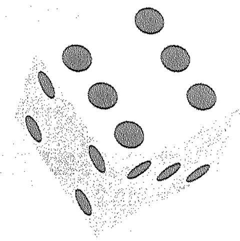


ខ. ក្នុងការបង្វិលថាសមួយដែលមានលាបពណ៌ បៃតង ស ខ្មៅ និងក្រហម (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ រកប្រូបាបដែលឱ្យចុងព្រួញឈប់ចង្អុលនៅត្រង់ពណ៌បៃតង ។



ចម្លើយ :

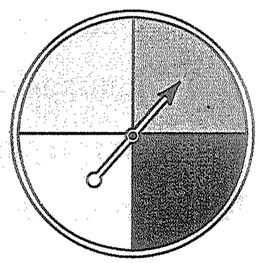
ក. ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 6 និងចំនួនករណីស្រប $\{2, 3, 5\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 3 ។ គេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាចំនួនបឋម ។



$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\ \% \text{ ។}$$

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 2 ឬសង្ឃឹម 50% ។

ខ. ព្រឹត្តិការណ៍អាច { ស បៃតង ខ្មៅ ក្រហម } ចំនួនករណីអាចស្មើ 4 និងចំនួនករណីស្រប { បៃតង } ចំនួនករណីស្របស្មើ 1 ។



$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\ \% \text{ ។}$$

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 4 ឬសង្ឃឹម 25% ។

លំហាត់គំរូទី 4 : គ្រូបានដាក់ 6 សំណួរគឺ A, B, C, D, E និង F ដើម្បីឱ្យសិស្សយកទៅរៀន ។ សិស្សម្នាក់រៀនបានតែ 4 សំណួរប៉ុណ្ណោះ ។ បើគ្រូចេញ 2 សំណួរក្នុងចំណោម 6 សំណួរ ។ តើសិស្សនោះអាចមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយ ដើម្បីឱ្យការចេញសំណួរត្រូវទាំងពីរ ។

ចម្លើយ : ឧបមាថាសិស្សនោះរៀនតែសំណួរ A, B, C, D ហើយ E, F ជាសំណួរដែលពុំដែលរៀន

ព្រឹត្តិការណ៍អាច $AB \quad AC \quad AD \quad AE \quad AF$

$BC \quad BD \quad BE \quad BF \quad CD$

$CE \quad CF \quad DE \quad DF \quad EF$

ចំនួនករណីអាចស្មើ 15 និងចំនួនករណីស្រប $\{AB, AC, AD, BC, BD, CD\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 6 ។ គេបានប្រូបាបចេញ 2 សំណួរត្រូវនឹងសំណួរដែលសិស្សបានរៀន

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\ \% \text{ ។}$$

មានន័យថា សិស្សនោះមានសង្ឃឹមតែ 2 ក្នុងចំណោម 5 ឬ សង្ឃឹម 40% ។

ប្រតិបត្តិ : ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកនារី 2 នាក់និងបុរស 2 នាក់ ។ ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ក្រុមហ៊ុននោះតែងឱ្យបុគ្គលិកនោះធ្វើការចាប់ឆ្នោតជ្រើស 2 នាក់ដើម្បីដើរកំសាន្ត ។ រកប្រូបាបដែលចាប់ឆ្នោតបាននារីមួយនាក់និងបុរសមួយនាក់ ។

2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង

បើគេពិសោធបោះកាក់តែមួយដង នោះគេនឹងងាយស្រួលក្នុងការកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{H, T\}$ ។

បើគេចង់ពិសោធលទ្ធផលនៃការបោះកាក់ពីរដងនោះគេនឹងលំបាកបន្តិចក្នុងការកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{HH, HT, TH, TT\}$ ។

គេរឹតតែស្មុគស្មាញទៀត នៅពេលដែលគេបោះកាក់នោះ 3 ដង ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតឡើងគឺ $\{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$ ។

ការគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានការលំបាកនិងស្មុគស្មាញនៅពេលដែលគេបង្កើនចំនួនដងនៃពិសោធន៍ដូចជា បោះកាក់មួយបីដង បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដងជាដើម ។

លំហាត់គំរូ: គេពិសោធបោះកាក់មួយដោយបោះ 3 ដង ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុណ្ណា ដើម្បីបោះបានខាងរូបទាំងបីដងនិងខាងលេខទាំងបីដង ។

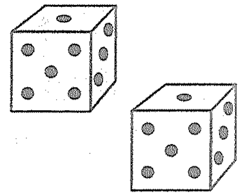
ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 8 និងព្រឹត្តិការណ៍ស្រប $\{HHH, TTT\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 2 ។

គេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានខាងរូបទាំងបីដងនិងខាងលេខទាំងបីដង ។

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$ ។

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 4 ឬសង្ឃឹម 25% ។

ប្រតិបត្តិទី 1 : គេពិសោធបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយដោយបោះ 2ដង ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុណ្ណា ដើម្បីបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខដូចគ្នា ?



ប្រតិបត្តិទី 2 : គូស្វាមីមួយគូមានបំណងយកកូនបីនាក់ ។ គណនាប្រូបាបដែលគូស្វាមីមាន

ក. ដំបូងកូនស្រី បន្ទាប់កូនប្រុស និងចុងក្រោយកូនស្រី

ខ. កូនស្រីពីរនិងកូនប្រុសមួយ

គ. កូនប្រុសទាំងបី

ឃ. កូនទាំងបីនាក់មានភេទដូចគ្នា

ង. យ៉ាងតិចកូនប្រុសមួយនាក់ ។

? លំហាត់

1. ក្នុងប្រអប់មួយមានស្ករសូកូឡា 24គ្រាប់ ក្នុងនោះមាន 10គ្រាប់មានសណ្តែកក្រែម 8គ្រាប់គ្មានស្នូល និងនៅសល់មានស្នូលសណ្តែក ។ ស្ករសូកូឡា 1គ្រាប់ត្រូវជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបដែលស្ករសូកូឡា ។

   ក. មានស្នូលក្រែម

   ខ. មានស្នូលសណ្តែក

   គ. មិនមានស្នូលក្រែម ។

2. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម

   ក. បោះបានលេខសេស

   ខ. បោះបានលេខធំជាង 3

   គ. បោះបានលេខចែកដាច់នឹង 5

   ឃ. បោះបានលេខធំជាង 1 ។

3. រដ្ឋាមានស្រោមជើងពណ៌ផ្ទៃមេឃចំនួន 8 ពណ៌ខៀវចំនួន 7 ពណ៌សូកូឡាចំនួន 13 និងពណ៌ក្រហមចំនួន 6 ។ រដ្ឋាជ្រើសរើសស្រោមជើងមួយដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបដែលស្រោមជើងមាន

ក. ពណ៌ផ្ទៃមេឃ

ខ. ពណ៌ខៀវ

គ. មិនមែនពណ៌សូកូឡា

ឃ. មិនមែនពណ៌សូកូឡា ឬពណ៌ក្រហម

ង. ពណ៌ផ្ទៃមេឃ ឬពណ៌ខៀវ ។

4. ធីតានិងរដ្ឋានៅក្នុងថ្នាក់ដែលមានសិស្សស្រី 14 នាក់និងសិស្សប្រុស 10 នាក់ ។ សិស្សម្នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសជាប្រធានថ្នាក់ដោយចៃដន្យពីសិស្សក្នុងថ្នាក់ ។

ក. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី

ខ. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស

គ. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជារដ្ឋា

ង. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាធីតា ឬ រដ្ឋា

ច. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់មិនមែនជាធីតា ឬ រដ្ឋា ។

5. នៅពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បីព្រមគ្នា ។

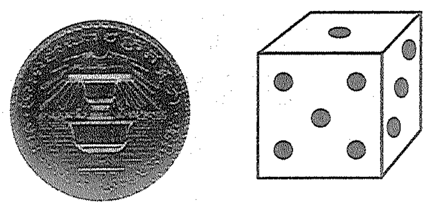
រកប្រូបាបនៅពេលដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងបីចេញលេខដូចគ្នា ។

6. នៅពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ ។

ក. រកប្រូបាបនៅពេលដែលផលបូកមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 5 ។

ខ. រកប្រូបាបនៅពេលដែលផលបូកមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរធំជាង ឬស្មើនឹង 9 ។

7. កាក់មួយនិងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយបោះឡើងព្រមគ្នា ។



ក. គណនាចំនួនករណីអាច

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់បានខាងរូបនិងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខ 6 ។

8. គេបោះកាក់មួយចំនួនបីដង ។

ក. គណនាចំនួនករណីអាច

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់បានខាងរូបពីរនិងខាងលេខមួយ ។

មេរៀនទី

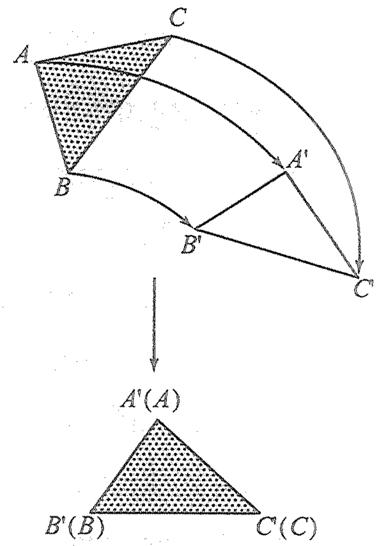
12 ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

វត្ថុបំណង

- ចង្អុលបង្ហាញត្រីកោណប៉ុនគ្នានិងធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា
- ប្រើលក្ខណៈករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ
- ចង្អុលបង្ហាញទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុងនិងមុំក្នុងត្រីកោណ
- អនុវត្តទ្រឹស្តីវិសមភាពត្រីកោណ
- ប្រើវិសមភាពដែលទាក់ទងនឹងត្រីកោណពីរ ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ ។

1. ត្រីកោណប៉ុនគ្នា

1.1. និយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

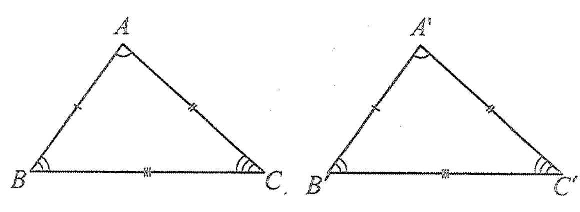


ឧទាហរណ៍ : គូសត្រីកោណ ABC មួយនៅលើក្រដាសកាតុង ហើយកាត់វាចេញ ។ ប្រើវាជាគំរូដើម្បីគូសត្រីកោណ $A'B'C'$ ហើយកាត់វាចេញ ។ បើគេយកត្រីកោណ ABC ដាក់ឱ្យត្រួតពីលើត្រីកោណ $A'B'C'$ យើងសង្កេតឃើញថាត្រីកោណទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា មានន័យថាធាតុនីមួយៗនៃត្រីកោណ ABC ត្រួតស៊ីគ្នាធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណ $A'B'C'$ ។ គេថាត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។

គេកំណត់សរសេរ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ។

ដោយត្រីកោណពីរនេះត្រួតស៊ីគ្នានោះគេបានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាដូចខាងក្រោម ។

មុំត្រូវគ្នា	ជ្រុងត្រូវគ្នា
$\angle A = \angle A'$	$AB = A'B'$
$\angle B = \angle B'$	$AC = A'C'$
$\angle C = \angle C'$	$BC = B'C'$



និយមន័យ : ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា លុះត្រាតែធាតុត្រូវគ្នាជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : បើត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា តើអ្នកអាចសន្និដ្ឋានបានដូចម្ដេច ? ចូរឱ្យឧទាហរណ៍ពន្យល់ចម្លើយរបស់អ្នក ។

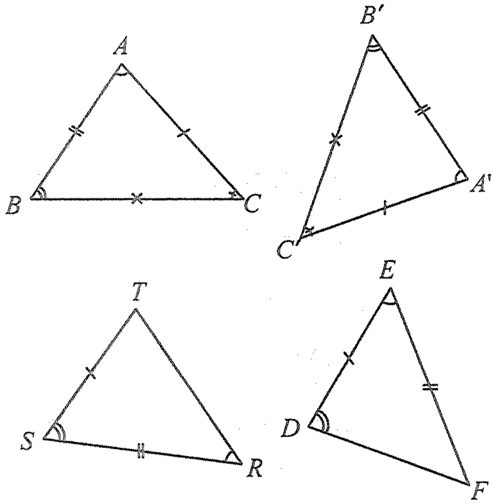
ចម្លើយ : ធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ : បើ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ នោះ

$\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$,

$AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $BC = B'C'$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរពន្យល់ហេតុអ្វីបានជាត្រីកោណពីរខាងស្ដាំមិនប៉ុនគ្នា ។



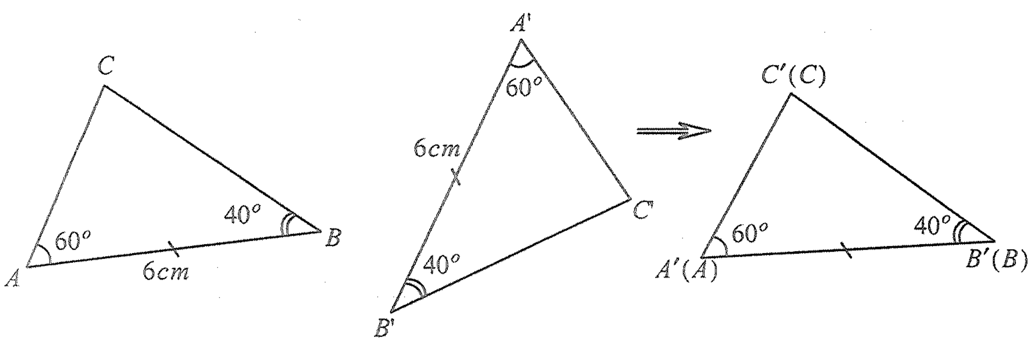
1.2. លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាមានធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ។ ក្នុងករណីនេះគេសិក្សាតែធាតុបីប៉ុនរៀងគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

ក. ជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់និងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា (ម.ជ.ម) ។

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ដែល $\angle A = \angle A' = 60^o$, $\angle B = \angle B' = 40^o$ និង $AB = A'B' = 6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC លើក្រដាសថ្លា
  - នៅលើបន្ទាត់ l គូសអង្កត់ AB មួយដែល $AB = 6cm$
  - ប្រើរ៉ាប៉ទ័រត្រង់ចំណុច A និង B គូសមុំ 60^o និង 40^o រៀងគ្នា
  - ជ្រុងនៃមុំ A និងមុំ B ជួបគ្នាត្រង់ C ។ ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណដែលត្រូវបានសង់ ។
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នានឹងត្រីកោណ ABC ។



ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$

យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើ $A'B'$

យើងសង្កេតឃើញថា ជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $\angle A = \angle A' = 60^o$

ជ្រុង BC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $B'C'$ ព្រោះ $\angle B = \angle B' = 40^o$

ដោយធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នា តាមនិយមន័យ យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់នឹងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

បន្ទាប់ពីបានប្រៀបធៀបឱ្យត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម រួចហើយតាមនិយមន័យ គេអាចទាញបានធាតុត្រូវគ្នាដទៃទៀតប៉ុនគ្នាហៅថា វិបាក ។

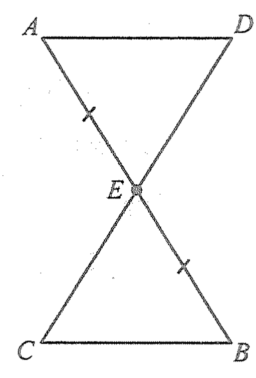
សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$\angle A = \angle A'$ $AB = A'B'$ $\angle B = \angle B'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម)	$AC = A'C'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យអង្កត់ AB និង CD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E ដែល $EA = EB$ និងអង្កត់ AD ស្របនឹងអង្កត់ CB ។

ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ AED និង BEC

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $ED = EC$ ។

ចម្លើយ :



ក. ក្នុង ΔAED និង ΔBEC មាន

$\angle AED = \angle BEC$ (មុំទល់កំពូល)

$EA = EB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle EAD = \angle EBC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុងព្រោះ $AD \parallel BC$)

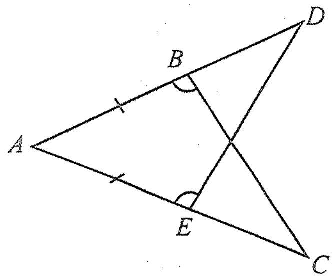
ដូចនេះ $\Delta AED \cong \Delta BEC$ (តាមលក្ខណខណ្ឌ ម.ជ.ម) ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $ED = EC$

ដោយ $\Delta AED \cong \Delta BEC$ នោះគេអាចទាញបានជ្រុងត្រូវគ្នាប៉ុនរៀងគ្នា ។

ដូចនេះ $ED = EC$ ។

ប្រតិបត្តិ : រូបដែលឱ្យដូចខាងស្តាំនេះ



មាន $\angle ABC = \angle AED$ និង $AB = AE$ ។

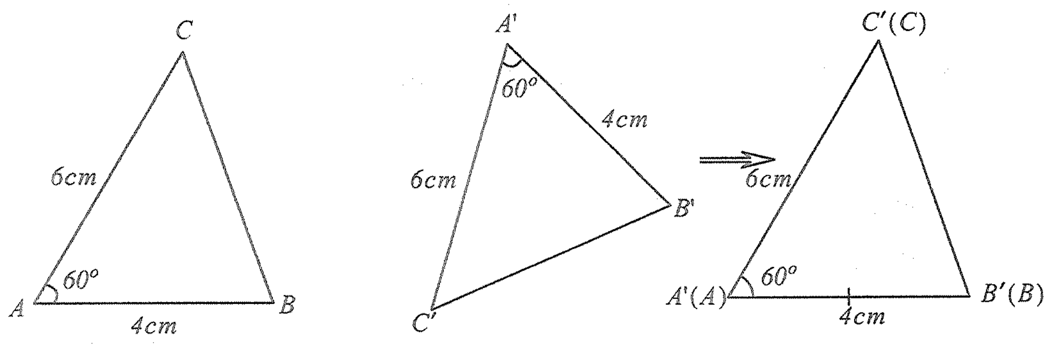
បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta AED$ និង $AB = AE$ ។

២. មុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា (ជ.ម.ជ)

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល

$\angle A = \angle A' = 60^o$, $AB = A'B' = 4cm$ និង $AC = A'C' = 6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC នៅលើក្រដាសថ្លា
  - ប្រើបន្ទាត់ក្រិតគូសជ្រុង AB មានប្រវែង $4cm$
  - ប្រើរ៉ាប៉័ទ័រដើម្បីគូសមុំ $\angle BAx = 60^o$
  - ប្រើបន្ទាត់ក្រិតដៅចំណុច C នៅលើកន្លះបន្ទាត់ Ax ដែលជ្រុង AC មានប្រវែង $6cm$
  - គេបានត្រីកោណ ABC ដែលត្រូវសង់ ។
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នា



យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យមុំ $\angle A$ ត្រួតស៊ីគ្នានឹង $\angle A'$

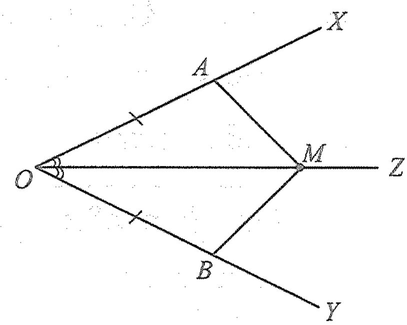
យើងសង្កេតឃើញថាជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ ព្រោះ $AB = A'B' = 4cm$ ហើយជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $AC = A'C' = 6cm$ ។

ដោយ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាតាមនិយមន័យត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $\angle A = \angle A'$ $AC = A'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)	$\angle B = \angle B'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : គូស $\angle XOY$ មួយនិងកន្លះបន្ទាត់ OZ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនេះ ។ នៅលើកន្លះបន្ទាត់ OX និង OY គេដៅចំណុច A និង B រៀងគ្នាដែល $OA = OB$ ។ នៅលើកន្លះបន្ទាត់ OZ គេដៅចំណុច M មួយ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB រួចទាញវិបាក ។



ចម្លើយ : ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB

ក្នុង ΔOMA និង ΔOMB មាន

$OA = OB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle AOM = \angle BOM$ (OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle O$)

OM ជ្រុងរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ

ដូចនេះ $\Delta OMA \cong \Delta OMB$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)

វិបាក : គេទាញបានធាតុត្រូវគ្នាផ្សេងទៀតប៉ុនគ្នា

$MA = MB$, $\angle OAM = \angle OBM$ និង $\angle OMA = \angle OMB$ ។

ប្រតិបត្តិ : គូស ΔAOB មួយ ។ A' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង O និង B' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ B ធៀបនឹង O ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\Delta OAB \cong \Delta OA'B'$ ។

គ. ជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា (ជ.ជ.ជ)

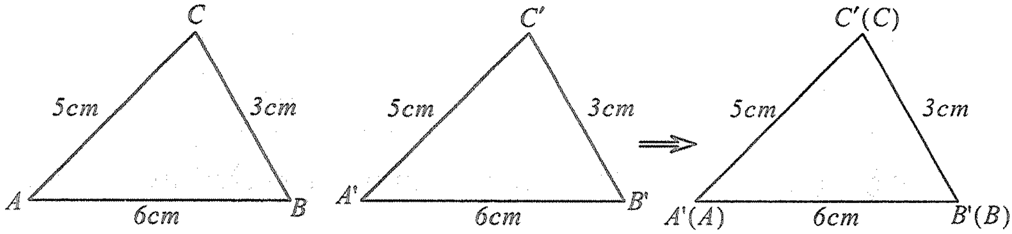
ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $AB = A'B' = 6cm$, $AC = A'C' = 5cm$ និង $BC = B'C' = 3cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC នៅលើក្រដាសថ្លា

  - នៅលើបន្ទាត់ l ជ្រើសរើសចំណុច A មួយ ។
  - សង់ជ្រុង AB នៅលើបន្ទាត់ l ដែល $AB = 6cm$
  - យក A ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $5cm$
  - យក B ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $3cm$
  - តាង C ជាចំណុចប្រសព្វនៃធ្នូទាំងពីរ

- គូសអង្កត់ AC និង BC ។ គេបានត្រីកោណ ABC ដែលត្រូវសង់ ។

- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នា



ឥឡូវនេះយក ΔABC លើកទៅដាក់លើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ យើងឃើញថាកំពូល C និង C' ត្រួតលើគ្នាស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃជ្រុង $A'C'$ ហើយប្រវែងជ្រុងទាំងបីកំណត់បានទីតាំងនៃត្រីកោណតែមួយគត់មានន័យថាត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ត្រួតស៊ីគ្នា ព្រោះជ្រុងត្រូវគ្នាទាំងបីគូមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ ដូចនេះត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

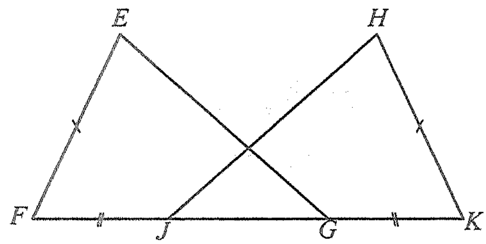
ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $AB = B'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ)	$\angle A = \angle A'$ $\angle B = \angle B'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : ក្នុងរូបដែលឱ្យខាងស្តាំនេះគឺ

$EF = HK$, $FJ = GK$ និង $EG = HJ$

បង្ហាញថា $\Delta EFG \cong \Delta HKJ$ ។



ចម្លើយ : យើងមាន

$$\left.\begin{array}{ll} FJ = GK & \text{(សម្មតិកម្ម)} \\ FG = FJ + JG & \\ JK = JG + GK & \end{array}\right\} \text{នោះ } FG = JK$$

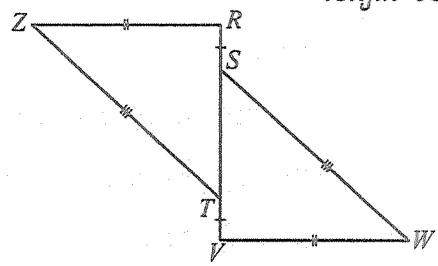
ក្នុង ΔEFG និង ΔHKJ មាន

$$\left.\begin{array}{ll} EF = HK & \text{(សម្មតិកម្ម)} \\ EG = HJ & \text{(សម្មតិកម្ម)} \\ FG = JK & \text{(ស្រាយខាងលើ)} \end{array}\right\} \text{នោះ } \Delta EFG \cong \Delta HKJ \text{ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ) ។}$$

ប្រតិបត្តិ : រូបដែលឱ្យកំណត់ដូចខាងស្ដាំនេះ ។

$RZ = VW$, $TZ = SW$ និង $RS = TV$ ។

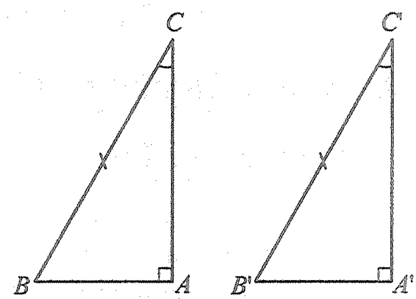
ចូរប្រៀបធៀប ΔRZT និង ΔVWS ។



1.3. លក្ខខណ្ឌចំពោះត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា មានពីរលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

ក. អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា(អ.ម)



ឧទាហរណ៍ : ក្នុង ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មាន

$$\begin{cases} \angle A = \angle A' = 90^o \\ BC = B'C' \\ \angle C = \angle C' \end{cases}$$

បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC គេបាន $\angle B + \angle C = 90^o$ នោះ $\angle B = 90^o - \angle C$

ក្នុងត្រីកោណកែង $A'B'C'$ គេបាន $\angle B' + \angle C' = 90^o$ នោះ $\angle B' = 90^o - \angle C'$

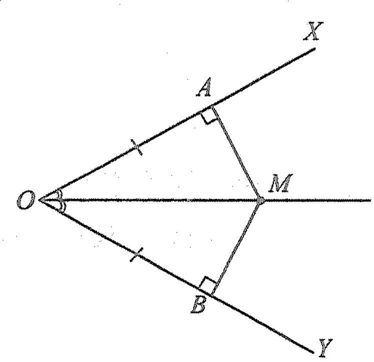
ដោយ $\angle C = \angle C'$ (សម្មតិកម្ម) នោះ $\angle B = \angle B'$

ក្នុងត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ មាន

$$\begin{cases} \angle B = \angle B' = 90^o \\ BC = B'C' \\ \angle C = \angle C' \end{cases}$$ នោះ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម) ។

> *ទ្រឹស្ដីបទ :* ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យ M ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle XOY$ ។ តាមចំណុច M គេគូសបន្ទាត់កែងនឹង OX ត្រង់ A និង OY ត្រង់ B ។ បង្ហាញថា $MA = MB$ ។



ចម្លើយ : ត្រីកោណកែង OMA និងត្រីកោណកែង OMA មាន OM ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle MOA = \angle MOB$ (ព្រោះ OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle AOB$)

ដូចនេះ $\Delta OMA \cong \Delta OMA$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ម) ។

វិបាក : $MA = MB$

ទ្រឹស្ដីបទ :

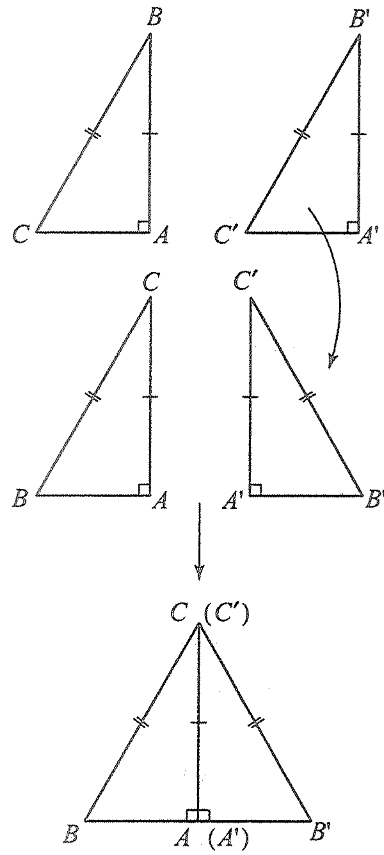
- គ្រប់ចំណុចនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំមួយ ត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំនោះ ។
- ច្រាសមកវិញគ្រប់ចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើទៅនឹងជ្រុងទាំងពីរនៃមុំមួយត្រូវឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនោះ ។

ប្រតិបត្តិ : ABC ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល A ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ជ្រុង AC និង AB ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថា $BD = CE$ និង $BE = CD$ ។

២. អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងជ្រុងមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា (អ.ជ)

ឧទាហរណ៍ : ក្នុងត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ

$A'B'C'$ មាន $\begin{cases} \angle A = \angle A' = 90^o \\ AB = A'B' \\ BC = B'C' \end{cases}$



តើត្រីកោណកែងទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នាឬទេ ?

ដោយ $AB = A'B'$ យើងអាចត្រឡប់ហើយដាក់ជ្រុង $A'C'$ ត្រួតលើជ្រុង AC ដែលជាជ្រុងនៃ $\Delta A'B'C'$ និង ΔABC ។

ដោយ $\angle A = \angle A' = 90^o$

យើងដឹងថា $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB'$

$= 90^o + 90^o = 180^o$ ជាមុំជាប់បន្ថែម ។

ដូចនេះ អង្កត់ BA និងអង្កត់ AB' ភ្ជាប់គ្នាបានអង្កត់ BB' មួយ ។

ក្នុង $\Delta BCB'$ មាន $CB = CB'$ នោះ $\Delta BCB'$ ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle B = \angle B'$

ក្នុងត្រីកោណកែង BAC និង $B'AC$ មាន :

$CB = CB'$ អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នា(សម្មតិកម្ម)

$\angle B = \angle B'$

} ដូចនេះ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$(តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ)

យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ។

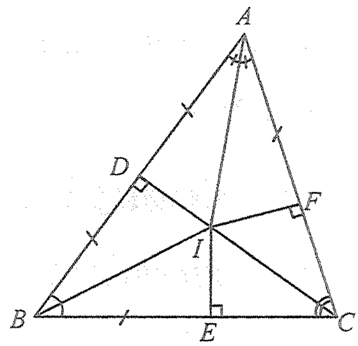
ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា កាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងជ្រុងនៃមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ តាម I គេគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងជ្រុង AB , BC និង AC ត្រង់ D , E និង F រៀងគ្នា ។

ក. បង្ហាញថា $ID = IE = IF$

ខ. បង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ AI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BAC$ ។

ចម្លើយ :



ក. ក្នុងត្រីកោណកែង BEI និង BDI មាន

BI ជាអ៊ីប៉ូតេនិសរួម

$\angle IBE = \angle IBD$ (IB ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$)

ដូចនេះ $\Delta BEI \cong \Delta BDI$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ.ម)

វិបាក : $ID = IE$ (1)

ក្នុងត្រីកោណកែង CEI និង CFI មាន :

CI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle ICE = \angle ICF$ (IC ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BCA$) $\Big\}$ ដូចនេះ $\Delta CEI \cong \Delta CFI$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ម)

វិបាក : $IE = IF$ (2)

តាម(1)និង(2)គេទាញបាន $ID = IE = IF$

ខ. ក្នុងត្រីកោណកែង IDA និង IFA មាន :

AI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

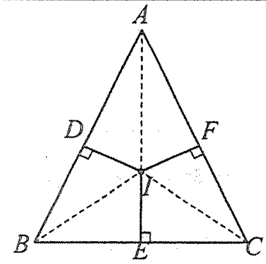
$ID = IF$ (សំរាយខាងលើ) $\Big\}$ ដូចនេះ $\Delta IDA \cong \Delta IFA$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ)

វិបាក : $\angle IAD = \angle IAF$ ឬ $\angle IAB = \angle IAC$ ។

ហេតុនេះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា AI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ ។

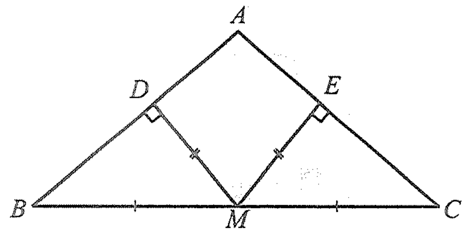
សំគាល់ : តាមសំរាយខាងលើ $ID = IE = IF$ នោះចំណុច I ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ។

ទ្រឹស្តីបទ : កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។



ប្រតិបត្តិ : ABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។ តាម M គេគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងជ្រុង AB និង AC ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។

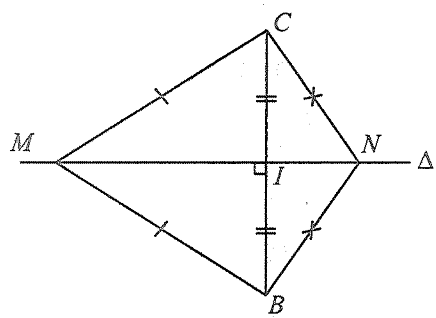
បង្ហាញថា បើ $MD = ME$ នោះ $\angle B = \angle C$ ។



2. មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់និងត្រីកោណសមបាត

2.1. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់

- I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC ។ បន្ទាត់ Δ មួយកែងនឹងអង្កត់ BC ត្រង់ I គឺជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។
- បើចំណុច M មួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ Δ មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។



ក្នុងត្រីកោណកែង MIB និង MIC មាន

IM ជាជ្រុងរួម

$\angle MIB = \angle MIC = 90^o$ (ព្រោះ $\Delta \perp BC$ ត្រង់ I)

$IB = IC$ (I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC)

ដូចនេះ $\Delta MIB \cong \Delta MIC$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)

វិបាក : $MB = MC$, $\angle IMB = \angle IMC$ និង $\angle IBM = \angle ICM$

គេទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម :

- គ្រប់ចំណុចឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់មួយត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីរនៃអង្កត់នោះ
- គ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីនៃអង្កត់មួយ ចំណុចទាំងនេះគឺឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់នោះ ។

2.2. លក្ខណៈត្រីកោណសមបាត

តាមសម្រាយខាងលើ $MB = MC$ នោះ ΔBMC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល M

ម្យ៉ាងទៀត $\angle IMB = \angle IMC$ នោះ MI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle M$

$IB = IC$ នោះ MI ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC

$MI \perp BC$ ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល I នោះ MI ជាកម្ពស់និងជាមេដ្យាទ័រចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC ។ គេអាចទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម

ក្នុងត្រីកោណសមបាតមាន

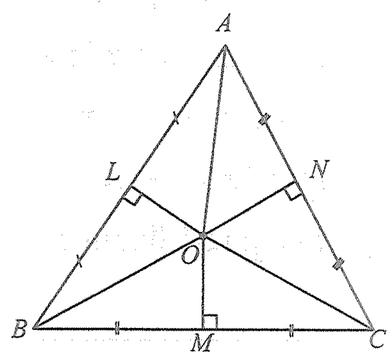
- មុំបាតទាំងពីរជាមុំប៉ុនគ្នា
- មេដ្យាទ័រ មេដ្យាន កម្ពស់គូសចេញពីកំពូលនិងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំកំពូលនោះឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

លំហាត់គំរូ : មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC នៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។

ក. បង្ហាញថា $OA = OB = OC$

ខ. បើ N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC បង្ហាញថា $ON \perp AC$

ចម្លើយ :



ក. មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC កាត់ AB និង BC ត្រង់ L និង M រៀងគ្នា ។ ដោយ O ជាប្រសព្វមេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC នោះគេទាញបាន $OA = OB = OC$ ។

ខ. គេមាន $OA = OC$ (ស្រាយខាងលើ)

នោះ ΔAOC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល O

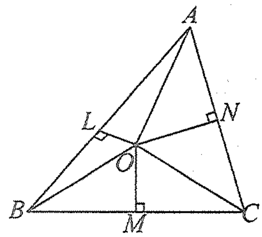
N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AC នោះ ON ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង AC នៃ ΔAOC

តាមលក្ខណៈត្រីកោណសមបាតគេបានបន្ទាត់ ON ជាមេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AC ។

ដូចនេះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា $ON \perp AC$ ។

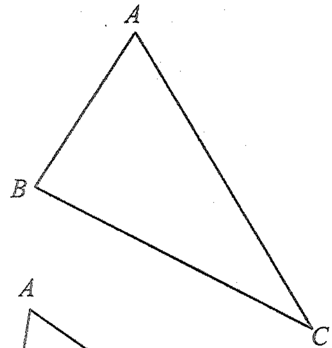
សំគាល់ : មេដ្យានទ័រនៃជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O ។ ដោយ $OA = OB = OC$ នោះ O មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ គេអាចកំណត់បានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

11

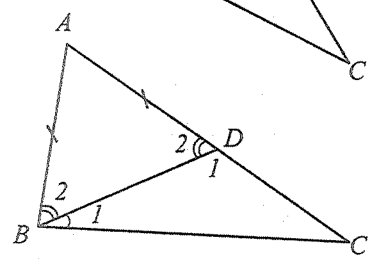
> *ទ្រឹស្តីបទ :* មេដ្យាទ័រជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។
>
> 
>

3. វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ

3.1. វិសមភាពចំពោះជ្រុងនិងមុំនៃត្រីកោណមួយ



ឧទាហរណ៍: ក្នុងត្រីកោណ ABC ជ្រុង AC ឈមនឹងមុំ $\angle B$ ជ្រុង AB ឈមនឹង $\angle C$ ដែល $AC > AB$ ។ បង្ហាញថា $\angle B > \angle C$



នៅលើជ្រុង AC ដៅចំណុច D មួយដែល $AD= AB$ ។

គេបាន $AB = AD$ នោះ ΔABD ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល A នាំឱ្យ $\angle B_2 = \angle D_2$

ប៉ុន្តែ $\angle D_2$ ជាមុំក្រៅនៃ ΔBCD គេបាន

$\angle D_2 = \angle B_1 + \angle C$ នាំឱ្យ $\angle D_2 > \angle C$

ដោយ $\angle B_2 = \angle D_2$ នោះ $\angle B_2 > \angle C$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $\angle B = \angle B_1 + \angle B_2$ នោះ $\angle B > \angle B_2$ (2)

នាំឱ្យ $\angle B > \angle C$

គេទាញបានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

> *ទ្រឹស្តីបទ :* ក្នុងត្រីកោណមួយ
>
> - បើជ្រុងពីរមិនប៉ុនគ្នា មុំដែលឈមនិងជ្រុងទាំងពីរនេះក៏មិនប៉ុនគ្នាដែរ ហើយមុំដែលឈមនិងជ្រុងធំជាង ជាមុំធំជាង
> - ច្រាសមកវិញ បើមុំពីរមិនប៉ុនគ្នាជ្រុងដែលឈមនឹងមុំទាំងពីរនេះក៏មានប៉ុនគ្នាដែរ ហើយជ្រុងដែលឈមនិងមុំធំជាងជាជ្រុងធំជាង ។

លំហាត់គំរូ: ក្នុង ΔABC មាន $\angle A = 6x + 4°$, $\angle B = 7x + 12°$ និង $\angle C = 6x - 7°$ ។ ចូររៀបជ្រុងនៃ ΔABC តាមលំដាប់ពីធំទៅតូច ។

ចម្លើយ: ក្នុង ΔABC គេបាន

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ (ផលបូកមុំក្នុងនៃ } \Delta ABC\text{)}$$

$$6x + 4^\circ + 7x + 12^\circ + 6x - 7^\circ = 180^\circ$$

$$19x + 9^\circ = 180^\circ$$

$$19x = 180^\circ - 9 = 171^\circ$$

$$x = \frac{171^\circ}{19} = 9^\circ$$

ដោយ $x = 9^\circ$ គេបាន

$\angle A = 6x + 4^\circ = 6(9^\circ) + 4^\circ = 58^\circ$

$\angle B = 7x + 12^\circ = 7(9^\circ) + 12^\circ = 75^\circ$

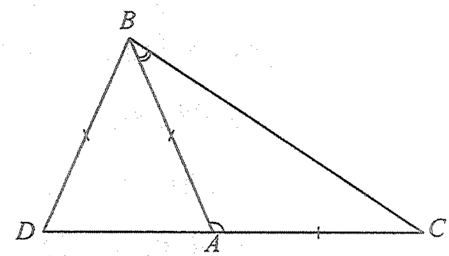
$\angle C = 6x - 7^\circ = 6(9^\circ) - 7^\circ = 47^\circ$ ដោយ $\angle B > \angle A > \angle C$ នោះគេបាន $AC > BC > AB$ ។

ដូចនេះ ជ្រុងតាមលំដាប់ពីធំទៅតូចគឺ $AC > BC > AB$ ។

ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ

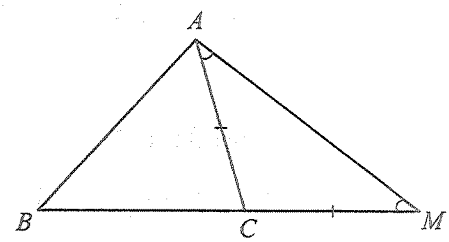
$AB = AC = AD$ និង $\angle ABC < \angle BAC$

បង្ហាញថា $BD < BC$ ។



3.2. វិសមភាពត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន CM ដែល $CM = CA$ ។ ចូរប្រៀបធៀប AB និង $BC + AC$ ។



ក្នុង ΔBAM គេបាន $\angle BAM = \angle BAC + \angle CAM$

នាំឱ្យ $\angle BAM > \angle CAM$

ΔACM មាន $CM = CA$ នោះ ΔACM ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle CAM = \angle CMA$

ហេតុនេះ $\angle BAM > \angle CMA$ ឬ $\angle BAM > \angle BMA$

ក្នុង ΔBAM មាន $\angle BAM > \angle BMA$ នាំឱ្យ $BM > AB$

ដោយ $BM = BC + CM = BC + AC$ (ព្រោះ $AC = CM$)

ដូចនេះ $AC + BC > AB$ ។

គេអាចទាញបានទ្រឹស្តីបទវិសមភាពត្រីកោណដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ ៖ ផលបូកជ្រុងពីរនៃត្រីកោណមួយធំជាងជ្រុងមួយទៀត ។

លំហាត់គំរូ៖ គ្រូម្នាក់បានឱ្យឈើបួនកំណាត់ទៅសុខាដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយសម្រាប់ធ្វើជាគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កាមួយកន្លែង ។ ប្រវែងនៃកំណាត់ឈើមាន $2m$, $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$ ។

តើសុខាអាចបង្កើតត្រីកោណខុសៗគ្នាបានប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ៖ មានបួនរបៀបដែលសុខាអាចជ្រើសរើសឈើបីកំណាត់ ដើម្បីបង្កើតត្រីកោណសម្រាប់ធ្វើគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កា ។ សុខាអាចជ្រើសរើសបន្សំដូចខាងក្រោម

ក. $2m$, $4.5m$ និង $5.8m$

ខ. $2m$, $4.5m$ និង $10.2m$

គ. $2m$, $5.8m$ និង $10.2m$

ឃ. $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$

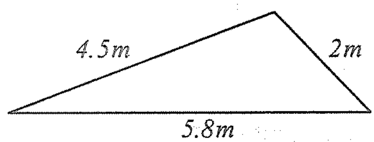
ដើម្បីកំណត់ថា បន្សំនីមួយៗនៃបន្សំទាំងបួន អាចប្រើសម្រាប់ផ្គុំបានត្រីកោណមួយគេត្រូវសាកល្បងថាបន្សំទាំងអស់ចំពោះប្រវែងនៃជ្រុងទាំងបីផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមភាពត្រីកោណ

ក. $2m$, $4.5m$ និង $5.8m$

$2+5.8>4.5$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$4.5+5.8>2$ ពិតឬទេ? (ពិត)

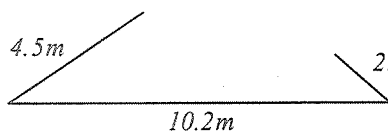
$2+4.5>5.8$ ពិតឬទេ? (ពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបាន ។

ខ. $2m$, $4.5m$ និង $10.2m$

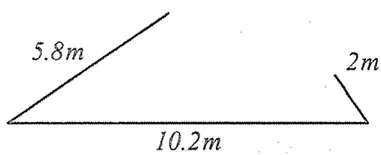
$2+4.5>10.2$ ពិតឬទេ? (មិនពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបាន ។

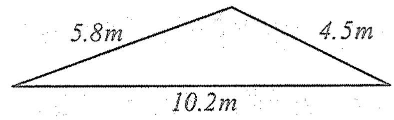
គ. $2m$, $5.8m$ និង $10.2m$

$2+5.8>10.2$ ពិតឬទេ? (មិនពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបានទេ ។

ឃ. $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$



$4.5 + 5.8 > 10.2$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$4.5 + 10.2 > 5.8$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$5.8 + 10.2 > 4.5$ ពិតឬទេ? (ពិត) ។

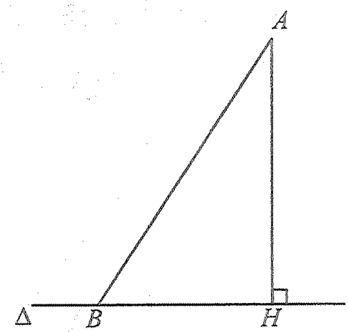
កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើ ដើម្បីបង្កើតត្រីកោណបានមួយ ។

ប្រតិបត្តិ : កំណត់ថា តើរង្វាស់ជ្រុងដែលឱ្យក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោមនេះអាចគូសបានត្រីកោណមួយឬទេ? ព្រោះអ្វី?

ក. 12 , 11 , 17　　　ខ. 1 , 2 , 3　　　គ. 4.7 , 9 , 4.1 ។

4. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង-អង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត

4.1. អង្កត់កែងនិងអង្កត់ទ្រេត



- ចំណុច A មួយមិនឋិននៅលើបន្ទាត់ Δ ។ គេគូសអង្កត់ $AH \perp \Delta$ ។ អង្កត់ AH ហៅថាអង្កត់កែងនិងបន្ទាត់ Δ ។ ចំណុច H ហៅថាជើងចំណោលកែងនៃចំណុច A លើបន្ទាត់ Δ ។ AH ហៅថាប្រវែងអង្កត់កែងឬចម្ងាយពី A ទៅបន្ទាត់ Δ ។
- ចំណុច B ឋិតនៅលើបន្ទាត់ Δ ផ្សេងពី H ។ អង្កត់ AB ហៅថាអង្កត់ទ្រេតដែល B ជាជើងអង្កត់ទ្រេត ។ អង្កត់ HB ហៅថាចំណោលកែងនៃអង្កត់ AB លើបន្ទាត់ Δ ។ ចម្ងាយ HB ជាគំលាតរវាងអង្កត់កែងនិងអង្កត់ទ្រេត ។

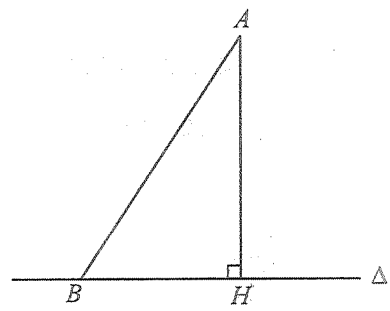
4.2. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង

ត្រីកោណ AHB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ H គេបាន

$\angle H > \angle A$ នាំឱ្យ $AB > BH$

$\angle H > \angle B$ នាំឱ្យ $AB > AH$

ដូចនេះ ក្នុងត្រីកោណកែងអ៊ីប៉ូតេនុសវែងជាងជ្រុងពីរទៀតជាប់នឹងមុំកែង ។

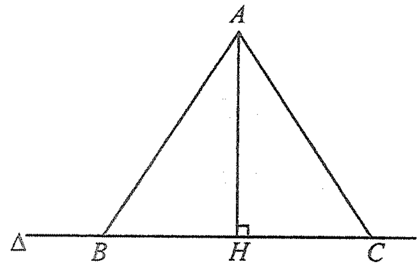


ជាទូទៅ: អង្កត់កែងមានប្រវែងខ្លីជាងអង្កត់ទ្រេត ។

4.3. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត

ឧទាហរណ៍ទី 1: ចំណុច B និង C ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ Δ និងអង្កត់ $AH \perp \Delta$

- បើ $HB = HC$ នោះបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC នាំឱ្យ $AB = AC$
- បើ $AB = AC$ នោះ ABC ជាត្រីកោណសមបាត



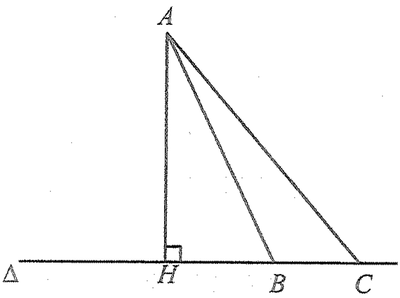
គេទាញបានបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃបាត BC ។

ដូចនេះ គេបាន $HB = HC$ ។

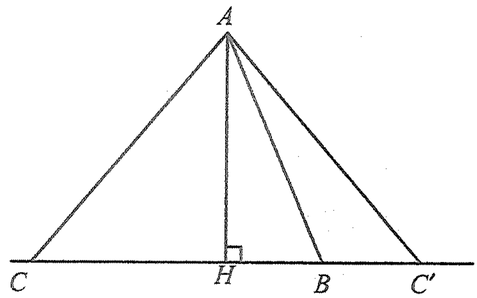
គេអាចសន្និដ្ឋានដូចខាងក្រោម ។

> -អង្កត់ទ្រេតពីរប៉ុនគ្នាមានគំលាតស្មើគ្នា
>
> -អង្កត់ទ្រេតពីរដែលមានគំលាតស្មើគ្នាជាអង្កត់ទ្រេតប៉ុនគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2: បើ B និង C ឋិតនៅតែម្ខាងនៃចំណុច H នៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HB < HC$ (ដូចរូបទី *1*) ។ ប្រៀបធៀប AB និង AC



រូបទី ១



រូបទី ២

ក្នុង ΔAHB មាន $\angle ABC$ ជាមុំក្រៅនៃ $\angle ABH$

គេបាន $\angle ABC = 90° + \angle HAB$ ជាមុំទាល

ដូចនេះ ក្នុង ΔABC បើ $\angle ABC > \angle ACB$ នាំឱ្យ $AC > AB$

បើ B និង C នៅសងខាង H (រូបទី *2*)ដៅចំណុច C' មួយនៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HC' = HC$ ។

គេបាន $AC = AC' > AB$

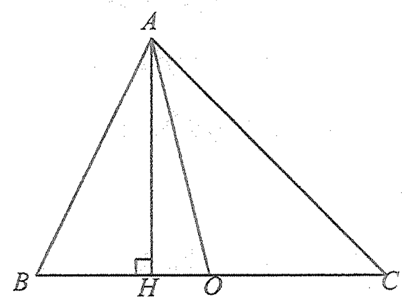
ដូចនេះ $AC > AB$ ។

ជាទូទៅ ៖

- រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតមានគំលាតធំជាអង្កត់ទ្រេតធំ ។
- រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតធំជាអង្កត់ទ្រេតដែលមានគំលាតធំ ។

លំហាត់គំរូ៖ គេឱ្យ ABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB<AC$ ។ នៅក្នុងត្រីកោណនេះគេគូស កម្ពស់ AH និងមេដ្យាន AO ។ ប្រៀបធៀប AH, OA និង AC ។

ចម្លើយ៖ អង្កត់ AH ជាអង្កត់កែង



ហើយ AO ជាអង្កត់ទ្រេត

គេបាន $AO>AH$ (1)

ដោយ $AB<AC$ (សម្មតិកម្ម)

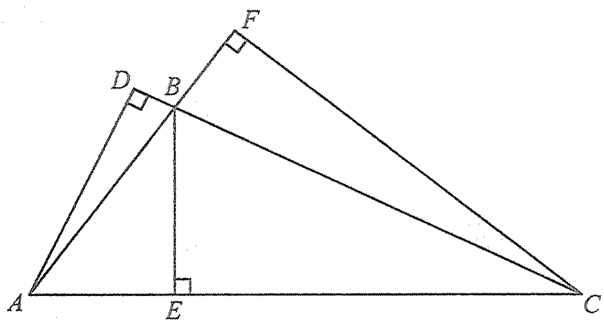
ហើយចំណុច H ឋិតនៅចន្លោះ B និង O

គេទាញបាន $HO<HC$ នាំឱ្យ $AO<AC$ (2)

តាម (1)និង (2)គេបាន៖ $AH<AO<AC$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ គេឱ្យអង្កត់ AD, BE និង CF ជាកម្ពស់នៃ ΔABC ។

បង្ហាញថា $AB+BC+AC>AD+BE+CF$



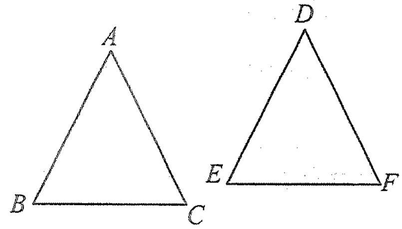
? លំហាត់

1. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

   $BC = (2x + 30)cm$

   $EF = (5x - 90)cm$

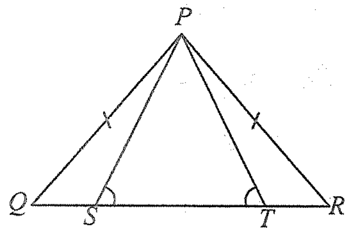
   គណនា BC ។



2. ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះគេឱ្យ

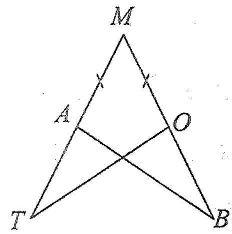
   $PQ = PR$ និង $\angle PST = \angle PTS$

   ប្រៀបធៀប ΔPQS និង ΔPRT ។



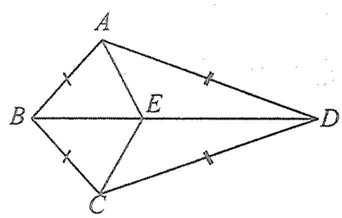
3. គេឱ្យ $MT = MB$ និង $MA = MO$ ។

   បង្ហាញថា $\Delta MTO \cong \Delta MBA$ ។



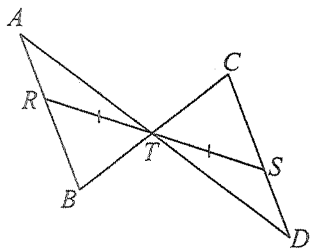
4. គេឱ្យ $AB = BC$ និង $AD = CD$ ។

   ប្រៀបធៀប ΔAED និង ΔCED ។



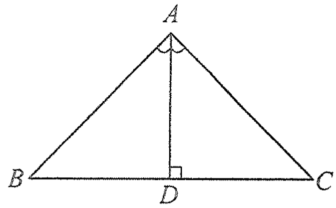
5. គេឱ្យ $AB \parallel CD$ និង $TR = TS$ ។ បង្ហាញថា

   $\Delta ABT \cong \Delta DCT$ ។

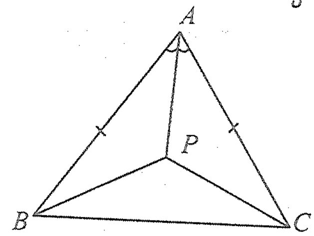


6. គេឱ្យ $\angle BAD = \angle CAD$ និង $AD \perp BC$

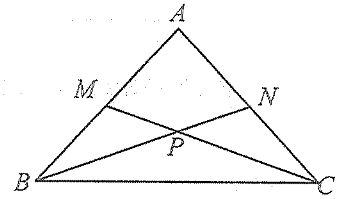
   បង្ហាញថា $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ និង $AB = AC$ ។



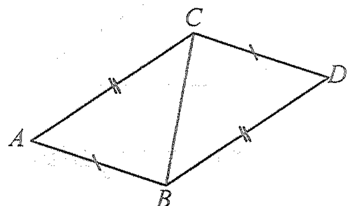
7. គេឱ្យ P ជាចំណុចមួយឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ របស់ត្រីកោណសមបាត ABC ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $PB = PC$ ។



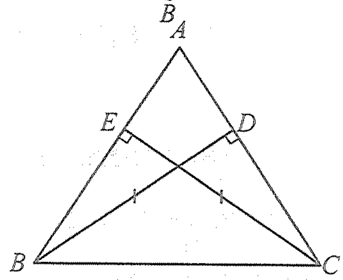
8. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។
M និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ហើយ P ជាចំណុចប្រសព្វនៃ BN និង CM ។
បង្ហាញថា ΔPBC ជាត្រីកោណសមបាត ។



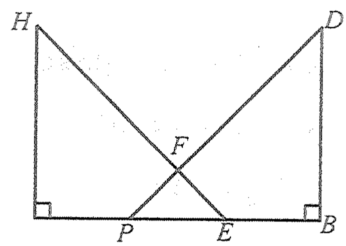
9. គេឱ្យ $AB = CD$ និង $AC = BD$ ដូចរូបខាងស្ដាំ ។
ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ABC និង BDC ។



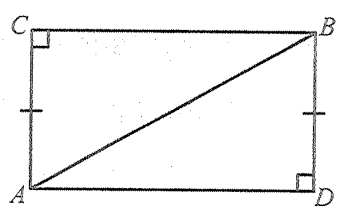
10. ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ជ្រុងឈម ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថា បើ $BD = CE$ នោះ$\angle ABC = \angle ACB$ ។



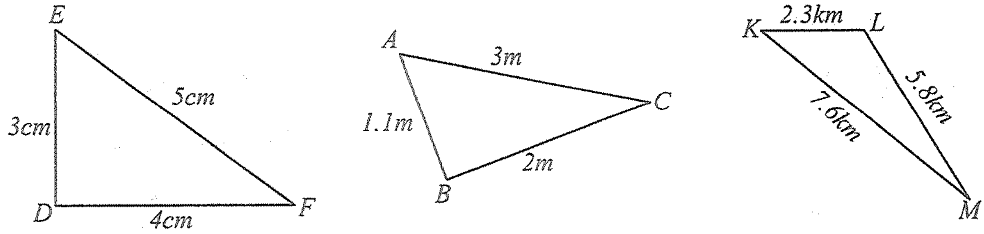
11. គេឱ្យ $HO \perp OB$, $DB \perp OB$
$OP = BE$, $HO = DB$ ។ បង្ហាញថា
ក. $\Delta HOE \cong \Delta DBP$
ខ. ΔFPE ជាត្រីកោណសមបាត ។



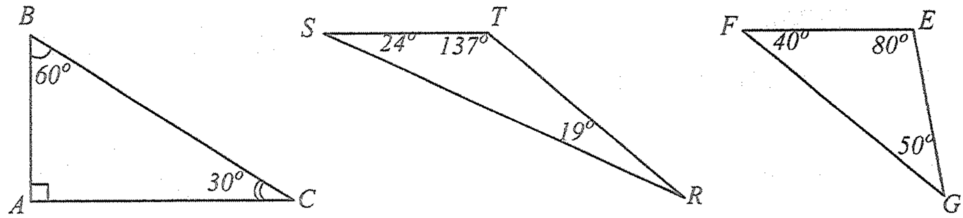
12. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ គេឱ្យ
$AC = BD$ និង $\angle C = \angle D = 90°$ ។
បង្ហាញថា $BC = AD$ និង $BC \parallel AB$ ។



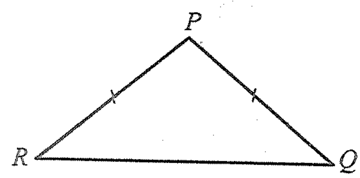
13. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗ ខាងក្រោមសរសេរមុំតាមលំដាប់ពីធំទៅតូច



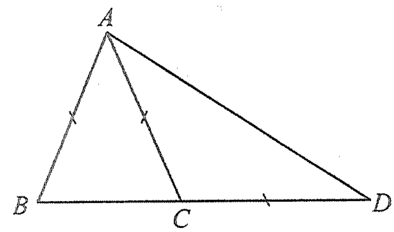
14. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមសរសេរជ្រុងតាមលំដាប់ពីវែងទៅខ្លី



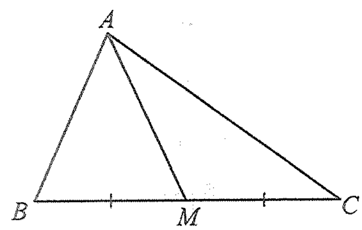
15. PQR ជាត្រីកោណមួយដែល $QR > QP$ និង $PR = PQ$ ។ បង្ហាញថា $\angle P > \angle Q$ ។



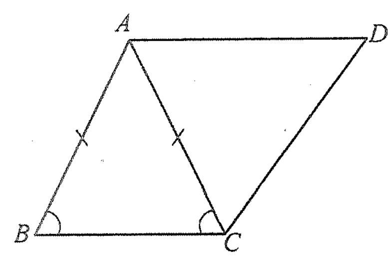
16. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន $CD = AC$ ។ បង្ហាញថា $\angle ACD > \angle CAD$ ។



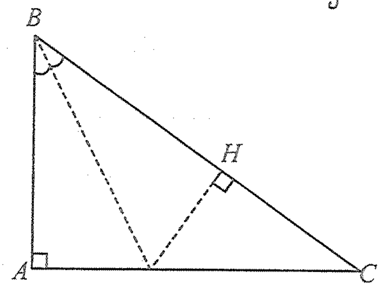
17. ABC ជាត្រីកោណមួយនិង AM ជាមេដ្យាន ដែល $\angle AMB < \angle AMC$ ។ បង្ហាញថា $\angle B > \angle C$ ។



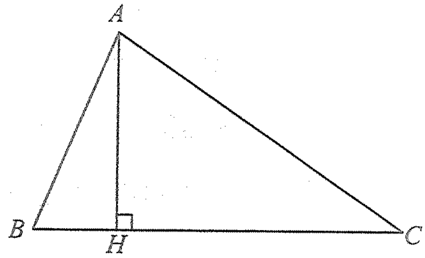
18. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ បន្ទាត់គូសចេញពីចំណុច A ស្របនិងជ្រុង BC កាត់បន្ទាត់គូសចេញពី C ត្រង់ D ដូចរូបខាងស្តាំ ។ បង្ហាញថា $AD + AB > CD$ ។



19. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ កាត់ជ្រុង AC ត្រង់ D ។ H ជាចំណោលកែងនៃ D លើបន្ទាត់ BC ។
បង្ហាញថា $AD < CD$ ។



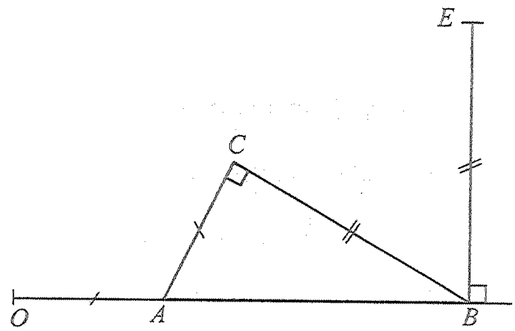
20. ABC ជាត្រីកោណមួយមានកម្ពស់ AH ។
ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AH < \frac{AB+AC}{2}$
ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាផលបូកកម្ពស់ទាំងបីនៃ ΔABC ខ្លីជាងប្រវែងបរិមាត្ររបស់វា ។



21. ABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB = 3$ និង $AC = 4$ ។ ប្រើវិសមភាពត្រីកោណ បង្ហាញថា $1 < BC < 7$ ។

22. ABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC ។ D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹងចំណុច M ។
ក. ប្រៀបធៀប ΔABM និង ΔDCM
ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{AC-AB}{2} < AM < \frac{AC+AB}{2}$ ។

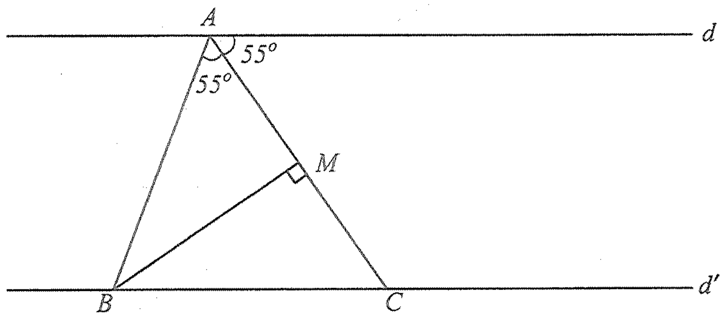
23. ក. ប្រើបន្ទាត់និងដែកឈានសង់រូបខាងក្រោម
ខ. តើចំណុច D , C , E រត់ត្រង់ជួរគ្នាឬទេ?
(បញ្ជាក់ : គណនា $\angle DCE$)



24. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ តាម I គេគូសបន្ទាត់មួយស្របនឹងបន្ទាត់ BC ហើយកាត់បន្ទាត់ AB ត្រង់ D និង AC ត្រង់ E ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $DE = BD + CE$ ។

25. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ប្រសព្វ BC ត្រង់ចំណុច D ។ បន្ទាត់មួយដែលគូសចេញពី C ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AD កាត់បន្ទាត់ BA ត្រង់ E ។ បង្ហាញថា $AE = AC$ ។

26. ក្នុងរូបខាងក្រោមបន្ទាត់ d និង d' ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។



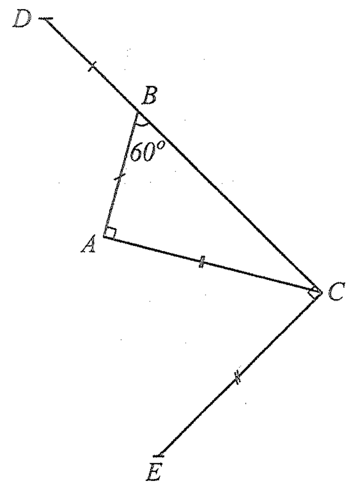
ក. គណនារង្វាស់នៃ $\angle ABM$ និង $\angle MBC$ ។

ខ. បង្ហាញថា M ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ d , d' និង AB ។

27. គេដឹងថា $\angle BAC = 90°$, $\angle ABC = 60°$ និង $\angle BCE = 90°$ ។ ម្យ៉ាងទៀត $\angle BDA = \angle DAB$ និង $\angle CAE = \angle ACE$ ។

ក. គណនា $\angle BCA$, $\angle ACE$, $\angle CAE$, $\angle DBA$ និង $\angle BAD$ ។

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាចំណុច D , A , E រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។



28. ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ កាត់បន្ទាត់ដែលគូសចេញពី A ស្របនឹងបន្ទាត់ BC ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ ស្រាយបំភ្លឺថា

ក. ΔAEC និង ΔABD ជាត្រីកោណសមបាត ។

ខ. $DE = AB + AC$ ។

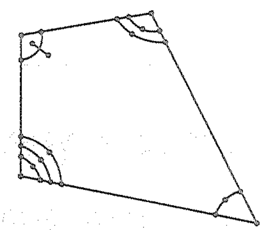
មេរៀនទី

13 ចតុកោណ

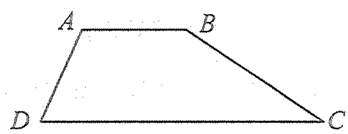
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ប្រភេទនៃចតុកោណ
- ❑ បង្ហាញលក្ខណៈនិងទ្រឹស្តីបទនៃប្រលេឡូក្រាម
- ❑ បង្ហាញលក្ខណៈនិងទ្រឹស្តីបទនៃចតុកោណកោណកែង ចតុកោណស្មើ និងការេ
- ❑ បង្ហាញលក្ខណៈ ចតុកោណព្នាយ ។

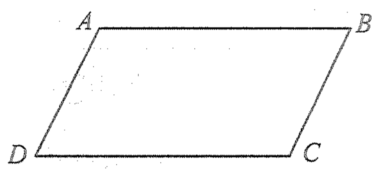
1. ប្រភេទនៃចតុកោណ



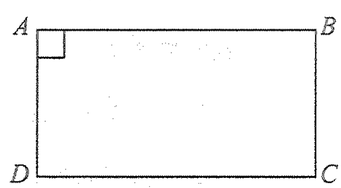
ចតុកោណជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 4 ។ ចតុកោណនីមួយៗមានជ្រុង 4 និងមុំ 4 ហើយមានចតុកោណផ្សេងទៀតមានលក្ខណៈបន្ថែមពីលើនេះដូចខាងក្រោម



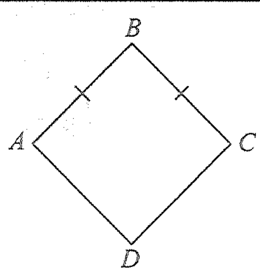
- **ចតុកោណព្នាយ** ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងពីរស្របគ្នា ។ បើ $ABCD$ មាន $[AB] \parallel [DC]$ នោះ $ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយ ។



- **ប្រលេឡូក្រាម** ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងឈមស្របគ្នាពីរៗ ។ បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម គេបាន $[AB] \parallel [CD]$ និង $[AD] \parallel [BC]$ ។

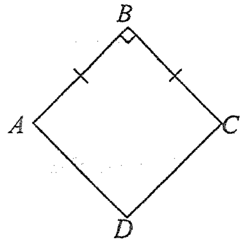


- **ចតុកោណកែង** ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានមុំកែងមួយ ។ បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម និង $\angle A = 90^0$ នោះ $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។

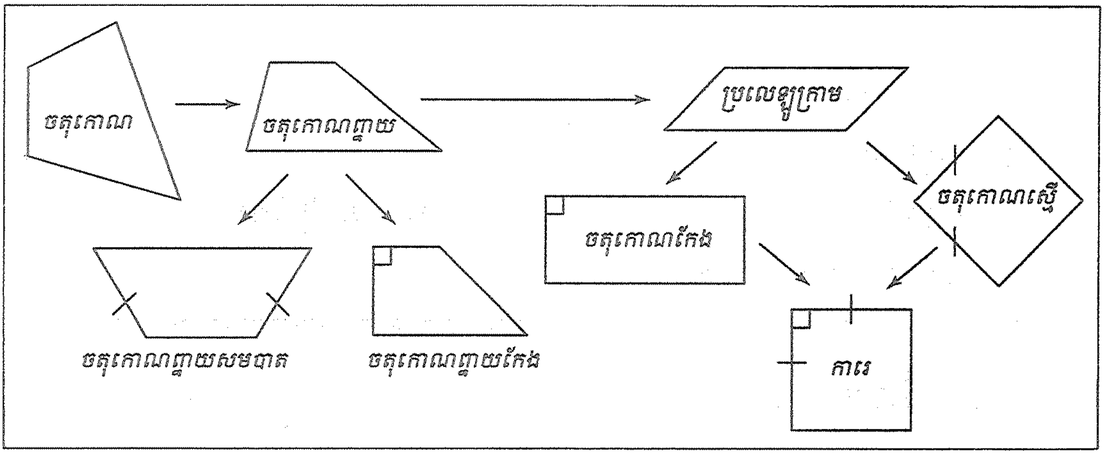


- **ចតុកោណស្មើ** ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានជ្រុងជាប់គ្នាប៉ុនគ្នា ។ បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម និង $AB = BC$ នោះ$ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ ។

• ការេ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានជ្រុងពីរជាប់គ្នាប៉ុនគ្នានិង មានមុំកែងមួយ ។ បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ហើយ $\angle A = 90^0$ និង $AB = BC$ នោះ $ABCD$ ជាការេ ។

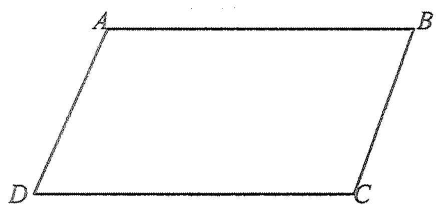


ទំនាក់ទំនងនៃប្រភេទចតុកោណ



2. លក្ខណៈចតុកោណ

2.1. លក្ខណៈប្រលេឡូក្រាម

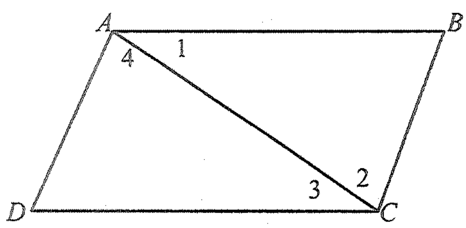


ប្រលេឡូក្រាមជាចតុកោណដែលមានជ្រុងឈម ស្របគ្នាពីរៗ ។ បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម គេបាន $[AB] \parallel [CD]$ និង $[AD] \parallel [BC]$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 1 : អង្កត់ទ្រូងនីមួយៗ ចែកប្រលេឡូក្រាមជាត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា ។

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $[AC]$ ជាអង្កត់ទ្រូង ។ បង្ហាញថា $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



ត្រីកោណ ADC និង ΔABC មាន

$\angle A_1 = \angle C_3$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

AC (ជ្រុងរួម)

$\angle A_4 = \angle C_2$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង) ។

ដូចនេះ $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ (ករណី ម-ជ-ម) ។

សំគាល់ : ដូចគ្នាដែរចំពោះអង្កត់ទ្រូង $[BD]$ គេបាន $\Delta ADB \cong \Delta DBC$ (ករណី ម-ជ-ម)

គេបាន : $AD = BC$, $AB = DC$

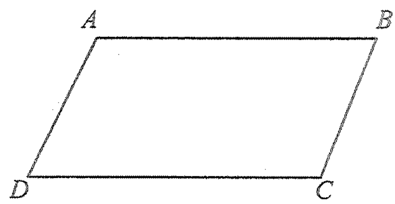
$\angle A = \angle C$, $\angle D = \angle B$

វិបាក : ជ្រុងឈមនិងមុំឈមនៃប្រលេឡូក្រាមប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទទី 2 : មុំតគ្នាជាមុំបន្ថែមគ្នា ។

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $\angle A$ និង $\angle B$ ជាមុំតគ្នា ។

បង្ហាញថា $\angle A + \angle B = 180^0$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់ :

គេមាន $[AD] \parallel [BC]$ កាត់ដោយខ្នាត់ $[AB]$

នោះគេបាន $\angle A + \angle B = 180^0$ (ផលបូកមុំក្នុងរួមខាង) ។

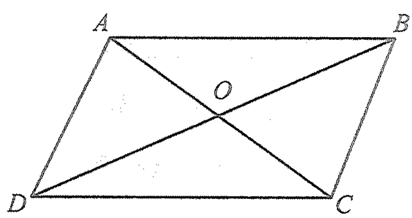
ទ្រឹស្តីបទទី 3 : អង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេឡូក្រាមប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នា O ហៅថាផ្ចិតឆ្លុះ ។

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ និង $[BD]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។

បង្ហាញថា O ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃ $[AC]$ និង $[BD]$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

ត្រីកោណ AOB និង ΔODC មាន



$\angle OAB = \angle OCD$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

$AB = DC$ (ជ្រុងឈមប្រលេឡូក្រាម)

$\angle OBA = \angle ODC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

ដូចនេះ $\Delta AOB \cong \Delta ODC$ (ករណី ម-ជ-ម)

គេបាន $OA = OC$ ។ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AC]$

និង $OB = OD$ ។ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BD]$ ។

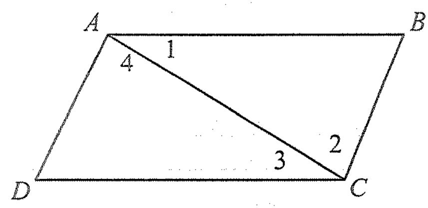
ដូចនេះ O ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃ $[AC]$ និង $[BD]$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 4 : បើចតុកោណមួយមានជ្រុងឈមប៉ុនគ្នាពីរៗ នោះចតុកោណនេះជាប្រលេឡូក្រាម ។

ចតុកោណ $ABCD$ មាន $AB = CD$ និង $AD = BC$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

គូសអង្កត់ទ្រូង AC



ត្រីកោណ ADC និង ABC មាន

$AB = CD$ (សម្មតិកម្ម)

$AD = BC$ (សម្មតិកម្ម)

AC ជ្រុងរួម

ដូចនេះ $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ (ករណី ជ-ជ-ជ) ។

វិបាក : $\angle A_1 = \angle C_3$ ជាទីតាំងមុំឆ្លាស់ក្នុងគេបាន $[AB] \parallel [DC]$ (1) ។

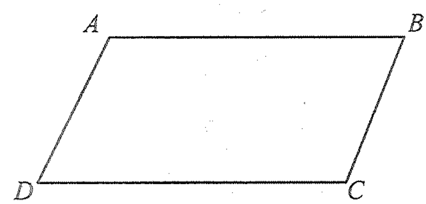
$\angle A_4 = \angle C_2$ ជាទីតាំងមុំឆ្លាស់ក្នុងគេបាន $[AD] \parallel [BC]$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

> *ទ្រឹស្តីបទទី 5 :* បើចតុកោណមួយមានមុំឈមប៉ុនគ្នាពីរៗ នោះចតុកោណនេះជាប្រលេឡូក្រាម ។

ចតុកោណ $ABCD$ មាន $\angle A = \angle C$ និង $\angle B = \angle D$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



គេមាន $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$ ។ (ផលបូកមុំក្នុងចតុកោណ)

$\angle A = \angle C$ និង $\angle B = \angle D$ (សម្មតិកម្ម)

គេបាន $2\angle A + 2\angle B = 360^0$ និង $\angle B = \angle D$

$\angle A + \angle B = 180^0$ និង $\angle A + \angle D = 180^0$ (ផលបូកមុំក្នុងរួមខាង)

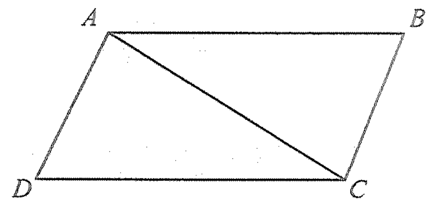
គេបាន $[AD] \parallel [BC]$ និង $[AB] \parallel [DC]$ ។

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

> *ទ្រឹស្តីបទទី 6 :* បើចតុកោណមួយមានជ្រុងឈមពីរស្របគ្នានិងប៉ុនគ្នា នោះចតុកោណនេះជាប្រលេឡូក្រាម ។

ចតុកោណ $ABCD$ មាន $[AB] \parallel [DC]$ និង $AB = DC$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



សង់អង្កត់ទ្រូង AC

ត្រីកោណ ΔADC និង ΔABC មាន

$AB = DC$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle ACD = \angle BAC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

AC ជ្រុងរួម

នោះ $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ (ជ-ម-ជ)

វិបាក : $\angle DAC = \angle BCA$ ស្ថិតនៅទីតាំងមុំឆ្លាស់ក្នុង នោះ $[AD] \parallel [BC]$ ។

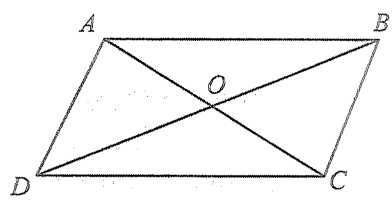
ចតុកោណ $ABCD$ មាន $[AD] \parallel [BC]$ និង $[AB] \parallel [DC]$ ។

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ទ្រឹស្តីបទទី 7 : បើចតុកោណមួយមានអង្កត់ទ្រូងប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលរៀង នោះចតុកោណនេះជាប្រលេឡូក្រាម ។

O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូងចតុកោណកណ្តាលរៀងនៃ $[AC]$ និង $[BD]$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



ត្រីកោណ AOB និង ΔODC មាន

$OA = OC$ (O ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AC]$)

$\angle AOB = \angle COD$ (មុំទល់កំពូល)

$OD = OB$ (O ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BD]$)

ដូចនេះ $\Delta AOB \cong \Delta ODC$ (ករណី ជ-ម-ជ) ។

វិបាក : $\angle CAB = \angle ACD$ ស្ថិតនៅទីតាំងមុំឆ្លាស់ក្នុង នោះ $[DC] \parallel [AB]$ ។

ហើយ $\angle ACB = \angle CAD$ ស្ថិតនៅទីតាំងមុំឆ្លាស់ក្នុង នោះ $[AD] \parallel [BC]$ ។

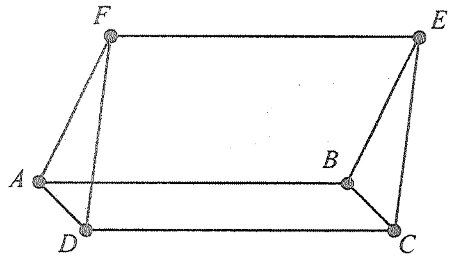
ចតុកោណ $ABCD$ មាន $[AD] \parallel [BC]$ និង $[AB] \parallel [DC]$ ។

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

លំហាត់គំរូ : គេមានចតុកោណ $ABEF$ និង $EFDC$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។ បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

12

ចម្លើយ :



បើ $ABEF$ ជាប្រលេឡូក្រាមនោះ $AB = FE$, $[AB] \parallel [FE]$ (1)

បើ $EFDC$ ជាប្រលេឡូក្រាមនោះ $FE = DC$, $[FE] \parallel [DC]$ (2)

តាម (1) និង (2)

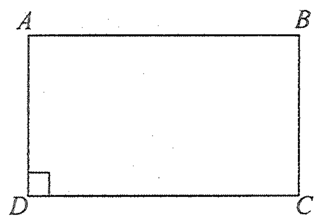
គេបាន $AB = DC$, $[AB] \parallel [DC]$ ។

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ប្រតិបត្តិ :

គេមានត្រីកោណ ABC មួយ ។ O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[BC]$ ហើយ D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង O ។ រកប្រភេទនៃចតុកោណ $ABDC$ ។

2.2. លក្ខណៈចតុកោណកែង



ចតុកោណកែង ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានមុំកែងមួយ ។

ដោយសារចតុកោណកែងក៏ជាប្រលេឡូក្រាម នោះគ្រប់លក្ខណៈទាំងអស់របស់ប្រលេឡូក្រាមក៏ជាលក្ខណៈរបស់ចតុកោណកែងដែរ ។

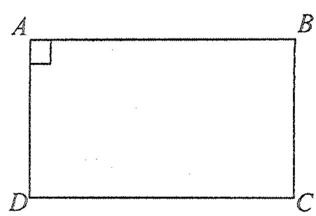
ឧទាហរណ៍ : ជ្រុងឈមនិងមុំឈមនៃចតុកោណកែងប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្ដីបទទី 1 : មុំទាំងអស់នៃចតុកោណកែងជាមុំកែង ។

គេមាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមាន $\angle A$ ជាមុំកែង ។ បង្ហាញថា $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ ជាមុំកែង ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមនោះ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ (មុំឈមនៃប្រលេឡូក្រាម)



ហើយ $\angle A = 90^0 \Rightarrow \angle C = 90^0$

ដោយមុំ $\angle A + \angle B = 180^0$ (មុំជាប់បន្ថែម)

$90^0 + \angle B = 180^0 \Rightarrow \angle B = 90^0$ នោះ $\angle B = \angle D = 90^0$ ។

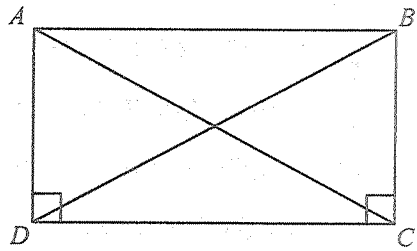
ដូចនេះ $\angle B = \angle C = \angle D = 90^0$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 2 : អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណកែងប៉ុនគ្នា ។

គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។ បង្ហាញថា $AC = BD$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

បើ $ABCD$ ជាចតុកោណកែងនោះ $AD = BC$ (ជ្រុងឈមនៃចតុកោណកែង)



ក្នុង ΔADC និង ΔBDC មាន

$AD = BC$

$\angle C = \angle D = 90^0$

DC ជ្រុងរួម

$\Delta ADC \cong \Delta BDC$ (ករណី ជ-ម-ជ) ។

វិបាក : $AC = BD$ ។

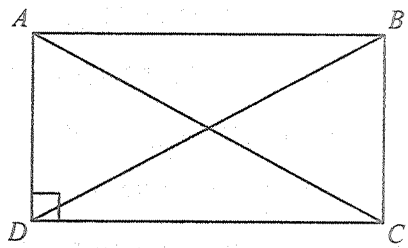
ដូចនេះ $AC = BD$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 3 : ប្រលេឡូក្រាមដែលមានអង្កត់ទ្រូងប៉ុនគ្នាជាចតុកោណកែង ។

គេមាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $AC = BD$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមនោះ



$AD = BC$ (ជ្រុងឈមនៃប្រលេឡូក្រាម)

$AC = BD$ (សម្មតិកម្ម)

DC ជាជ្រុងរួម

គេបាន $\Delta ADC \cong \Delta BDC$ (ករណី ជ-ជ-ជ) ។

វិបាក : $AD = BC$ ។

$\angle ADC = \angle DCB$

ហើយ $\angle ADC$, $\angle DCB$ ជាមុំជាប់បន្ថែម

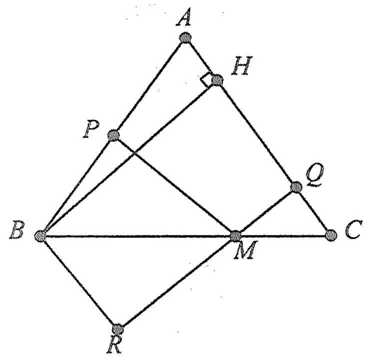
នោះ $\angle ADC + \angle DCB = 180^0$

$2\angle DCB = 180^0$ នាំឱ្យ $\angle DCB = 90^0$ ។

ដូចនេះ $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។

លំហាត់គំរូ ៖ គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC $(AB = AC)$ មួយ ។ $M \in [BC]$ ហើយ P និង Q ជាចំណោលកែងនៃចំណុច M លើ $[AB]$ និង $[AC]$ ។ បន្លាយ $[QM]$ កាត់តាម M ឱ្យបាន $MR = MP$ ។ តាម B គូសអង្កត់ $[BH] \perp [AC]$, $H \in [AC]$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $BHQR$ ជាចតុកោណកែងហើយទាញបញ្ជាក់ថា $MP + MQ = BH$ ។

ចម្លើយ ៖



ក្នុងត្រីកោណ BMP មាន $\angle PBM + \angle BMP = 90^0$

ក្នុងត្រីកោណ MQC មាន $\angle QMC + \angle QCM = 90^0$

ហើយ $\angle QCM = \angle MBP$ មុំបាតត្រីកោណសមបាត ABC

ដូចនេះ $\angle QMC = \angle PMB$

ហើយ $\angle QMC = \angle RMB$ នោះ $\angle PMB = \angle RMB$ ។

ត្រីកោណ BMP និងត្រីកោណBRM មាន ៖

$MR = MP$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle PMB = \angle RMB$ $\quad MB$ (ជ្រុងរួម)

$\Delta BMP \cong \Delta BRM$ (ករណី ជ-ម-ជ)

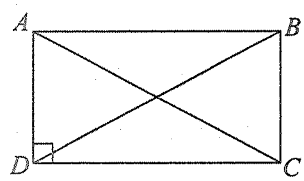
វិបាក ៖ $\angle PMB = \angle RMB = 90^0$, $MR = MP$ ។

ដូចនេះ ចតុកោណ $BHQR$ មាន $\angle BHQ = \angle RQH = \angle QRB = 90^0$ ជាចតុកោណកែង ។

វិបាក $RQ = BH$ តែ $RQ = MR + MQ$ ។

ដូចនេះ $MP + MQ = BH$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ គេមានចតុកោណកែង $ABCD$ និងអង្កត់ទ្រូង $[AC]$, $[BD]$ ។ បង្ហាញថា $\angle CAD = \angle BDA$ ។



2.3. លក្ខណៈចតុកោណស្មើ

ចតុកោណស្មើ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានជ្រុងជាប់គ្នាប៉ុនគ្នា ។

ដោយសារចតុកោណស្មើក៏ជាប្រលេឡូក្រាម នោះគ្រប់លក្ខណៈទាំងអស់របស់ប្រលេឡូក្រាមក៏ជាលក្ខណៈរបស់ចតុកោណស្មើដែរ ។ លក្ខណៈនៃចតុកោណស្មើមាន

1. ជ្រុងឈមស្របគ្នាពីរៗ
2. អង្កត់ទ្រូងនីមួយៗចែកចតុកោណស្មើជាត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា ។
3. ជ្រុងឈមនិងមុំឈមនៃចតុកោណស្មើប៉ុនគ្នា ។
4. អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណស្មើប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នា O ហៅថាផ្ចិតឆ្លុះ ។

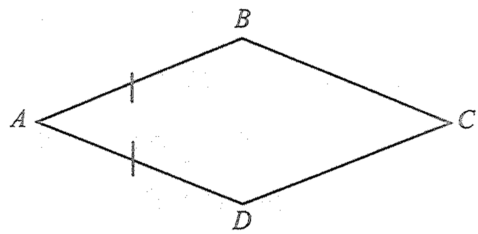
5. មុំតគ្នា បន្ថែមគ្នា ។

បន្ថែមពីនេះចតុកោណស្មើមានលក្ខណៈ

ទ្រឹស្តីបទទី 1 : ជ្រុងទាំង 4 នៃចតុកោណស្មើប៉ុនគ្នា ។

គេមាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $AB = AD$ ។ បង្ហាញថា $AB = BC = CD = DA$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម

នោះ $AB = CD$ និង $AD = BC$ (ជ្រុងឈមនៃប្រលេឡូក្រាម)

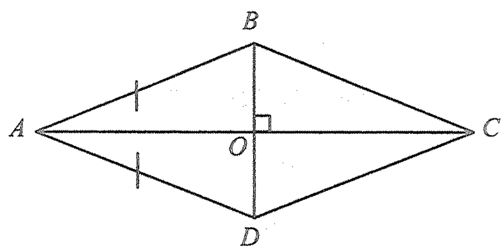
$AB = AD$ (សម្មតិកម្ម) ។

ដូចនេះ $AB = BC = CD = DA$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 2 : អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណស្មើកែងគ្នា ។

គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ ។ បង្ហាញថា $[AC] \perp [BD]$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



បើ $ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ

ΔABO និង ΔADO មាន

$AB = AD$

$OD = OB$

AO (ជ្រុងរួម)

នាំឱ្យ $\Delta ABO \cong \Delta ADO$ (ករណី ជ-ជ-ជ)

វិបាក : $\angle AOD = \angle AOB$ ។

ហើយ $\angle AOD$, $\angle AOB$ ជាមុំជាប់បន្ថែម

នោះ $\angle AOD + \angle AOB = 180^0$

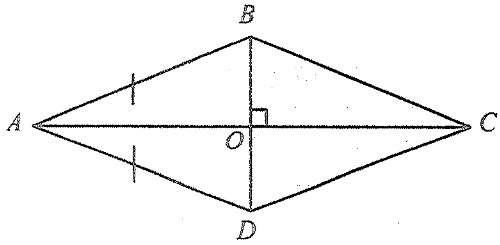
$2\angle AOB = 180^0$, $\angle AOB = 90^0$ ។

ដូចនេះ $[AC] \perp [BD]$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 3 : ប្រលេឡូក្រាមដែលមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នា ជាចតុកោណស្មើ ។

គេមាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $[AC] \perp [BD]$ ។ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



ΔABO និង ΔADO មាន :

$OD = OB$

$\angle AOD = \angle AOB$

AO (ជ្រុងរួម)

នាំឱ្យ $\Delta ABO \cong \Delta ADO$ ករណី(ជ-ម-ជ) ។

វិបាក : $AB = AD$ ។

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមាន $AB = AD$ តាមនិយមន័យគេបាន

$ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ ។

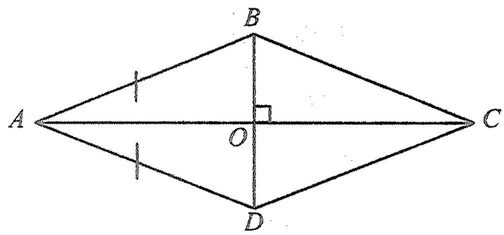
ទ្រឹស្តីបទទី 4 : អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណស្មើជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈម ។

គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណស្មើដែលមានអង្កត់ទ្រូង $[AC]$, $[BD]$ ។

បង្ហាញថា $[AC]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAD$ និង $\angle BCD$ ។

$[BD]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle ADC$ និង $\angle ABC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



ΔABO និង ΔADO មាន

$OD = OB$

$\angle AOD = \angle AOB$

AO (ជ្រុងរួម)

នាំឱ្យ $\Delta ABO \cong \Delta ADO$ ករណី(ជ-ម-ជ) ។

វិបាក : $\angle BAO = \angle DAO$ ។

ដូចនេះ $[AC]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAD$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ដូចគ្នា គេបាន $[AC]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BCD$ ។

$[BD]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle ADC$ និង $\angle ABC$ ។

លំហាត់គំរូ :

គេឱ្យចតុកោណកែង $ABCD$ មាន O ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង ។ I ជាចំណុចមួយដែល $AOBI$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។ បង្ហាញថា $AOBI$ ជាចតុកោណស្មើ ។

ចម្លើយ :

បើ $AOBI$ ជាប្រលេឡូក្រាមគេបាន $AI = OB$, $IB = OB$

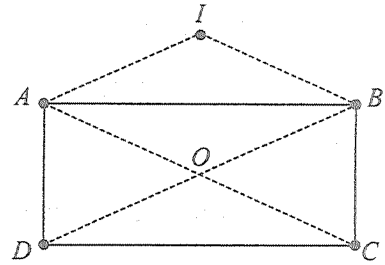
$ABCD$ ជាចតុកោណកែង

គេបាន $AO = DO = OB = OC$

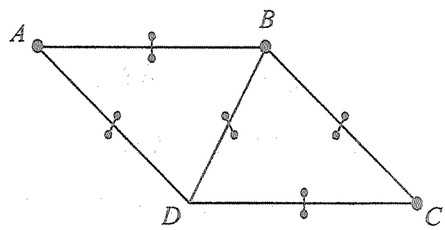
គេបាន $AO = AI$

ដូចនេះ $AOBI$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមាន

ជ្រុងជាប់ $AO = AI$ ជាចតុកោណស្មើ ។



ប្រតិបត្តិ : គណនារង្វាស់មុំ $\angle DAB$ និង $\angle BDC$ នៃចតុកោណស្មើ $ABCD$ ។



2.4. លក្ខណៈការេ

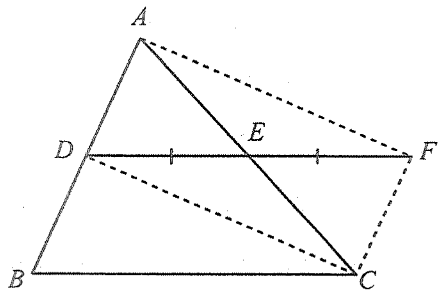
ការេ ជាចតុកោណស្មើដែលមានមុំកែងមួយ ។ ដោយចតុកោណស្មើជាប្រលេឡូក្រាមនោះការេក៏ជាប្រលេឡូក្រាម ។ ការេជាចតុកោណកែងដែលមានជ្រុងជាប់ស្មើគ្នា ។ ដោយចតុកោណកែងជាប្រលេឡូក្រាម នោះការេក៏ជាប្រលេឡូក្រាម ។ ដូចនេះការេមានលក្ខណៈទាំងអស់នៃចតុកោណស្មើនិងចតុកោណកែង ។

1. ជ្រុងទាំងបួនប៉ុនគ្នា
2. មុំទាំងបួនជាមុំកែង
3. ជ្រុងឈមគ្នាស្របគ្នានិងស្មើគ្នា
4. មេដ្យាទ័រនៃជ្រុងឈមជាអ័ក្សឆ្លុះ ហើយកែងគ្នានិងប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀង ។
5. អង្កត់ទ្រូងប៉ុនគ្នា ហើយកែងគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរៀង ។
6. មេដ្យាទ័រនៃជ្រុងឈមជាអ័ក្សឆ្លុះ
7. អង្កត់ទ្រូងជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈមហើយជាអ័ក្សឆ្លុះ ។

ទ្រឹស្ដីបទទី 1 : ក្នុងត្រីកោណអង្កត់ដែលភ្ជាប់ចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងពីរត្រូវស្របនឹងជ្រុងទីបី ហើយស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលជ្រុងទីបី ។ អង្កត់នេះហៅថា បាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ។

គេមាន ΔABC មានចំណុច D កណ្ដាល $[AB]$, ចំណុច E កណ្ដាល $[AC]$ ។ បង្ហាញថា $[DE] \parallel [BC]$, $DE = \frac{1}{2}BC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



បន្លាយ $[DE]$ ឱ្យបាន $DE = EF$ រួចភ្ជាប់ $[FC]$, $[AF]$ និង $[DC]$ ។

ចតុកោណ $ADCF$ មានអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ និង $[DF]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាល E ជាប្រលេឡូក្រាម ។

នោះ $AD = CF$, $[AB] \parallel [CF]$

ហើយ$AD = DB$ នាំឱ្យ $DB = CF$

ចតុកោណ $BDFC$ មាន $DB = CF$, $[DB] \parallel [CF]$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

នោះ $DF = BC$, $[DE] \parallel [BC]$ ហើយ $DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}BC$ ។

ដូចនេះ $[DE] \parallel [BC]$, $DE = \frac{1}{2}BC$ ។

ទ្រឹស្ដីបទទី 2 : បន្ទាត់ដែលស្របនឹងជ្រុងមួយនៃត្រីកោណហើយកាត់តាមចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងមួយទៀតត្រូវកាត់តាមចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងទីបី ។

គេមាន ΔABC មានចំណុច D កណ្ដាល $[AB]$

បន្ទាត់ (d) កាត់តាមចំណុច D , $(d) \parallel [BC]$ ហើយកាត់ $[AC]$ ត្រង់ E ។

បង្ហាញថា E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AC]$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

តាម C គូស $[AB] \parallel [CF]$ ។ គេបាន ចតុកោណ $BDFC$ មាន $[AB] \parallel [CF]$, $[DF] \parallel [BC]$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

វិបាក : $BD = CF$ ។

$DA = DB$ (ចំណុច D កណ្ដាល $[AB]$) នោះ $DA = CF$ ។

ចតុកោណ $DAFC$ មាន $DA = CF$, $[DA] \parallel [CF]$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

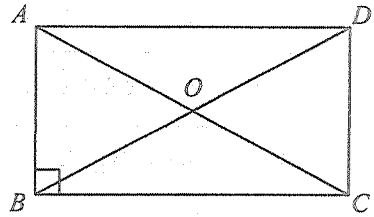
គេបាន អង្កត់ទ្រូង $[DF]$ និង $[AC]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាល E ។

ដូចនេះ E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AC]$ ។

ទ្រឹស្ដីបទទី 3 : ក្នុងត្រីកោណកែង មេដ្យានចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងកន្លះអ៊ីប៉ូតេនុស ។

គេមាន ΔABC កែងត្រង់ B ហើយ $[BO]$ ជាមេដ្យានត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $[AC]$ ។ បង្ហាញថា $BO = \frac{1}{2}AC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



បន្លាយមេដ្យាន $[BO]$ ឱ្យបាន $BO = OD$ ។

គេបានចតុកោណ $ABCD$ ដែលមានអង្កត់ទ្រូងប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាល O ជាប្រលេឡូក្រាម ។

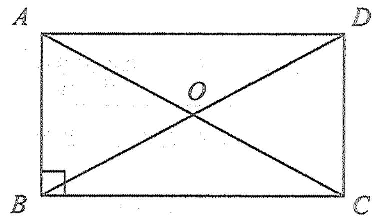
ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ដែលមាន $\angle ABC = 90^0$ ជាចតុកោណកែង ។

វិបាក : $BD = AC$ នាំឱ្យ $BO = \frac{1}{2}AC$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 4 : ក្នុងត្រីកោណមួយបើមេដ្យានស្មើនឹងកន្លះជ្រុងត្រូវនឹងវា នោះត្រីកោណនោះជាត្រីកោណកែងដែលមានជ្រុងត្រូវនឹងមេដ្យានជាអ៊ីប៉ូតេនុស ។

គេមាន ΔABC មានមេដ្យាន $BO = \frac{1}{2}AC$ ។ បង្ហាញថា ΔABC កែងត្រង់ B ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



បន្លាយមេដ្យាន $[BO]$ ឱ្យបាន $BO = OD$ ។ គេបានចតុកោណ $ABCD$ ដែលមានអង្កត់ទ្រូងប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាល O ជាប្រលេឡូក្រាម ។ ដោយ $BO = \frac{1}{2}AC$

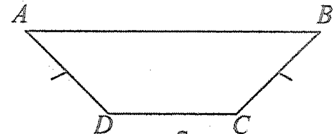
នោះ $BO + OD = BD$ ឬ $\frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}AC = BD$

$AC = BD$ ។ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ដែលមានអង្កត់ទ្រូង $AC = BD$ ជាចតុកោណកែង ។

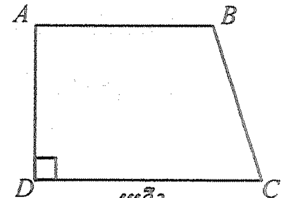
ដូចនេះ ΔABC កែងត្រង់ B ។

2.5. លក្ខណៈចតុកោណព្នាយ

ចតុកោណព្នាយ ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងពីរស្របគ្នា ។ ជ្រុងស្របគ្នានេះហៅថាបាត ហើយជ្រុងពីរទៀតមិនស្របគ្នាហៅថាជ្រុង ។ ចតុកោណព្នាយដែលមានជ្រុងពីរស្មើគ្នា គេហៅចតុកោណព្នាយសមបាត(រូបទី 1)ហើយគូនៃមុំស្ថិតនៅសងខាងនៃជ្រុងបាតតែមួយ គេហៅថាមុំបាតនៃចតុកោណព្នាយសមបាត ។ ចតុកោណព្នាយដែលមានមុំកែងមួយហៅថាចតុកោណព្នាយកែង(រូបទី 2) ។



រូបទី1



រូបទី2

$[AB]$, $[DC]$ ហៅថាបាត ។

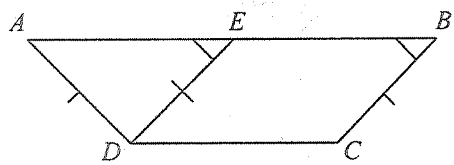
$[AD]$, $[CB]$ ហៅថាជ្រុង ។

គូមុំ $\angle A$ និង $\angle B$ ហើយ $\angle D$ និង $\angle C$ ហៅថា មុំបាត ។

ទ្រឹស្តីបទទី 1 : មុំបាតនៃចតុកោណព្នាយសមបាតជាមុំប៉ុនគ្នា ។

គេមានចតុកោណព្នាយសមបាត $ABCD$ ដែល $[AB] \parallel [DC]$ ។ បង្ហាញថា $\angle A = \angle B$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



តាម D គូស $[DE] \parallel [BC]$ ហើយ $[AB] \parallel [DC]$

គេបាន $EBCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

គេមាន $DE = CB$ ហើយ $DA = CB$ (ជ្រុងចតុកោណព្នាយសមបាត) នាំឱ្យ $DA = DE$ ។

ΔADE ជាត្រីកោណសមបាត ។

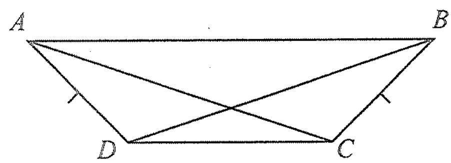
វិបាក : $\angle A = \angle E$ ហើយ $\angle E = \angle B$ (មុំត្រូវគ្នា) ។

ដូចនេះ $\angle A = \angle B$ ។

ទ្រឹស្តីបទទី 2 : អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណព្នាយសមបាតប៉ុនគ្នា ។

គេមានចតុកោណព្នាយសមបាត $ABCD$ ដែល $[AB] \parallel [DC]$ ។ បង្ហាញថា $AC = DB$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :



ត្រីកោណ ADC និង ΔDBC មាន

$DA = CB$ (ជ្រុងចតុកោណព្នាយសមបាត)

មុំ $\angle D = \angle C$ (មុំបាតចតុកោណព្នាយសមបាត)

ជ្រុង $[DC]$ ជ្រុងរួម

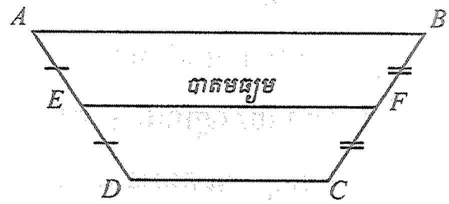
នោះ $\Delta ADC \cong \Delta DBC$ ។

វិបាក $AC = DB$ ។

ដូចនេះ $AC = DB$ ។

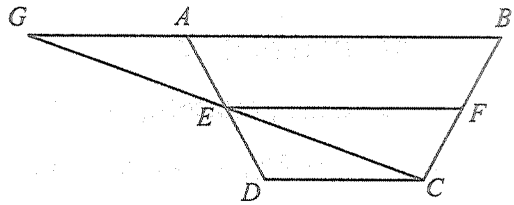
ទ្រឹស្តីបទទី 3 : បាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយស្របទៅនឹងបាត និងមានរង្វាស់ស្មើពាក់កណ្តាលផលបូកបាតទាំងពីរ ។

គេមាន $ABCD$ ចតុកោណព្នាយដែលមានបាត $[DC] \parallel [AB]$ ហើយ $[EF]$ ជាអង្កត់ដែលភ្ជាប់ចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងទាំងពីរហៅថា បាតមធ្យម នៃចតុកោណព្នាយ ។ បង្ហាញថា $[DC] \parallel [EF] \parallel [AB]$ និង $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់ :

តាម C គូសបន្ទាត់ CE កាត់បន្លាយជ្រុង AB ត្រង់ G ត្រីកោណ AGE និង EDC មាន



$\angle GAE = \angle CDE$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

$AE = ED$ (E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AD)

$\angle AEG = \angle DEC$ (មុំទល់កំពូល) ។

ដូចនេះ $\Delta AGE \cong \Delta EDC$ ។

វិបាក : $AG = DC$ និង $GE = EC$ ។

ក្នុងត្រីកោណ CGB មាន

E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[GC]$

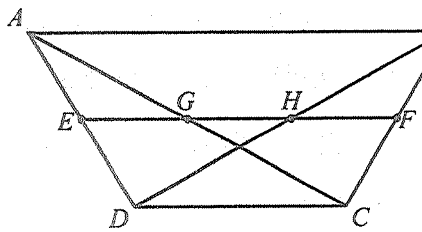
F ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[BC]$

នោះ $[EF]$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ CGB ។ គេបាន $[DC] \parallel [EF] \parallel [AB]$ និង
$EF = \frac{1}{2}GB = \frac{1}{2}(GA + AB) = \frac{1}{2}(DC + AB)$ ។

> ***ទ្រឹស្ដីបទទី4 :*** ក្នុងចតុកោណព្នាយចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងទ្រេតនិងចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ទ្រូង ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយដែលស្របទៅនឹងបាត ។

គេមាន $ABCD$ ចតុកោណព្នាយដែលមាន E , F និង G , H ជាចំណុចកណ្ដាល រៀងនៃជ្រុងទ្រេត $[AD]$, $[BC]$ និងអង្កត់ទ្រូង $[AC]$, $[BD]$ ។ បង្ហាញថា E , F និង G , H ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ ៖



ក្នុងត្រីកោណ ADC មាន

E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AD]$

G ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AC]$

នោះ $[EG]$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ADC ។

គេបាន $[DC] \parallel [EG]$ (1) ។

ដូចគ្នានេះដែរក្នុងត្រីកោណ BDC មាន $[HF]$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ BDC ។

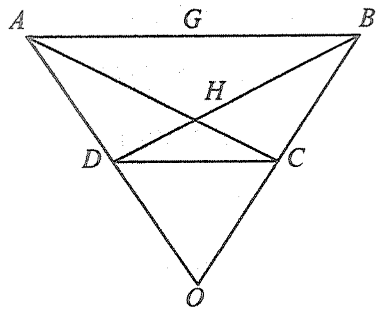
គេបាន $[DC] \parallel [HF]$ (2) ។

ម្យ៉ាងទៀត $[EF]$ ជាបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយនោះ $[DC] \parallel [EF]$ (3) ។

តាម (1) , (2) និង (3) គេបាន $[EG]$ ត្រួតស៊ីលើ $[HF]$ មានន័យថា E , F និង G , H ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។ ដូចនេះ ចំណុច E , F និង G , H ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

លំហាត់គំរូ ៖ គេមានចតុកោណព្នាយសមបាត $ABCD$ ហើយ G ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB ។ O ជាចំណុចប្រសព្វនៃជ្រុងទ្រេត (AD) និង (BC) និង H ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង BD ។ បង្ហាញថាចំណុច O , H និង G ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

ចម្លើយ ៖ ត្រីកោណ OAB សមបាត (មុំបាត $\angle A = \angle B$)



គេបាន មេដ្យាន (OG) ជាមេដ្យាទ័រនៃ $[AB]$ (1)

ក្នុង ΔADC , ΔBDC មាន

$AC = BD$ អង្កត់ទ្រូងចតុកោណព្នាយសមបាត ។

CD (ជ្រុងរួម)

$AD = BC$ ជ្រុងនៃចតុកោណព្នាយសមបាត ។

ដូចនេះ $\Delta ADC \cong \Delta BDC$ ។

គេបាន $\angle DAC = \angle DBC$

$\angle DAB = \angle ABC$

គេបាន $\angle DAB - \angle DAC = \angle ABC - \angle DBC$ នាំឱ្យ $\angle CAB = \angle DBA$

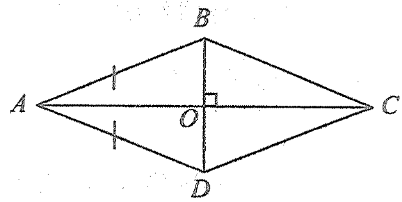
នាំឱ្យ ΔHAB ជាត្រីកោណសមបាត នោះមេដ្យាន ជាមេដ្យាទ័រនៃ $[AB]$ (2) ។

តាម (1)និង (2)គេបាន (OG) , (HG) ជាមេដ្យាទ័រនៃ $[AB]$ ។

ដូចនេះ ចំណុច O , H និង G ឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

? លំហាត់

1. ពិនិត្យមើលរូបចតុកោណស្មើខាងស្តាំ ។

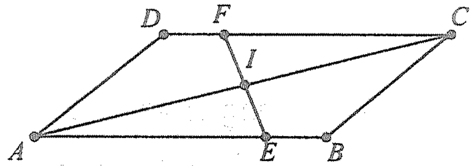


ក. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ ABC ។ ហេតុអ្វី ?

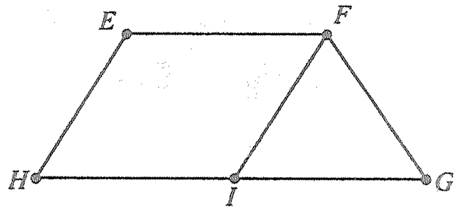
ខ. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ ADO ។ ហេតុអ្វី ?

គ. តើ $\Delta ABO \cong \Delta ADO$ ឬទេ ? ហេតុអ្វី ?

2. ក្នុងប្រលេឡូក្រាម $ABCD$, I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AC]$ ហើយ $[EF]$ ជាអង្កត់មួយដែលកាត់តាម I ។ បង្ហាញថា $IE = IF$ ។



3. ដោយប្រើចតុកោណ $EFGH$



ក. គេឱ្យ $EH = IF$ និងមុំ $\angle EHI = \angle FIG$ ។
បង្ហាញថាចតុកោណ $EFIH$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ខ. គេឱ្យ $[EH] \parallel [FI]$, $EH = IF$ និង $FG = IF$
បង្ហាញថាចតុកោណ $EFIH$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

4. បើមុំមួយនៃប្រលេឡូក្រាមមានរង្វាស់ស្មើពីរដងនៃមុំមួយទៀត ។ គណនារង្វាស់មុំនីមួយៗនៃប្រលេឡូក្រាម ។

5. បើមុំមួយនៃប្រលេឡូក្រាមមានរង្វាស់ស្មើ $(2x+20)$ ហើយមុំតគ្នាមួយទៀតមានរង្វាស់ $(x-50)$ ។ គណនាតម្លៃនៃ x ។

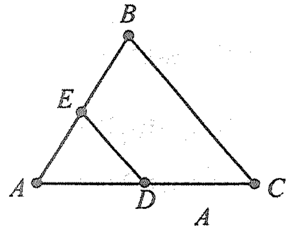
6. សង់ប្រលេឡូក្រាមដោយស្គាល់ :

ក. $\angle A = 60^0$, $AB = 6cm$, $AD = 4cm$

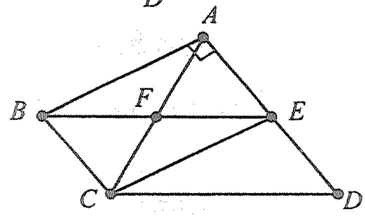
ខ. $AD = 4cm$, $AB = 2.5cm$, $BD = 3.5cm$ ។

7. គេមានប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ និងមាន O ជាផ្ចិត ។ បន្ទាត់ d មួយកាត់តាម O កាត់ $[AB]$ និង $[CD]$ រៀងគ្នាត្រង់ A' និង C' ។ បន្ទាត់ Δ មួយទៀតកាត់តាម O កាត់ $[BC]$ និង $[AD]$ រៀងគ្នាត្រង់ B' និង D' ។ បង្ហាញថាចតុកោណ $A'B'C'D'$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

8. ត្រីកោណ ABC មាន E និង D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ និង $[AC]$ រៀងគ្នានិង $DE = 9x-4$, $BC = 6x+4$ ។ គណនាតម្លៃនៃ x ។



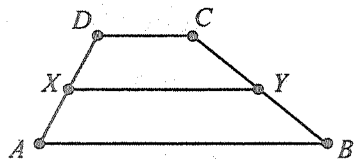
9. គេមានចតុកោណកែង $ABCE$ និងប្រលេឡូក្រាម $BCDE$ ។ បង្ហាញថា ត្រីកោណ ACD ជាត្រីកោណសមបាត ។

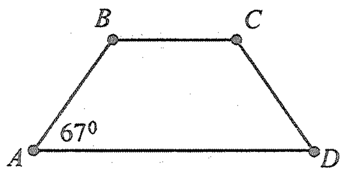


10. គេមានចតុកោណព្នាយ $ABCD$ ដែល $[AB] \parallel [CD]$ និង X និង Y ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងទ្រេត ។

ក. គណនា AB បើ $XY = 12.6$ និង $DC = 3$ ។

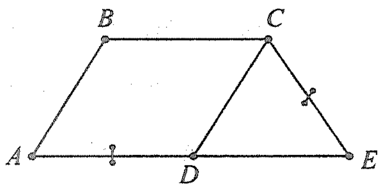
ខ. គណនាតម្លៃនៃ x បើ $DC = 4x-7$, $XY = 2x+11$ $AB = 2x+1$ ។



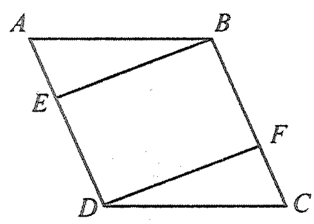


11. គេមានចតុកោណព្នាយសមបាត $ABCD$ ដែល $[BC] \parallel [AD]$ និង $\angle A = 67^0$ ។ គណនារង្វាស់មុំផ្សេងទៀត ។

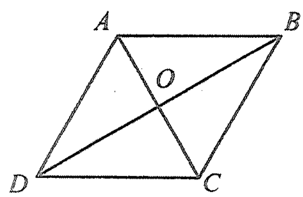
12. គេមាន $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $AD = CE$ និង $\angle CDE = \angle CED$ ។ បង្ហាញថា ចតុកោណ $ABCD$ ចតុកោណស្មើ ។



13. គេមាន $ABCD$ ចតុកោណស្មើមាន $[BE] \perp [AD]$, $[DF] \perp [BC]$ ។ បង្ហាញថា $BE = DF$ ។



14. គេមាន $ABCD$ ចតុកោណស្មើ ។ បង្ហាញថា $\angle ODC$, $\angle OCD$ ជាមុំបំពេញគ្នា ។



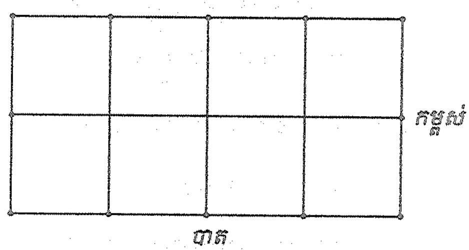
មេរៀនទី

14 ផ្ទៃក្រឡាពហុកោណ

វត្ថុបំណង

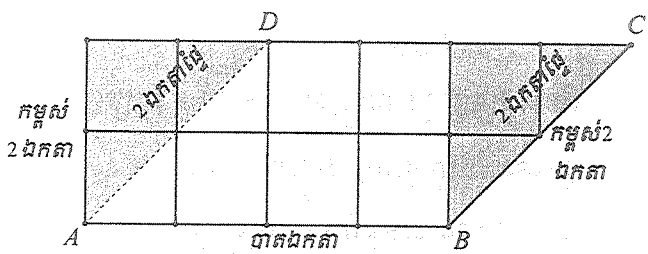
- ❑ កំណត់ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម
- ❑ កំណត់ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ
- ❑ កំណត់ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ ។

1. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម

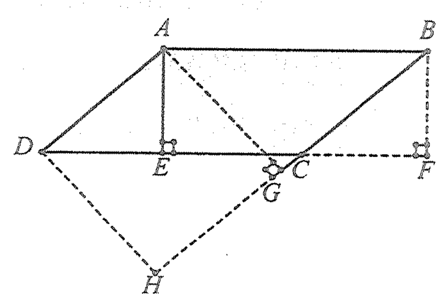


គេបានសិក្សារួចមកហើយពីការគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងដែលស្មើផលគុណរវាងរង្វាស់បណ្ដោយ (ឬបាត)និងរង្វាស់ទទឹង (ឬកម្ពស់) ។

ចតុកោណកែងដែលនៅខាងស្ដាំដៃនេះមានបាតរង្វាស់ 4ឯកតានិងកម្ពស់ 2ឯកតា ។ ដូចនេះផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនេះមានរង្វាស់ 8ឯកតាផ្ទៃ ។



បើចតុកោណកែងជាប្រលេឡូក្រាមពិសេស នោះការគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាមទាក់ទងយ៉ាងជិតស្និតនិងការរកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង ។ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ បានពីចតុកោណកែងដោយគ្រាន់តែរំកិលផ្ទៃត្រីកោណ(ស្រមោល) ។ ផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាមនិងផ្ទៃនៃចតុកោណកែងខាងលើស្មើ 8ឯកតាផ្ទៃដូចគ្នា ។



ដូចនេះគេអាចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាមជាផលគុណនៃរង្វាស់ជ្រុងបាតនិងកម្ពស់ ។

កម្ពស់ប្រលេឡូក្រាមជាអង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលទៅកែងនឹងជ្រុងឈម ហើយជ្រុងឈមនេះហៅថាបាត ។

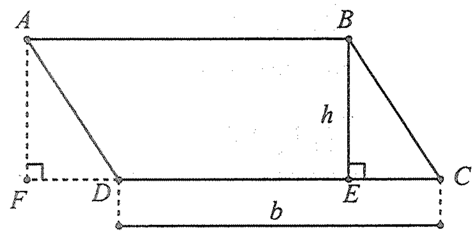
ឧទាហរណ៍ :

$[AE]$, $[BF]$ ជាកម្ពស់ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ដែលត្រូវនឹងបាត $[DC]$

$[DH]$, $[AG]$ ជាកម្ពស់ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ដែលត្រូវនឹងបាត $[BC]$ ។

ទ្រឹស្តីបទ : ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមដែលមានបាត b និងកម្ពស់ h កំណត់ដោយ $S = bh$ ។

$ABCD$ ដែលមានកម្ពស់ $h = BE$ និងបាតមានរង្វាស់ $b = DC$ ។ បង្ហាញថា $S = bh$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់ :

បន្លាយ $[DE]$ រួចសង់ $[AF] \perp [DE]$ ។ ពិនិត្យ ΔAFD និង ΔBEC ។

បើ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម នោះ $AD = BC$ ហើយ $\angle ADF = \angle BCE$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle AFD = \angle BEC = 90^o$ នោះ $\Delta AFD \cong \Delta BEC$ នាំឱ្យ $S_{\Delta AFD} \cong S_{\Delta BEC}$

$b = DC = AB$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $ABEF = bh$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $ABEF =$ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ $ABED +$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AFD

ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD =$ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ $ABED +$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BEC

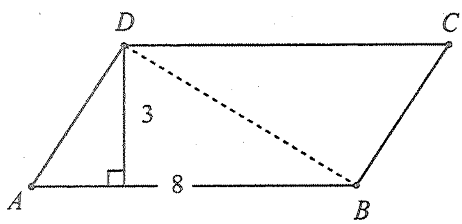
តែ $S_{\Delta AFD} \cong S_{\Delta BEC}$

នោះផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD =$ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $ABEF = bh$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD = bh$ ។

សំគាល់ : ដោយអង្កត់ទ្រូងនិងជ្រុងប្រលេឡូក្រាម បង្កើតបានត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា នោះផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណកំណត់ដោយ $S = \frac{1}{2} b \times h$ ។

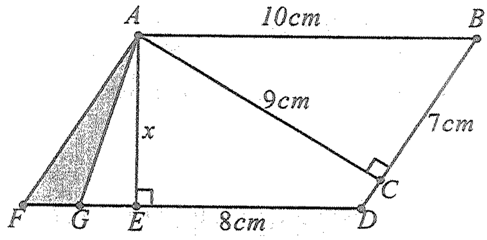
ឧទាហរណ៍ : បើប្រលេឡូក្រាម នៃរូបខាងលើ មានបាតស្មើនឹង $8cm$ ហើយកម្ពស់ស្មើនឹង $3cm$ នោះ



ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $S = 3 \times 8 = 24cm^2$ ។

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $S' = \frac{1}{2}(3 \times 8) = 12cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមាន $ABDF$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែលមាន $AB = 10cm$, $BD = 7cm$ និង $AC = 9cm$ ដូចរូបខាងស្តាំ ។



ក. គណនាតម្លៃ x ។

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AFG បើគេដឹងថាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AGE ស្មើនឹង $3.15cm^2$ ។

ចម្លើយ :

ក. គណនាតម្លៃ x

គេបាន $FD \times AE = DB \times AC$ (ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABDF$)

$$10 \times x = 7 \times 9$$

$$x = \frac{7 \times 9}{10} = 6.3$$

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AFG

បើគេដឹងថា ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AGF ស្មើនឹង $3.15cm^2$ ។

$$FE = FD - ED = 10 - 8 = 2cm$$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $AFG =$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $AFE -$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AGE

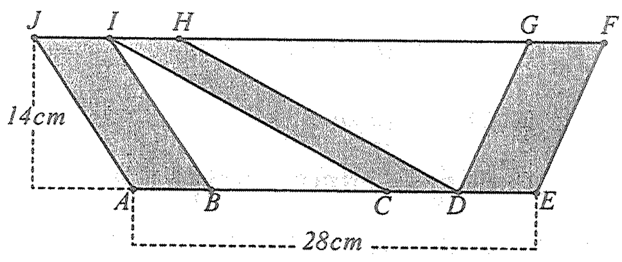
$$= \frac{1}{2} FE \times AE - 3.15$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 6.3 - 3.15$$

$$= 3.15cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AFG ស្មើ $= 3.15cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាផ្ទៃក្រឡាប្រផេះនៃរូបខាងស្តាំនេះ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះសរុប

$$S = S_{ABIJ} + S_{CDHI} + S_{DEFG}$$

$$= 5 \times 14 + 5 \times 14 + 5 \times 14$$

$$= 3(5 \times 14) = 3 \times 70 = 210cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះស្មើ $210cm^2$ ។

13

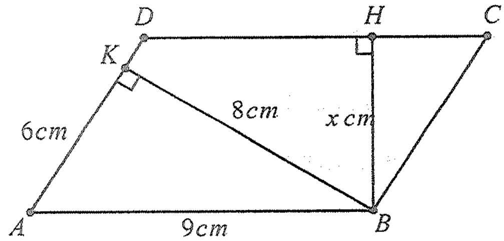
ប្រតិបត្តិ : $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល

មាន $AB = 9cm$, $AD = 6cm$ និង $BK = 8cm$ ។

គណនា :

ក. ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

ខ. តម្លៃនៃ x ។



2. ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ

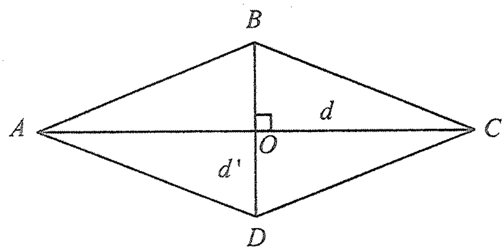
ចតុកោណស្មើគឺជាប្រលេឡូក្រាម ។ ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើកំណត់ដោយ $S = bh$ ។ បន្ថែមពីនេះគេក៏អាចគណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ ដោយប្រើអង្កត់ទ្រូងរបស់វាបានដែរ ។

ទ្រឹស្តីបទ : ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើដែលអង្កត់ទ្រូងមានរង្វាស់ d និង d' កំណត់ដោយ $S = \frac{1}{2}d \times d'$ ។

$ABCD$ ជាចតុកោណស្មើដែលមានអង្កត់ទ្រូង$AC = d$ និង $BD = d'$ ។

បង្ហាញថា $S = \frac{1}{2}d \times d'$

សម្រាយបញ្ជាក់ :

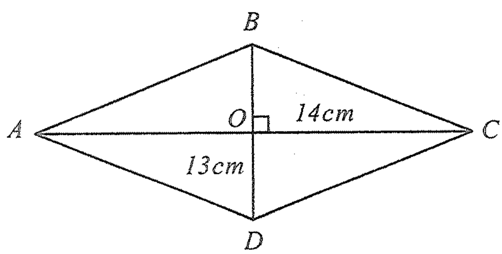


ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ $ABCD$ = ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABD + ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BDC ។

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AO \times BD + \frac{1}{2}CO \times BD$$
$$= \frac{1}{2}BD(AO + OC)$$
$$= \frac{1}{2}BD \times AC = \frac{1}{2}d \times d'$$

ដូចនេះ $S = \frac{1}{2}d \times d'$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចតុកោណស្មើមួយមានអង្កត់ទ្រូងប្រវែង $13cm$ និង $14cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណស្មើនោះ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណស្មើដែលមានអង្កត់ទ្រូងរង្វាស់ $13cm$ និង $14cm$

កំណត់ដោយ $S = \frac{1}{2}d \times d'' = \frac{1}{2} \times 13 \times 14 = 91cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចតុកោណស្មើមួយមានផ្ទៃក្រឡា $1000mm^2$ ។ បើអង្កត់ទ្រូងខ្លីមានរង្វាស់ $10mm$ ។ គណនារង្វាស់អង្កត់ទ្រូងវែង ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើដែលមានអង្កត់ទ្រូងរង្វាស់ d និង d' កំណត់ដោយ $S = \frac{1}{2}d \times d'$ ។

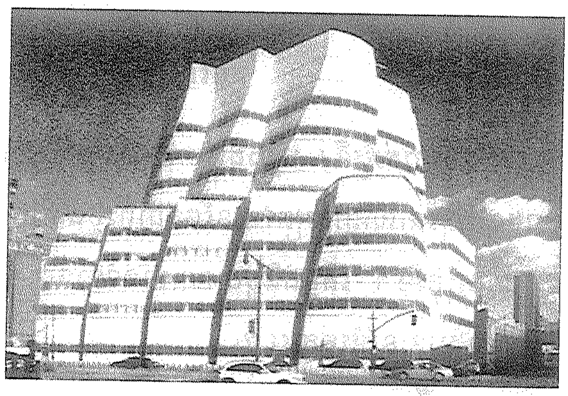
គេមាន ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ $S = 1000mm^2$ និងអង្កត់ទ្រូងខ្លី $d = 10mm$

គេបាន $1000 = \frac{1}{2} \times 10 \times d'$ នាំឱ្យ $d' = 200mm$

ដូចនេះ អង្កត់ទ្រូងវែងរង្វាស់ $200mm$ ។

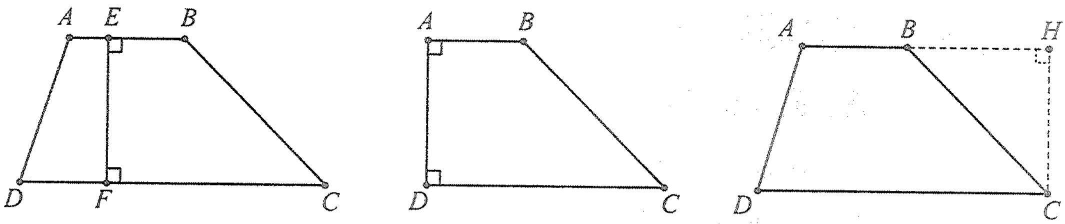
ប្រតិបត្តិ : ចតុកោណស្មើមួយមានផ្ទៃក្រឡា $120cm^2$ ។ បើអង្កត់ទ្រូងវែងមានរង្វាស់ $30cm$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃចតុកោណស្មើ ។

3. ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ



គេបានសិក្សារួចហើយថា ចតុកោណព្នាយជាចតុកោណដែលមានជ្រុងពីរស្របគ្នាហៅថាបាត ។ កម្ពស់នៃចតុកោណព្នាយជាចម្ងាយរវាងបាតទាំងពីរ ។ អ្នកគូរប្លង់មួយចំនួនយកចតុកោណព្នាយជាគោល ដើម្បីបញ្ចេញនូវសំណង់ដ៏ស្អិមស្អែរបស់ខ្លួន ។

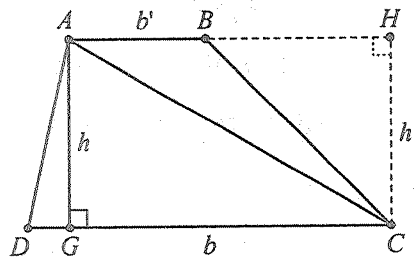
ឧទាហរណ៍ : រាប់ឈ្មោះបាតនិងកម្ពស់នៃចតុកោណព្នាយខាងក្រោម



$[AB]$, $[DC]$ ហៅថា បាត	$[AB]$, $[DC]$ ហៅថា បាត	$[AB]$, $[DC]$ ហៅថា បាត
$[EF]$ ហៅថា កម្ពស់ ។	$[AD]$ ហៅថា កម្ពស់ ។	$[CH]$ ហៅថា កម្ពស់ ។

> *ទ្រឹស្តីបទ :* ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយដែលបាតមានរង្វាស់ b , b' និងកម្ពស់ h កំណត់ដោយ $S = \frac{1}{2}(b+b') \times h$ ។

$ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយដែលបាតមានរង្វាស់ b , b' និងកម្ពស់ h ។ បង្ហាញថា $S = \frac{1}{2}(b+b')\times h$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់ : ភ្ជាប់អង្កត់ទ្រូង $[AC]$ ចែកចតុកោណព្នាយជាត្រីកោណពីរគឺ ΔADC និង ΔABC ។

គូសកម្ពស់ $[AG]$ និង $[CH]$ នៃត្រីកោណ ADC និង ABC ។

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ $ABCD =$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ADC +$ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC

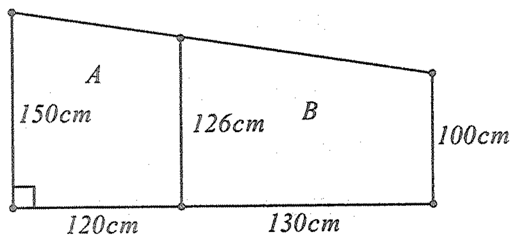
$$= \frac{1}{2}AG\times DC + \frac{1}{2}CH\times AB$$

$$= \frac{1}{2}h\times b + \frac{1}{2}h\times b'$$

$$= \frac{1}{2}h\times(b+b')$$

ដូចនេះ $S = \frac{1}{2}(b+b')\times h$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ប្លង់ដីនៃកសិដ្ឋានមួយ មានរាងជាចតុកោណព្នាយត្រូវបានចែកជាពីរប្លង់ដីដូចរូបខាងក្រោម ។ តើប្លង់ដីមួយណាមានទំហំធំជាង ? តើធំជាងប៉ុន្មានម៉ែត្រការេ ?



ចម្លើយ :

ប្លង់ដី $A = \dfrac{(150+126)\times 120}{2} = 16.560m^2$

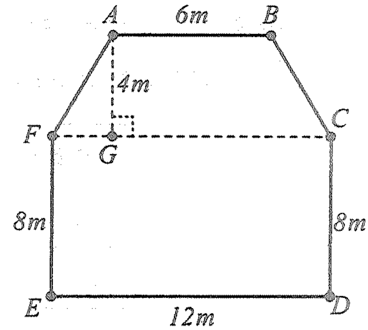
ប្លង់ដី $B = \dfrac{(100+126)\times 130}{2} = 14.690m^2$

ដូចនេះ ប្លង់ដី A ធំជាងប្លង់ដី B

$$A - B = 16.560m^2 - 14.690m^2 = 1.870m^2$$

ដូចនេះ ប្លង់ដី A ធំជាងប្លង់ដី B ចំនួន $1.870m^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ច្រកចូលនៃអាគារមួយមានរាងជាចតុកោណកែងបន្តប់ចតុកោណព្នាយសមបាតពីលើដូចរូប ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃច្រកចូលនៃអាគារនោះ ។



ចម្លើយ :

ផ្ទៃក្រឡានៃច្រកចូលនៃអាគារ

$S = S_{ABCF} + S_{CDEF}$

$= \dfrac{(6+12)\times 4}{2} + (8 \times 12)$

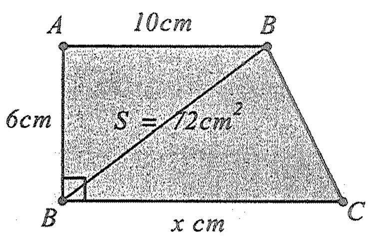
$S = 132m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃច្រកចូលនៃអាគារនោះគឺ $132m^2$ ។

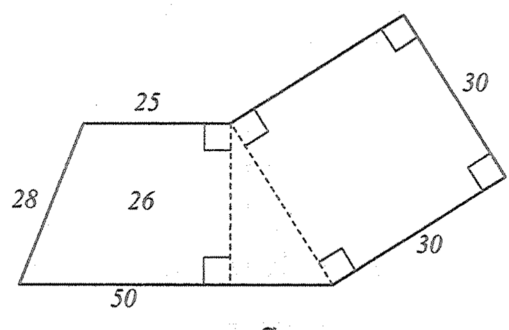
ប្រតិបត្តិ :

ក. គណនាតម្លៃនៃ x ក្នុងរូបទី 1 ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡានិងបរិមាត្រនៃរូបទី 2 ។



រូបទី 1



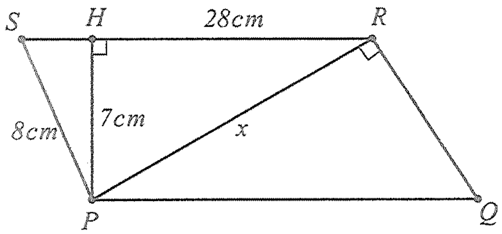
រូបទី 2

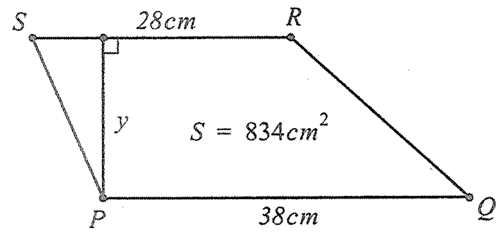
? លំហាត់

1. ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោមឱ្យបានត្រឹមត្រូវ

	បាត (cm)	កម្ពស់ (cm)	ផ្ទៃក្រឡា (cm^2)
ក	12	7	
ខ		6	42
គ	7.8		42.9

2. គណនា x និង y នៃរូបខាងក្រោម





3. ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោមឱ្យបានត្រឹមត្រូវ

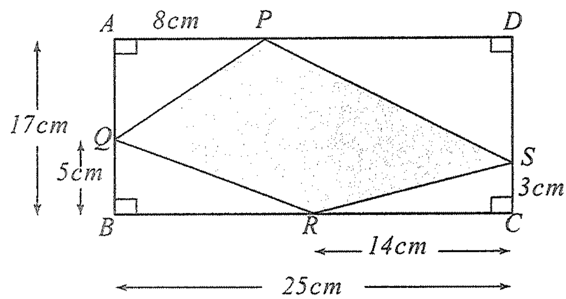
	បាតតូច (cm)	បាតធំ (cm)	កម្ពស់ (cm^2)	ផ្ទៃក្រឡា (cm^2)
ក	7	11	6	
ខ		8	14	126
គ	5		8	72

4. ជ្រុង $[AB]$ និង $[DC]$ នៃចតុកោណ $ABCD$ កែងទៅនឹងអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ ។ គេឱ្យ $AB = 2cm$, $DC = 8cm$ និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ស្មើ $2cm^2$ ។ គណនា

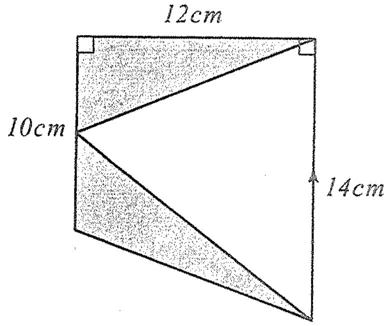
   ក. ប្រវែងជ្រុង AC

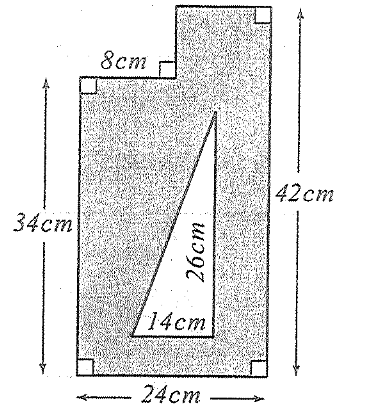
   ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$

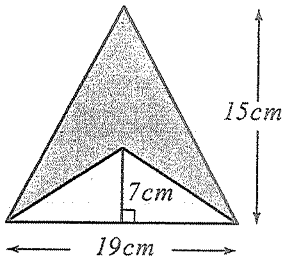
5. ក្នុងរូបខាងស្តាំ គេមាន $AB = 17cm$, $BC = 25cm$, $AP = 8cm$, $BQ = 5cm$, $CR = 14cm$ និង $CS = 3cm$ ។គណនាផ្ទៃក្រឡាប្រផេះ ។

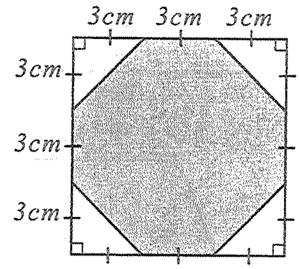


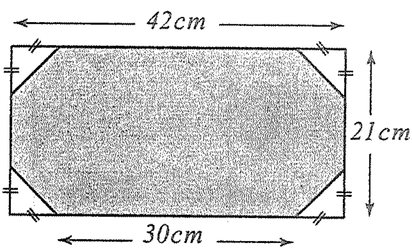
6. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្រផេះនៃរូបខាងក្រោម

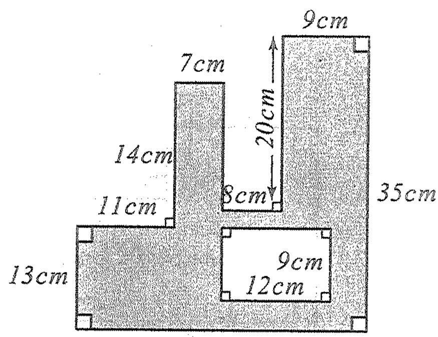




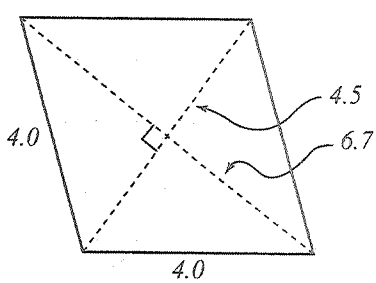


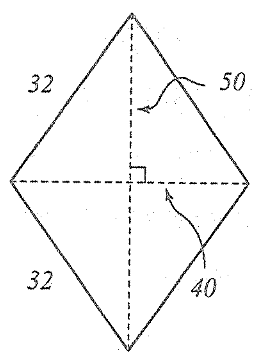


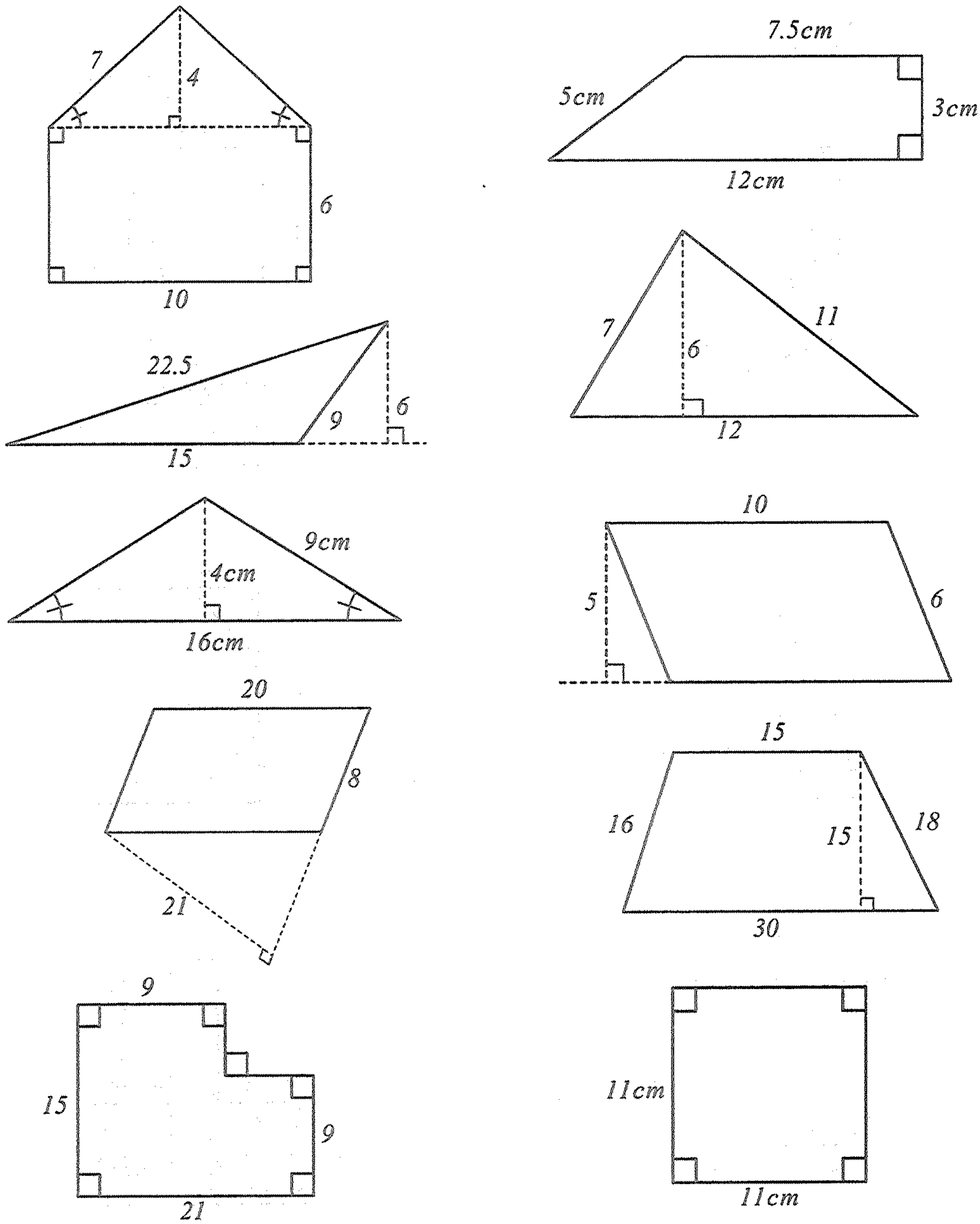




7. គណនាផ្ទៃក្រឡានិងបរិមាត្រនៃរូបខាងក្រោម







8. ចំការកៅស៊ូមួយមានរាងជាចតុកោណកែងដែលមានបណ្ដោយប្រវែង $5km$ និងទទឹងប្រវែង $2.3km$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចំការកៅស៊ូគិតជាហិចតា ។

9. សួនច្បារផ្កាកូឡាបមួយមានរាងត្រីកោណដែលមានបាត $5m$ និងកម្ពស់ $3m$ ។ បើគេដាំផ្កាកូឡាបមួយដើមត្រូវការផ្ទៃ $0.5m^2$ ។ តើគេអាចដាំផ្កាកូឡាបបានប៉ុន្មានដើមក្នុងសួនច្បារនេះ ?

10. ជ្រុងម្ខាងនៃអាគារមានរាងជាចតុកោណព្នាយ ។ បាតនៃអាគារមានប្រវែង $400m$ ហើយដំបូលនៃអាគារមានប្រវែង $150m$ ។ អាគារមានកម្ពស់ប្រវែង $500m$ ។ បើគេបំពេញជ្រុងនៃអាគារនេះដោយផ្ទាំងកញ្ចក់ដែលមួយផ្ទាំងមានផ្ទៃ $1m^2$ តើគេត្រូវប្រើកញ្ចក់អស់ប៉ុន្មានផ្ទាំង ?

មេរៀនទី

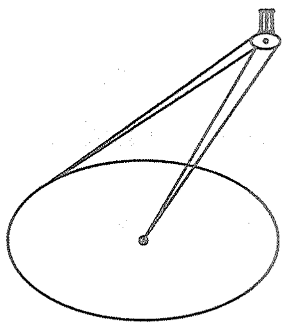
15 រង្វង់

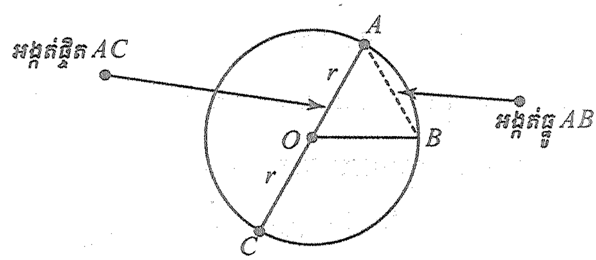
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់សញ្ញាណនៃរង្វង់
- ❑ ស្គាល់មុំនិងធ្នូបានច្បាស់លាស់ ។

1. រង្វង់

1.1. និយមន័យ

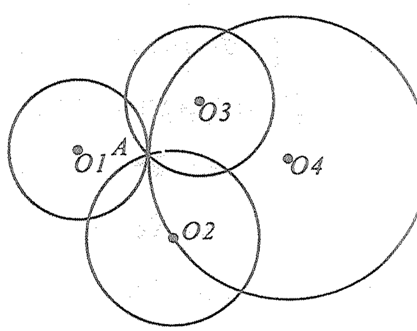




គេឱ្យចំនួន r ជាចំនួនឯកតានៃអង្កត់ បើគេយក O ជាគល់ តើគេអាចសង់បានអង្កត់ប៉ុន្មាន ដែលមានប្រវែងស្មើនឹង r ។ យើងឃើញថា ក្នុងប្លង់មួយគេអាចគូសបន្ទាត់ដែលមានគល់ O បាន ច្រើនផ្សេងៗគ្នា ។ ដើម្បីឱ្យងាយស្រួលជាងនេះ គេប្រើដែកឈានដែលមានគំលាតប្រវែង $OA = r$ មកគូសនោះគេបានចំណុចជាប់ៗគ្នាហៅថា រង្វង់ ។ គេបានរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O កាំ r ដែល កំណត់ដោយ $C(O, r)$ ។

1.2. ការកំណត់រង្វង់

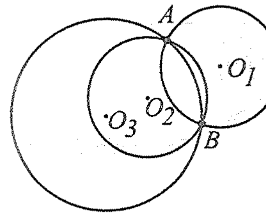
ឧទាហរណ៍ទី 1 : តាមចំណុច A មួយគេអាចគូស បានរង្វង់ច្រើនរាប់មិនអស់ ។



ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងនោះស្ថិតនៅក្នុងប្លង់នៃរូបរបស់វា ។

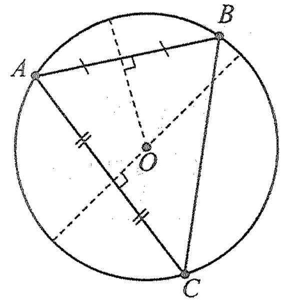
ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេអាចគូសបានរង្វង់ច្រើន រាប់មិនអស់ ដែលកាត់តាមពីរចំណុច A និង B ។

ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងនោះស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ។



ឧទាហរណ៍ទី 3 : គេអាចគូសបានរង្វង់តែមួយគត់ ដែលកាត់តាមបីចំណុច A , B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

ផ្ចិតនៃរង្វង់នោះស្ថិតនៅលើប្រសព្វនៃមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

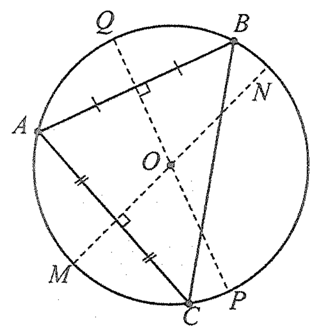


ទ្រឹស្តីបទ : តាមបីចំណុចដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ គេអាចគូសបានរង្វង់តែមួយគត់ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងនោះ ។

សំគាល់ : បើបីចំណុចស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ គេមិនអាចគូសបានរង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងបីនោះទេ ។

លំហាត់គំរូ : គេមានបីចំណុច A , B និង C ដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ(ចំណុចទាំងបីជាកំពូលនៃត្រីកោណ ABC) ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច A , B និង C ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ។

ចម្លើយ : ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច A , B និង C ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ យើងដឹងថាចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើទៅចំណុច A និង C ត្រូវស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រ MN នៃអង្កត់ AC ។



ហើយចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើទៅចំណុច A និង B ត្រូវស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រ PQ នៃអង្កត់ AB ។

ចំណុចប្រសព្វរវាងមេដ្យាទ័រ MN និង PQ គឺជាចំណុចតែមួយគត់ដែលមានចម្ងាយស្មើទៅចំណុចទាំងបី A , B និង C ។

បើ O ជាចំណុចផ្ចិតដោយយក OA ជារង្វាស់កាំរង្វង់នោះត្រូវកាត់តាមចំណុច A , B និង C ។ ដូចនេះគេអាចគូសបានរង្វង់តែមួយគត់ដែលកាត់ចំណុច A , B និង C ។

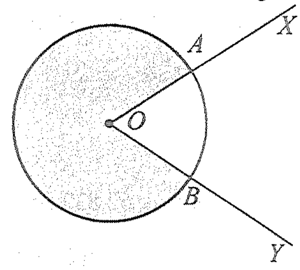
ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យអង្កត់ AB ដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $6cm$ ។ ចូរគូសរង្វង់

ក. $C(A\ ,\ 2cm)$ និង $C(B\ ,\ 4cm)$

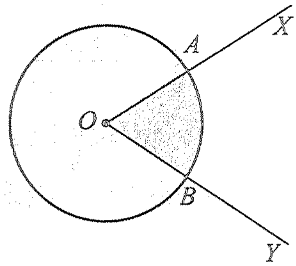
ខ. $C(A\ ,\ 3cm)$ និង $C(B\ ,\ 5cm)$

គ. $C(A\ ,\ 1cm)$ និង $C(B\ ,\ 2cm)$ ។

2. មុំផ្ចិត និងធ្នូ

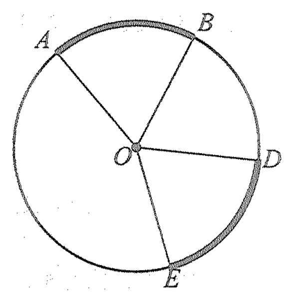


ឧទាហរណ៍ទី1: គេមានរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ មួយ ។ គូសកន្លះបន្ទាត់ Ox និង Oy គេបានមុំពីរគឺ មុំលយ $x\hat{O}y$ និងមុំឆក $x\hat{O}y$ ដែលមានកំពូលត្រង់ផ្ចិត O នៃរង្វង់ ។ មុំទាំងពីរនេះហៅថា មុំផ្ចិត ។

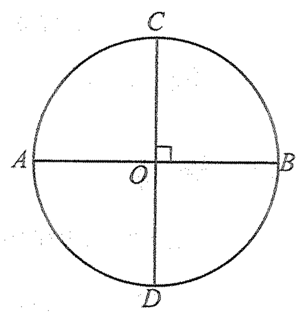


ជ្រុង Ox និង Oy នៃមុំ $x\hat{O}y$ កាត់រង្វង់ត្រង់ចំណុច A និង B ។ ចំណុច A និង B ហៅថា ចុងធ្នូ ។

គេថាធ្នូដែលមានចុង A និង B ជា ធ្នូស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $x\hat{O}y$ ។



ឧទាហរណ៍ទី2 : គេមានធ្នូពីរ AB និង DE នៅលើរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ ។ បើគេគូសចម្លងធ្នូ DE ដោយក្រដាសចម្លងរួចបង្វិលគំនូរចម្លងធ្នូ DE ដោយឱ្យចំណុច D ត្រួតលើ A ។ បើចំណុច E នៅលើ B នោះធ្នូ DE និងធ្នូ AB ត្រួតស៊ីគ្នាគេថាធ្នូ AB ប៉ុនគ្នានិងធ្នូ DE ហើយមានមុំផ្ចិតដែលស្កាត់ធ្នូទាំងពីរនេះ ក៏ប៉ុនគ្នាកាលណាវាត្រួតស៊ីគ្នា ។



ឧទាហរណ៍ទី3 : គេមានរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ អង្កត់ផ្ចិត $AB \perp CD$ ។

គេបាន $A\hat{O}C = C\hat{O}B = B\hat{O}D = D\hat{O}A = 90°$ ជាមុំកែង ។ ហើយធ្នូ $AC = CB = BD = DA$ ធ្នូនីមួយៗហៅថា កាដ្រង់ ។

ជាទូទៅ : ក្នុងរង្វង់មួយ ឬរង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា ធ្នូពីរប៉ុនគ្នាស្កាត់ដោយមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា ហើយច្រាសមកវិញកាលណាមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នានេះធ្នូស្កាត់ទាំងពីរប៉ុនគ្នា ។

សំគាល់ : ធ្នូមួយដឺក្រេ $(1°)$ ជាធ្នូស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $(1°)$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : នៅលើរង្វង់មានកាំ $10dm$ ។ តើធ្នូដែលស្កាត់ដោយមុំ $36°$មានប្រវែងប៉ុន្មាន dm?

ចម្លើយ : បរិមាត្ររង្វង់ $P = 2\pi r$

$$P = 2\times 3.14\times 10$$

$$= 62.832dm$$

បើ $360° \rightarrow 62.832dm$

$36° \rightarrow$ ប្រវែងធ្នូ

ប្រវែងធ្នូ $= \dfrac{62.832dm\times 36^o}{360^o} = 6.2832dm$

ដូចនេះ ប្រវែងធ្នូគឺ $6.2832dm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : នៅលើរង្វង់មានកាំ $15cm$ ។ តើធ្នូ $80°$ នៅលើរង្វង់នេះមានរង្វាស់ប្រវែងប៉ុន្មាន ? ($\pi = 3\ ,\ 14$)

ចម្លើយ : បរិមាត្ររង្វង់ $P = 2\pi r$

$$P = 2\times 3.14\times 15$$

$$= 94.2cm$$

$$\text{ប្រវែងធ្នូ} = \frac{9.2dm\times 80^o}{360^o} = 20.93333cm$$

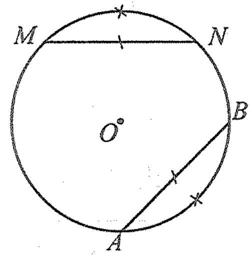
ដូចនេះ ប្រវែងធ្នូគឺ $20.93333cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមានរង្វង់មួយមានផ្ចិត O និងធ្នូពីរមិនប៉ុនគ្នា AB និងCD (ធ្នូ AB <ធ្នូ CD) ។ គូសមុំផ្ចិត $\angle AOB$ និង $\angle COD$ ។ យើងវាស់មុំទាំងនេះ តើអ្នកសន្និដ្ឋានយ៉ាងណាចំពោះធ្នូ AB និង CD ?

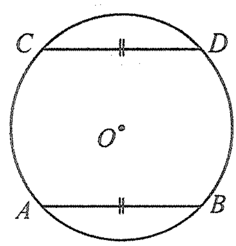
2.1. ធ្នូនិងអង្កត់ធ្នូ

ដើម្បីងាយសិក្សាគេកំណត់ធ្នូ AB ដោយ $\cup AB$ និងអង្កត់ធ្នូ AB ដោយ AB ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : នៅលើរង្វង់ O គេមានធ្នូ $\cup AB$ និង $\cup MN$ ។ ធ្នូទាំងពីរអាចត្រួតស៊ីគ្នា បើចំណុច A ត្រួតលើចំណុច M ហើយចំណុច B ត្រួតលើចំណុច N ។ គេថា $\cup AB = \cup MN$ នោះគេបានអង្កត់ធ្នូ AB ត្រួតលើ MN ជាអង្កត់ធ្នូប៉ុនគ្នា $AB = MN$ ។



ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានអង្កត់ធ្នូ $AB = CD$ នាំឱ្យចុងធ្នូទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នាគឺចំណុច A ត្រួតលើចំណុច C ហើយចំណុច B ត្រួតលើចំណុច D ។ ដូចនេះ ធ្នូទាំងពីរ AB និង CD ប៉ុនគ្នា ។

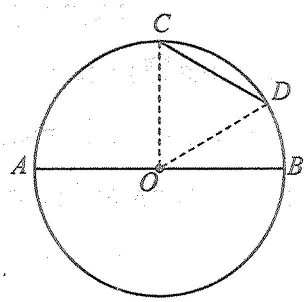


ទ្រឹស្តីបទ :

- អង្កត់ផ្ចិតជាអង្កត់ធ្នូដែលធំជាងគេនៅក្នុងរង្វង់មួយ ។
- ក្នុងរង្វង់មួយ ឬរង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា បើធ្នូប៉ុនគ្នា នោះអង្កត់ធ្នូដែលសន្ទឹងធ្នូទាំងពីរនោះក៏ប៉ុនគ្នាដែរ ។
- ច្រាសមកវិញកាលណាបើអង្កត់ធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ធ្នូដែលសន្ទឹងក្រោមអង្កត់ធ្នូទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នាដែរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានអង្កត់ផ្ចិត AB និងអង្កត់ធ្នូ CD ។

យើងនឹងស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថា $AB > CD$ ។



ចម្លើយ : ភ្ជាប់ O និង C, O និង D

ក្នុង ΔCDO យើងមាន $OC + OD > CD \quad (i)$

តែ $OC + OD = AB \quad (ii)$

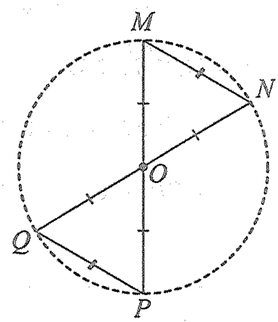
តាមទំនាក់ទំនង (i) និង (ii)

យើងបាន $AB > CD$

ដូចនេះ $AB > CD$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមានអង្កត់ធ្នូ

$MN = PQ$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាធ្នូ $MN = PQ$ ។



ចម្លើយ : ΔNOM និង ΔPOQ មានជ្រុង

$OM = ON = OP = OQ$ (កាំរង្វង់តែមួយ)

$MN = PQ$ (សម្មតិកម្ម)

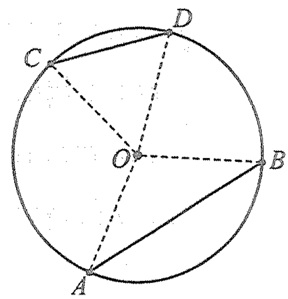
នាំឱ្យ $\Delta NOM \cong \Delta POQ$ ករណីទី 3 (ជ.ជ.ជ)

វិបាក $\angle NOM = \angle POQ$ នាំឱ្យអង្កត់ធ្នូ $MN = PQ$ ។

ដូចនេះ ធ្នូ $MN = PQ$ ។

លំហាត់គំរូទី 3: នៅក្នុង $C(O\ ,\ r)$ គេមាន

$\cup AB > \cup CD$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាអង្កត់ធ្នូ $AB > CD$ ។



ចម្លើយ : ស្រាយបញ្ជាក់ថាអង្កត់ធ្នូ $AB > CD$

ΔAOB និង ΔCOD មាន $OA = OC = OB = OD = r$

(កាំរង្វង់តែមួយ) តែមុំដែលនៅចន្លោះជ្រុងទាំងពីរ $\angle AOB$ និង

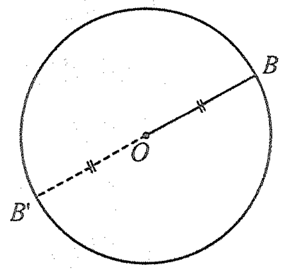
$\angle COD$ មិនប៉ុនគ្នា :

គេបាន $\angle AOB > \angle COD$ ($\cup AB > \cup CD$) ។

ដូចនេះ អង្កត់ធ្នូ $AB > CD$ ។

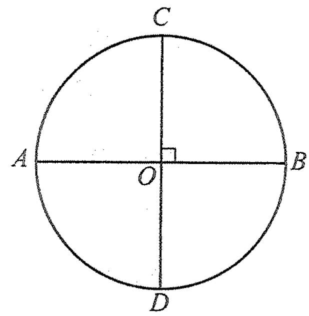
2.2. លក្ខណៈឆ្លុះនៃរង្វង់

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមាន $C(O,r)$ បើចំណុច B និង B' ជាចំណុចឆ្លុះនៃផ្ចិតរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ នោះគេបាន $OB = OB'$ (កាំរង្វង់តែមួយ) នាំឱ្យចំណុច B , O និង B' រត់ត្រង់គ្នា ។



ដូចនេះ គេថាចំណុច B ឆ្លុះនឹងចំណុច B' ធៀបនឹងចំណុច O ។

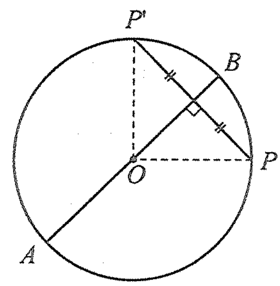
ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេគូស អង្កត់ផ្ចិតកែងពីរ AB និង CD នៅលើក្រដាសបើគេបត់រង្វង់ជាពីរតាមអង្កត់ផ្ចិត CD នោះគេឃើញថាផ្នែកទាំងពីរនៃ CD ត្រួតស៊ីគ្នា ដែលចំណុច A ត្រួតលើចំណុច B ។ ដោយអង្កត់ $AB \perp CD$ ហើយ $OA = OB$ ។ តាមចំណុច A , B និង C គេអាចគូសបានរង្វង់តែមួយគត់ ។



ដូចនេះ គ្រប់ផ្នែកទាំងអស់នៃរង្វង់នៅខាងឆ្វេងនៃអង្កត់ CD ត្រូវតែត្រួតស៊ីគ្នានឹងគ្រប់ផ្នែកទាំងអស់នៅខាងស្តាំ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : គេមាន $P \in (O\ ,\ r)$ ។ ហើយ P' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ P ធៀបនឹងបន្ទាត់ AB ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ PP'

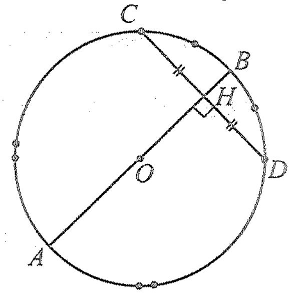
គេបាន $OP = OP' = r$ នាំឱ្យ $P \in (O\ ,\ r)$ ។



ជាទូទៅ :

- រង្វង់មានផ្ចិតឆ្លុះមួយគឺ ចំណុចផ្ចិតរបស់វា ។
- គ្រប់អង្កត់ផ្ចិតទាំងអស់ជាអ័ក្សឆ្លុះនៃរង្វង់ ។
- អង្កត់ផ្ចិតដែលកាត់តាមចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ កែងនឹងអង្កត់ធ្នូ ហើយចែកធ្នូសន្ទឹងដោយអង្កត់ធ្នូនេះជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។
- អង្កត់ផ្ចិតដែលកាត់តាមចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូមួយ កែងនឹងអង្កត់ធ្នូ ដែលស្កាត់ធ្នូនេះ ហើយចែកអង្កត់ធ្នូនេះជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើអង្កត់ផ្ចិតមួយកែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយ នោះត្រូវចែកអង្កត់ធ្នូ និងធ្នូស្កាត់ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។



ចម្លើយ : គេមានអង្កត់ $AB \perp CD$

បើគេបត់រូបតាមបន្ទាត់ AB ដែលជាអ័ក្សឆ្លុះនៃរង្វង់

គេបានចំណុច C ត្រួតលើចំណុច D

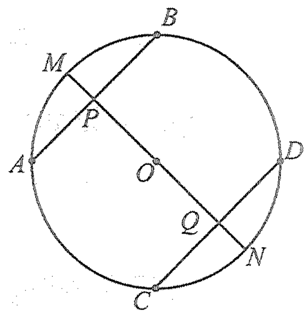
នាំឱ្យ $HC = HD$

ដូចនេះ $\cup CB = \cup DB$ ឬ $\cup CA = \cup DA$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាធ្នូពីរដែលនៅចន្លោះអង្កត់ធ្នូពីរស្របគ្នាជាធ្នូប៉ុនគ្នា ។

ចម្លើយ : យើងមានអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ស្របគ្នា

គូសអង្កត់ផ្ចិត MN កែងនឹងអង្កត់ AB និង CD ត្រង់ P និង Q រៀងគ្នា

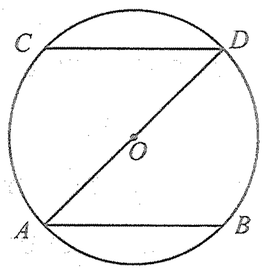


គេបានចំណុច A និង B , C និង D ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងអង្កត់ MN

នាំឱ្យ $AP = BP$, $CQ = DQ$

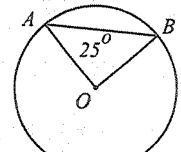
ដូចនេះ $\cup AC = \cup BD$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងអង្កត់ MN ជាធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់មួយមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AD ហើយ $AB \parallel CD$ ។បង្ហាញថា $AB = CD$ ។

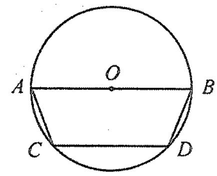


លំហាត់

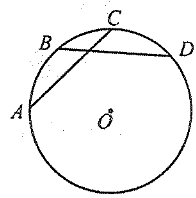
1. គេឱ្យរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ ដែល $\hat{A} = 25^\circ$ ។ គណនាធ្នូ AB ។



2. គេឱ្យរង្វង់ $C(O\ ,\ r)$ ដែល $\cup AD = \cup CB$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថាអង្កត់ធ្នូ $AC = BD$ ។

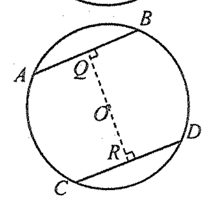


3. គេឱ្យរង្វង់ $Q(O,r)$ ដែលអង្កត់ធ្នូ $AB = CD$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\cup AC = \cup BD$ ។



4. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O ដែល $OQ = OR$ ហើយ $AB = 6x + 14$ និង $CD = -4x + 4$ ។ គណនាប្រវែងអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ។

5. គេឱ្យរង្វង់ (G) ដែលអង្កត់ $AB = CD$ ។បង្ហាញថា $\cup BD = \cup AC$ ។



6. គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC និង I, J, K ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃអង្កត់ AB, BC និង CA ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុចទាំងបួន B, I, K, C នៅលើរង្វង់តែមួយដែលមានផ្ចិត J ។
7. ចតុកោណ $ABCD$ មានអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរកែងគ្នា ។ M, N, R, S ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃអង្កត់ AB, BC, CD, DA ។ ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថាចំណុចទាំងបួននៅលើរង្វង់តែមួយ ។
8. គេមានកន្លះរង្វង់ដែលមានផ្ចិត AB និងអង្កត់ធ្នូ CD មួយ ។ គូសអង្កត់ AP និង DS កែងនឹងអង្កត់ CD ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាអង្កត់ $PC = DS$ ។
9. គេមានរង្វង់ $X(O\ ,\ r)$ និងចំណុច P នៅក្នុងរង្វង់នេះ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាក្នុងចំណោមអង្កត់ដែលកាត់តាមចំណុច P មានរង្វាស់ខ្លីជាងគេ ។
10. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ។ អង្កត់ធ្នូ AB និង CD ដែល $(AB > CD)$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច K មួយនៅក្រៅរង្វង់ ។ H និង P ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃអង្កត់ AB និង CD ។

    ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ OK មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងចំណុច O, K, P, H ។

    ខ. ប្រៀបធៀប $H\hat{K}O$ និង $P\hat{K}O$ ។

    គ. ប្រៀបធៀប KH និង KP ។

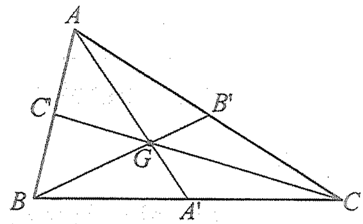
មេរៀនទី

16 បន្ទាត់និងអង្កត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ

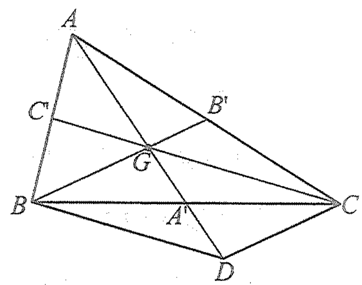
វត្ថុបំណង

- ❑ បង្ហាញនិងប្រើលក្ខណៈមេដ្យាន មេដ្យាទ័រ កម្ពស់ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៅក្នុងត្រីកោណ ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ ។

1. លក្ខណៈមេដ្យាននៃត្រីកោណ



ឧទាហរណ៍: ABC ជាត្រីកោណមួយនិងមេដ្យាន BB' និង CC' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ G ។ បង្ហាញថា មេដ្យានដែលគូសចេញពី A កាត់តាម G ដែល $GA' = \frac{1}{3}AA'$ និង $AG = \frac{2}{3}AA'$ ។



តាង D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង G ។ក្នុង ΔABD មាន

$\left.\begin{array}{l} C' \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AB \\ G \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AD \end{array}\right\}$

នោះបន្ទាត់ $C'G$ ស្របនឹងបន្ទាត់ BD ឬ

បន្ទាត់ $CG \parallel BD$ (1)

ក្នុង ΔACD មាន

$\left.\begin{array}{l} G \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AD \\ B' \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AC \end{array}\right\}$ តាមទ្រឹស្តីបទចំណុចកណ្ដាលគេបាន $GB' \parallel CD$ ឬ $GB \parallel CD$ (2)

តាម (1)និង (2)

$\left.\begin{array}{l} CG \parallel BD \\ GB \parallel CD \end{array}\right\}$ នាំឱ្យចតុកោណ $BDCG$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

គេទាញបានអង្កត់ទ្រូង BC និង GD កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរួម A' ។

ដោយបន្ទាត់ AG កាត់តាម A' ចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC នោះ

គេបានមេដ្យាន AA' កាត់តាម G ។

ដូចនេះ មេដ្យាន AA' , BB' និង CC' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G តែមួយគត់ ។

ម្យ៉ាងទៀត A' ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ទ្រូង BC និង GD របស់ប្រលេឡូក្រាម $BDCG$

គេបាន $GA' = \frac{1}{2}GD$ ឬ $GD = 2GA'$

ហើយ D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង G នោះ $AG = GD$ នាំឱ្យ $AG = 2GA'$

តែ $AA' = AG + GA' = 2GA' + GA' = 3GA'$ នាំឱ្យ $GA' = \frac{1}{3}AA'$

$$AG = AA' - GA' = AA' - \frac{1}{3}AA' = \frac{2}{3}AA'$$

តាមសម្រាយខាងលើគេកំណត់បានទ្រឹស្ដីបទដូចខាងក្រោម ។

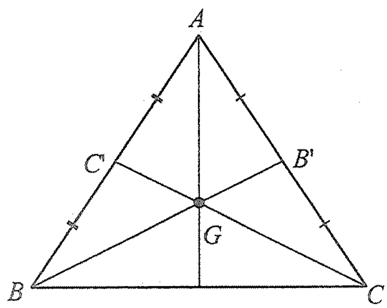
> *ទ្រឹស្ដីបទ :* មេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយដែលឋិតនៅចម្ងាយ "ពីរភាគបី " នៃមេដ្យាននីមួយៗពីកំពូល ។ ចំណុចនេះហៅថាទី ប្រជុំទម្ងន់នៃ ត្រីកោណ ហើយកំណត់ដោយ G ។

លំហាត់គំរូ: ឧបមាថា ក្នុងត្រីកោណ ABC មេដ្យានគូសចេញពីកំពូល B និង C មានប្រវែងស្មើគ្នា ។

ក. បង្ហាញថាទីប្រជុំទម្ងន់ G នៃត្រីកោណ ABC ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។

ចម្លើយ:



ក. តាង A' , B' និង C' ជាជើងមេដ្យានគូសចេញពីកំពូល A , B និង C នៃ ΔABC ។

ដោយ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC គេបាន

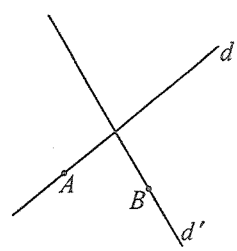
$GB = \frac{2}{3}BB'$ និង $GC = \frac{2}{3}CC'$

តែ $BB' = CC'$ (សម្មតិកម្ម)នាំឱ្យគេបាន $GB = GC$

ដូចនេះ G ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។

ខ. ដោយ G ស្ថិតនៅលើមេដ្យាន AA' នោះគេបានបន្ទាត់ AG ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC នាំឱ្យ $AB = AC$ ។

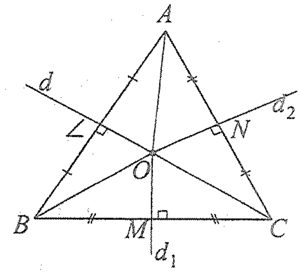
ដូចនេះ គេអាចទាញបានថា ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។



ប្រតិបត្តិ: សង់ចំណុច C ដែលបន្ទាត់ d និង d' ជាមេដ្យានពីរនៃ ΔABC ។

2. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ បង្ហាញថា មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AC កាត់តាម O ។



បើ O ជាប្រសព្វរវាងមេដ្យាទ័រ d និង d_1 នៃជ្រុង AB និង BC រៀងគ្នាក្នុង ΔABC គេបាន

$$\left.\begin{array}{l} OA = OB \\ OB = OC \end{array}\right\} \text{នាំឱ្យ } OA = OB = OC$$

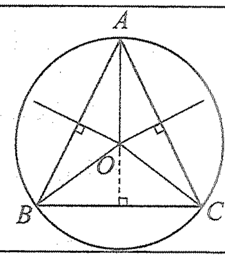
ហេតុនេះ គេទាញបាន O ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រ d_2 នៃជ្រុង AC ។

ដូចនេះ មេដ្យាទ័រទាំងបី d , d_1 និង d_2 នៃជ្រុង AB , BC និង AC ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O តែមួយគត់ ។

ដោយ $OA = OB = OC$ នោះ O មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ ចំណុច O នេះជាផ្ចិតរង្វង់ដែលកាត់តាមកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC ។

តាមអំណះអំណាងដែលកំណត់បានខាងលើ គេទាញបានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

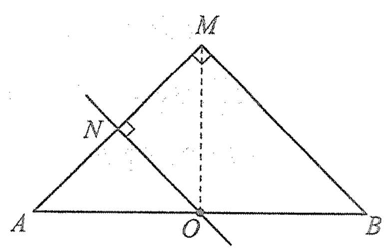
ទ្រឹស្តីបទ : មេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅចម្ងាយស្មើរពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចនេះជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ។



លំហាត់គំរូ: AMB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ M ។ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB ។ តាម O គេគូសបន្ទាត់មួយកែងនឹងបន្ទាត់ AM ត្រង់ N ។

បង្ហាញថា បន្ទាត់ ON ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ចម្លើយ: ក្នុងត្រីកោណកែង AMB មាន O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអ៊ីប៉ូតេនុស AB នោះគេបាន OM ជាមេដ្យានគូសចេញពីកំពូល M ។



គេបាន $OM = OA = \frac{AB}{2}$ នាំឱ្យចំណុច O ឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ត្រីកោណកែង ANO និងត្រីកោណកែង MNO មាន

$OA = OM$ (សម្រាយខាងលើ)

ON ជាជ្រុងរួម

ដូចនេះ $\Delta ANO \cong \Delta MNO$ តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ ។

គេទាញបាន $NA = NM$ នាំឱ្យ N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AM ។

តែ $ON \perp AM$ ត្រង់ N (សម្មតិកម្ម)

ដូចនេះ បន្ទាត់ ON ជាមេដ្យានទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ប្រតិបត្តិ: ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ Δ , Δ' និង Δ'' ជាបន្ទាត់បីដែលកាត់រៀងគ្នាតាម A , B , C ហើយស្របទៅនឹងជ្រុងឈមនីមួយៗនៃកំពូល ។ Δ និង Δ' កាត់គ្នាត្រង់ C' , Δ និង Δ'' កាត់គ្នាត្រង់ B' , Δ' និង Δ'' កាត់គ្នាត្រង់ A ។ H ជាជើងកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC គូសចេញពី A ។

ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $B'C'$ ។

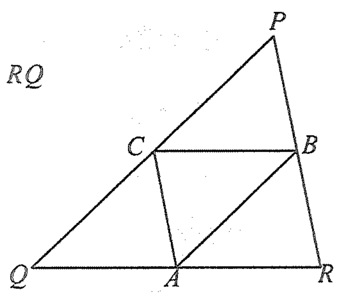
3. លក្ខណៈកម្ពស់នៃត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: PQR ជាត្រីកោណមួយនិង A , B និង C ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង ។ បង្ហាញថាកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ ។

- តាង A' , B' និង C' ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល A , B និង C រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ។

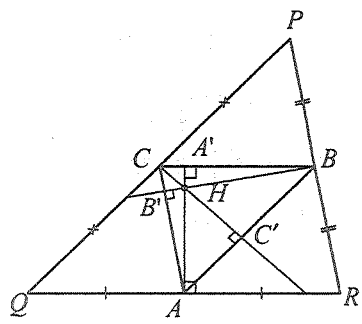
$\left.\begin{array}{l} B \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង} PR \\ C \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង} PQ \end{array}\right\}$ នោះគេបានបន្ទាត់ $BC \parallel RQ$

$\left.\begin{array}{l} AA' \perp BC \text{ ត្រង់ } A' \\ BC \parallel RQ \end{array}\right\}$ នោះគេបាន $AA' \perp QR$ ត្រង់ A



ដោយ A ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង RQ គេទាញបានបន្ទាត់ AA' ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ RQ ។

ស្រាយបំភ្លឺដូចគ្នាខាងលើ គេនឹងបានបន្ទាត់ BB' និង CC' ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ PR និង PQ ។



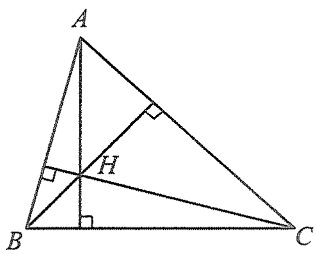
ដោយមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ PQR ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលតាងដោយ H ។

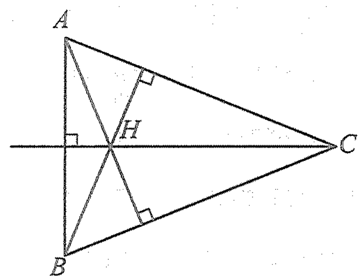
ម្យ៉ាងទៀតកម្ពស់ AA' , BB' និង CC' នៃត្រីកោណ ABC តាងមេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណ PQR នោះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថាកម្ពស់ AA' , BB' និង CC' នៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច H នោះដែរ ។

តាមការស្រាយបំភ្លឺខាងលើគេកំណត់បានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

> ***ទ្រឹស្តីបទ:*** កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយ ។ ចំណុចប្រសព្វនោះហៅថាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ។

កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ H ។



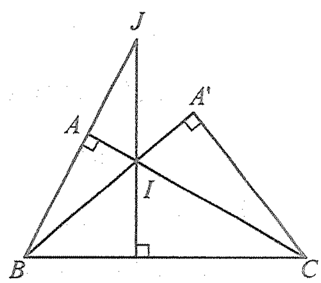


ចំណុច H ហៅថាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC ។

សំគាល់:

- ចំណុចមួយនៅលើកម្ពស់ពីរនៃត្រីកោណមួយជា អរតូសង់នៃត្រីកោណនោះ វាក៏ឋិតនៅកម្ពស់ទីបីដែរ ។
- ក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស កម្ពស់ក៏ជាមេដ្យាននិងមេដ្យាទ័រ នោះផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅទីប្រជុំទម្ងន់និងអរតូសង់គឺត្រួតស៊ីគ្នា ។

លំហាត់គំរូ: ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ

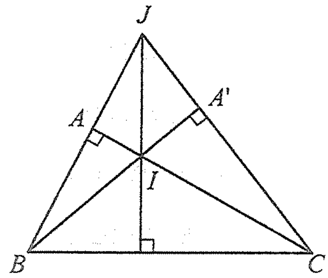


- ABC និង $A'BC$ ជាត្រីកោណកែងពីរមានអ៊ីប៉ូតេនុស BC ដូចគ្នា ។
- I ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ AC និងបន្ទាត់ $A'B$
- បន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់ BC កាត់តាម I ជួបបន្ទាត់ AB ត្រង់ J ។

បង្ហាញថា ចំណុច C , A' និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

ចម្លើយ:

ក្នុងត្រីកោណ BCJ មាន$AC \perp BJ$ ត្រង់ A នោះអង្កត់ CA ជាកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល C នៃ ΔBCJ ។ បន្ទាត់ JI កែងនឹងបន្ទាត់ BC នោះបន្ទាត់ JI ជាកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល J នៃ ΔBCJ ។ ដោយ I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ AC និង JI នាំឱ្យចំណុច I ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ BCJ ។



ម្យ៉ាងទៀតបន្ទាត់ $A'B$ កែងបន្ទាត់ $A'C$ ត្រង់ A' ហើយកាត់តាម I នោះគេទាញបានថា A' ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B ចំពោះជ្រុង CJ នៃ ΔBCJ ។

ដូចនេះ ចំណុច C , A' និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ: គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយ ។

- O ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងរបស់វា
- H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC
- H' ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ACD ។

ស្រាយបំភ្លឺថា O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ HH' ។

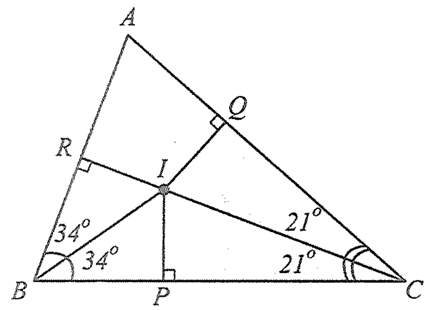
4. លក្ខណៈកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃត្រីកោណ

4.1. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង

ឧទាហរណ៍: រូបដែលឱ្យខាងស្ដាំនេះ

ក. តើកន្លះបន្ទាត់ BI និងកន្លះបន្ទាត់ CI តាងអ្វីក្នុងត្រីកោណ ABC

ខ. បង្ហាញថា I ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។



ក. តាមរូបដែលគេឱ្យឃើញថា

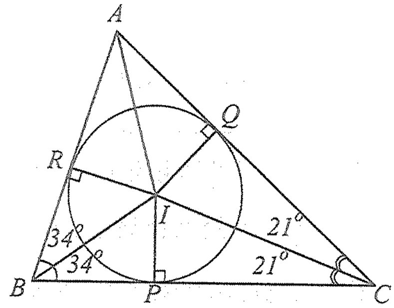
$\angle ABI = \angle CBI = 34°$

និង $\angle BCI = \angle ACI = 21°$

គេអាចសន្និដ្ឋានបានថាកន្លះបន្ទាត់ BI និង CI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុង ΔABC ។

ខ. ដោយ I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុង ΔABC

- I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ BC និង BA : $IR = IP$
- I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ CA និង CB : $IP = IQ$



គេទាញបាន $IR = IQ$, I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ AB និង AC ។

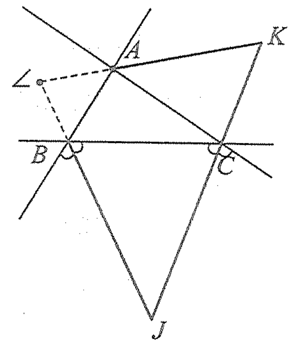
ដូចនេះ I ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ AB និង AC ។

ដោយ I ឋិតនៅខាងក្នុងនៃត្រីកោណ នោះវាឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ក្នុង $\triangle ABC$ ។ ហេតុនេះ កន្លះបន្ទាត់ពុះទាំងបីនៃ $\triangle ABC$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច I ។

សមភាព $IP = IQ = IR$ នោះចំណុច P , Q និង R ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយដែលមានផ្ចិត I និងជ្រុងរបស់ត្រីកោណជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់នេះ ។រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណABC ។

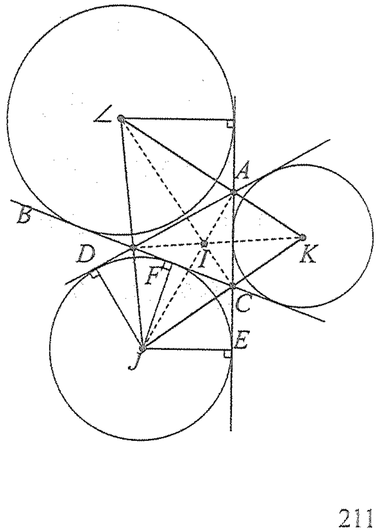
> ***ទ្រឹស្តីបទ :*** កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចនេះជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ។

4.2. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនឹងកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង



ឧទាហរណ៍: បន្ទាត់ Ax , By និង Cz ជាបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃ $\angle A$, $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ហើយបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅទាំងបីនេះប្រសព្វគ្នាត្រង់ J, K និង L ដូចរូបដែលឱ្យខាងស្តាំ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា J, K និង L ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle A$, $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ។

- សង់កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង និងក្រៅនៃ $\triangle ABC$ ។
- តាង D , E និង JF ជាចំណោលកែងនៃ J លើបន្ទាត់ AB , AC និង BC រៀងគ្នា ។



ដោយ J ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ នៃ $\triangle ABC$ ។ គេបាន $JD = JF = JE$ ឬ $JD = JE$ នាំឱ្យ J ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle A$ ក្នុង $\triangle ABC$ ។

- ស្រាយបំភ្លឺដូចគ្នាខាងលើគេទាញបាន K និង L ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃ $\triangle ABC$ ។

ដោយ $JD = JE = JF$ នោះចំណុច D , E និង F ឋិតនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត J ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្នុងមុំ A ក្រៅ ΔABC ។

ទ្រឹស្តីបទ: កន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនៃមុំពីររបស់ត្រីកោណមួយនិងកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំទីបីប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយគត់ដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចប្រសព្វនេះហៅថាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅត្រីកោណ ។

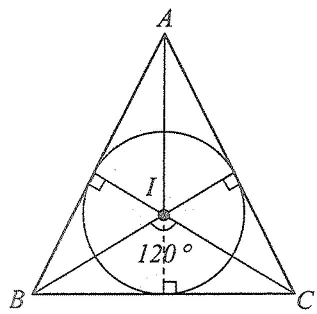
លំហាត់គំរូ : ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A , I ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះនិង $\angle BIC = 120°$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា ABC ជាត្រីកោណសមង្ស ។

ចម្លើយ: I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC

នោះ I ជាចំណុចប្រសព្វនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។

គេបាន $\angle ABI = \angle IBC = \angle BCI = \angle ICA = \dfrac{\angle B}{2} = \dfrac{\angle C}{2}$

ព្រោះ $\angle B = \angle C$ (មុំបាតត្រីកោណសមបាត ABC) ។



ដោយ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A នាំឱ្យបន្ទាត់ AI ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។

គេបាន $IB = IC$ នាំឱ្យត្រីកោណ IBC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល I ។

ប៉ុន្តែ $\angle BIC = 120°$ គេបាន

$\angle IBC + \angle BCI = 60°$, $(\angle IBC = \angle BCI)$

$2\angle IBC = 60°$ នាំឱ្យ $\angle IBC = \dfrac{60°}{2} = 30°$

គេបាន $\dfrac{\angle B}{2} = 30°$ នាំឱ្យ $\angle B = 60°$

$\dfrac{\angle C}{2} = 30°$ នាំឱ្យ $\angle C = 60°$

ត្រីកោណសមបាត ABC មានមុំបាត $\angle B = \angle C = 60°$ នោះ ABC ជាត្រីកោណសមង្ស ។

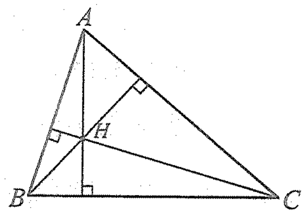
ប្រតិបត្តិ: ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A និង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃត្រីកោណនេះ ។ គណនាជាដឺក្រេនៃ $\angle BIC$ ។

លំហាត់

1. ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A កម្ពស់គូសចេញពី A និងមេដ្យានគូសចេញពី B កាត់គ្នាត្រង់ P ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ CP កាត់អង្កត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល ។

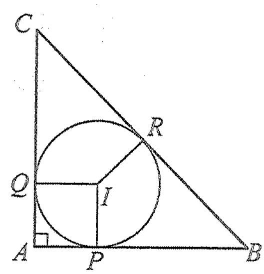
2. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម, I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AB និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AJ និង CI ជួបគ្នានៅលើអង្កត់ទ្រូង BD នៃប្រលេឡូក្រាម ។

3. គូសប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ រួចដៅចំណុច E ឆ្លុះនៃ D ធៀបនឹង B ។ បង្ហាញថា B ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ AEC ។



4. H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC ។ បញ្ជាក់ប្រាប់អរតូសង់នៃត្រីកោណ ABH , CAH និង BCH ។

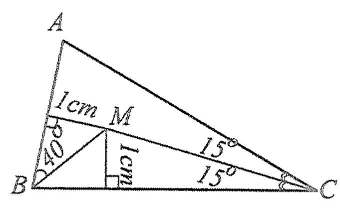
5. ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ដែលអរតូសង់របស់វាឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។



6. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ រង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះប៉ះទៅនឹងជ្រុងត្រីកោណនេះត្រង់ចំណុច P , Q និង R (I ជាផ្ចិតរបស់រង្វង់នេះ) ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណ $APIQ$ ។

7. បំពេញតារាងខាងក្រោមដោយប្រើរូបដែលឱ្យដូចរូបខាងស្ដាំ ។

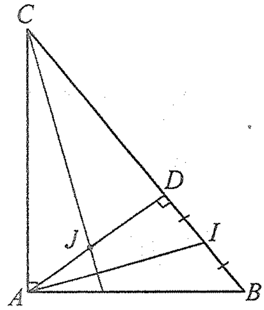
មុំ	$\angle MBC$	$\angle BMC$	$\angle CAM$	$\angle AMC$
គិតជាដឺក្រេ				



8. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AB និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC ។ គេយក P និង Q ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង AC ជាមួយនឹងបន្ទាត់ DI និង DJ ។ បង្ហាញថា $AP = PQ = QC = \dfrac{AC}{3}$ ។

9. ក្នុងប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ បន្ទាត់ដែលកែងនឹងបន្ទាត់ BC កាត់តាម A និងបន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់ AC កាត់តាម B ប្រសព្វគ្នាត្រង់ E ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ CDE ។

10. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A និង D ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពី A ។ I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BD និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AD ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AI និងបន្ទាត់ CJ ជាបន្ទាត់កែងគ្នា ។

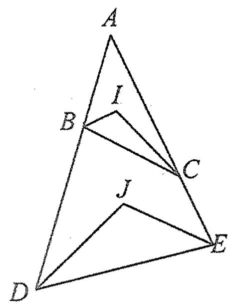


11. គេឱ្យ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមមួយ គេកំណត់

- O ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម
- H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC
- H' ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ACD ។

បង្ហាញថា O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ HH' ។

12. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ B និងមុំ C ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ ក្នុងត្រីកោណ ADE កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ D និងមុំ E ប្រសព្វគ្នាត្រង់ J ។ បង្ហាញថាចំណុច A , I និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។



មេរៀនទី

17 រូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្របី

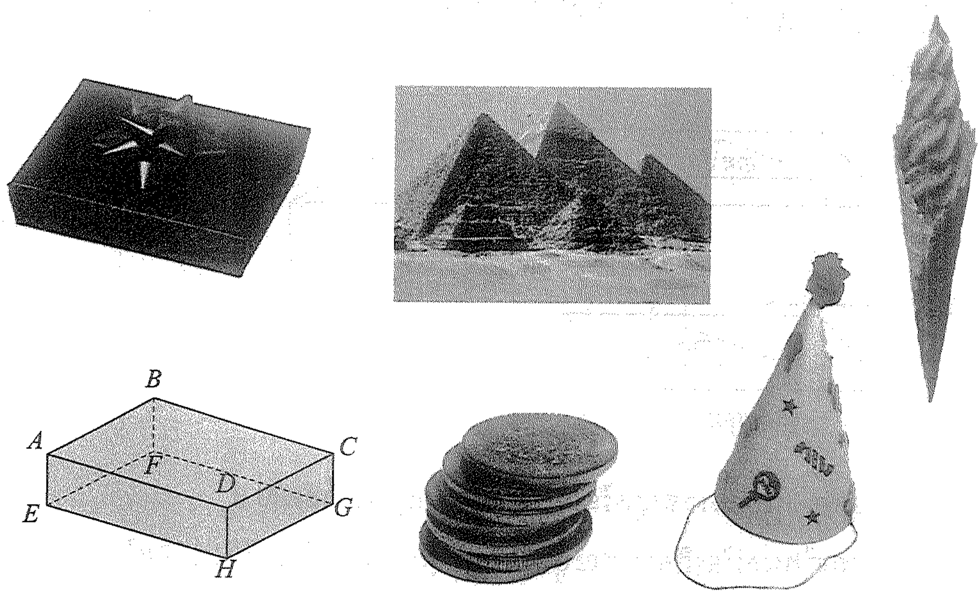
វត្ថុបំណង

- កំណត់សញ្ញាណទូទៅនៃសូលីត
- រកផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីស ពីរ៉ាមីត និងកោណ
- គណនាមាឌព្រីស ពីរ៉ាមីត និងកោណ ។

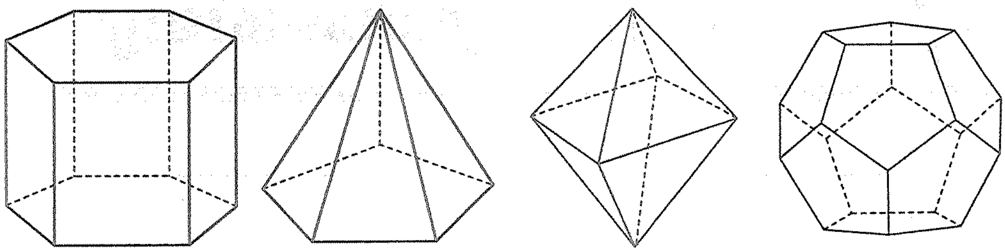
1. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃព្រីស ពីរ៉ាមីត និងកោណ

ក្នុងមេរៀនទី 15 គេបានសិក្សាផ្ទៃនៃរូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្រពីរដូចជា ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង ការេ... ។ ក្នុងជីវភាពរស់នៅសព្វថ្ងៃគេតែងតែជួបនូវរូបធរណីមាត្រមានវិមាត្របីដែលមានបណ្តោយ ទទឹង និងកម្ពស់ ។

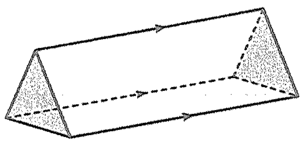
ឧទាហរណ៍ : ប្រអប់កាដូ មួកខួបកំណើត ការ៉េមកី កាក់ ប្រអប់... ឱ្យសញ្ញាណនៃសូលីត ។



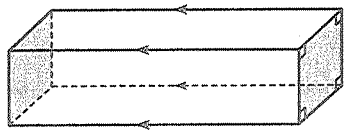
សូលីតដែលមានមុខច្រើនហៅថា ពហុមុខ ។



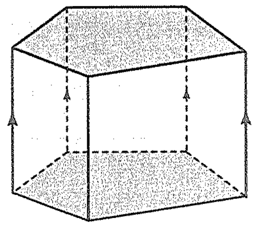
ពហុមុខខាងក្រោមហៅថា ព្រីស ។



ព្រីសត្រីមុខ



ព្រីសចតុមុខ



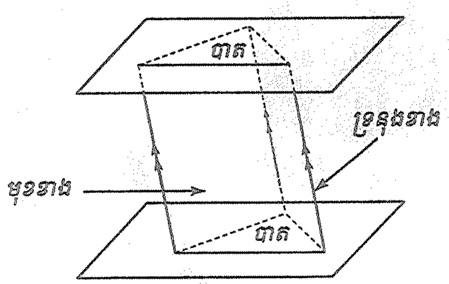
ព្រីសបញ្ចមុខ

ព្រីសមានមុខពីរៗស្របគ្នា ហើយប៉ុនគ្នាហៅថា បាតព្រីស ។

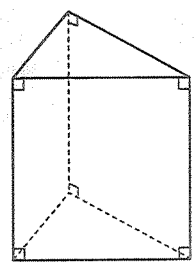
ជ្រុងស្របគ្នាដែលភ្ជាប់កំពូលទាំងពីរនៃបាតហៅថា ទ្រនុងខាង ។ មុខនៃព្រីសដែលមិនមែនជាបាតហៅថា មុខខាង ។

មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសជាប្រលេឡូក្រាម ។ គេហៅឈ្មោះព្រីសទៅតាមឈ្មោះនៃពហុកោណបាត ។

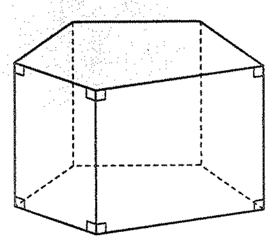
ព្រីសត្រង់ជាព្រីសដែលមានទ្រនុងខាងកែងនឹងបាត ។ មុខខាងទាំងអស់នៃព្រីសត្រង់ជាចតុកោណកែង ។



ព្រីសទ្រេត



ព្រីសត្រង់ត្រីមុខ

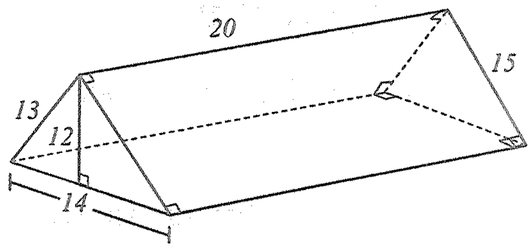


ព្រីសត្រង់បញ្ចមុខ

ផ្ទៃក្រឡាខាងព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់ ។

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃព្រីសជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាមុខខាងព្រីសទាំងអស់និងផ្ទៃក្រឡាបាតទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានព្រីសត្រង់ត្រីមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។



ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង ។

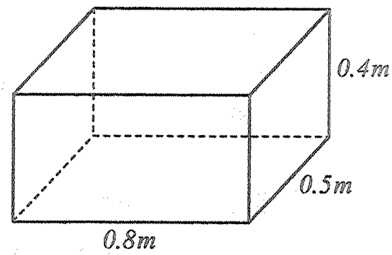
ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

ចម្លើយ : ព្រីសត្រង់ត្រីមុខមានបាតពីរជាត្រីកោណ និងចតុកោណកែងបីជាមុខខាង ។

ក. ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = 13 \times 20 + 14 \times 20 + 15 \times 20 = 260 + 280 + 300 = 840$ ឯកតាផ្ទៃ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_t = S_l + 2B = 840 + 2\left(\frac{12 \times 14}{2}\right) = 1008$ ឯកតាផ្ទៃ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានព្រីសត្រង់ចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។



ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

ចម្លើយ : មុខព្រីសត្រង់ចតុមុខទាំង 6 ជាចតុកោណកែងដែលមានមុខឈមគ្នាពីរៗប៉ុនគ្នា ។

ក. ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = (0.8 \times 0.4) \times 2 + (0.5 \times 0.4) \times 2$

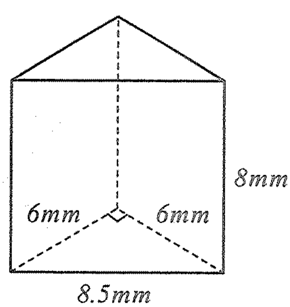
$= 0.32 \times 2 + 0.2 \times 2 = 0.64 + 0.4 = 1.04m^2$ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_t = S_l + 2B = 1.04 + (0.8 \times 0.5) \times 2 = 1.04 + 0.8 = 1.84m^2$ ។

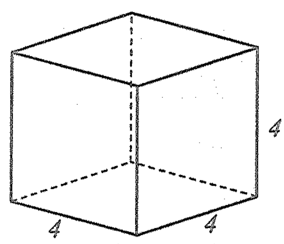
ប្រតិបត្តិ : គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបព្រីសខាងក្រោម

ក. ព្រីសត្រង់ត្រីមុខ

ខ. ព្រីសត្រង់ចតុមុខ ។



រូបក

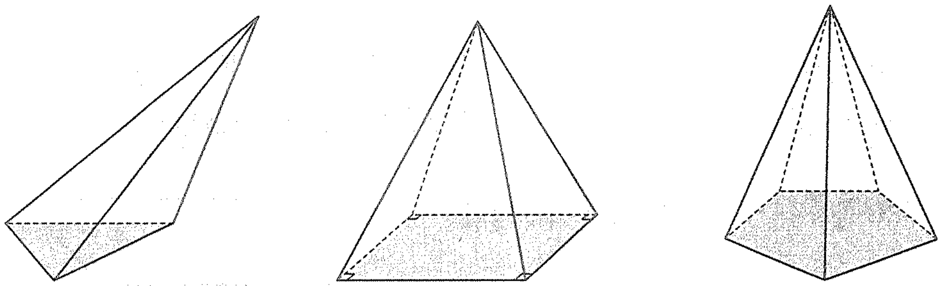


រូបខ

2. ផ្ទៃក្រឡាខាងពីរ៉ាមីត

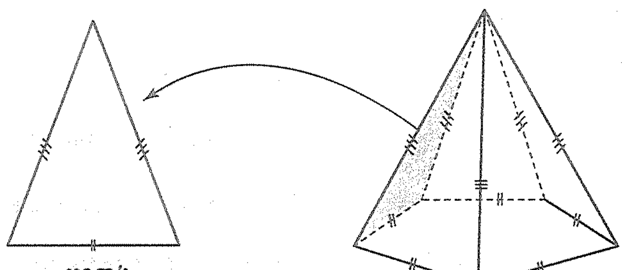
ពីរ៉ាមីតមានបាតតែមួយគត់ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់មិនស្របគ្នា ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ ហៅថាកំពូល ។

មុខខាងទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណ ។ គេហៅឈ្មោះពីរ៉ាមីតទៅតាមឈ្មោះនៃពហុកោណបាត ។



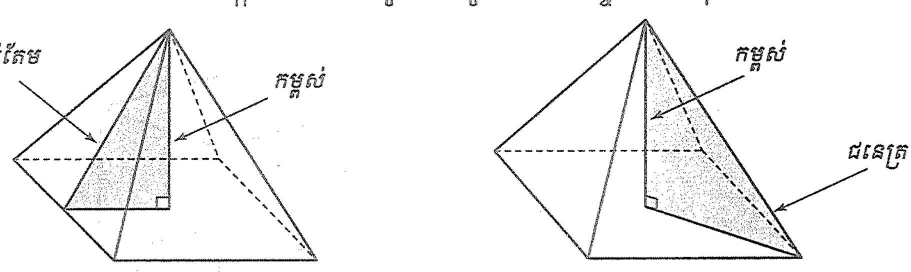
ពីរ៉ាមីតត្រីមុខ ពីរ៉ាមីតចតុមុខ ពីរ៉ាមីតបញ្ចមុខ

ពីរ៉ាមីតនិយ័តជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាពហុកោណនិយ័តនិងទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។ ដូចនេះមុខខាងទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជាត្រីកោណសមបាតប៉ុនគ្នា ។

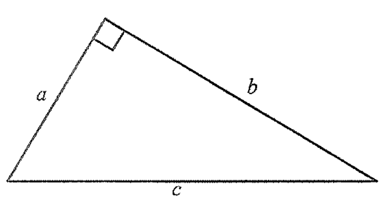


មុខខាង ពីរ៉ាមីតបញ្ចមុខនិយ័ត

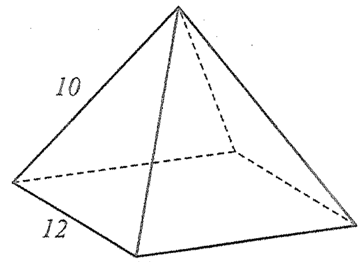
កម្ពស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័តជាអង្កត់កែងដែលគូសពីកំពូលកែងនឹងផ្ចិតនៃពហុកោណបាត ។



សំគាល់ : ដើម្បីគណនាជ្រុងនៃត្រីកោណកែង គេប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករ $c^2 = a^2 + b^2$ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។

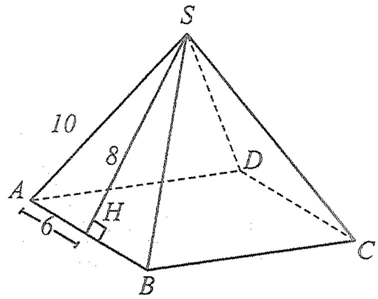


ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

ចម្លើយ :

ក. ផ្ទៃក្រឡាខាងជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណសមបាតប៉ុនគ្នាទាំងអស់ ។



តាង H ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB ។ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ SAH

គេបាន $AH^2+SH^2=SA^2$

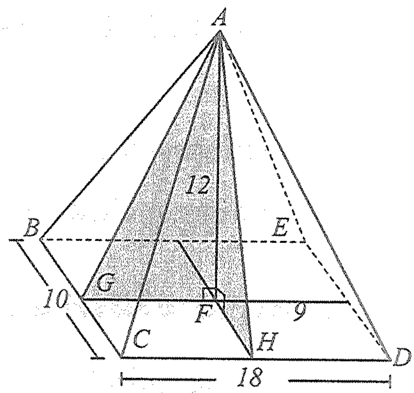
នោះ $SH^2=SA^2-AH^2=10^2-6^2$ នាំឱ្យ $SH=8$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l=4\times\frac{1}{2}\times(8\times12)=192$ ឯកតាផ្ទៃ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាបាតជាការេ

$S_t=S_l+B=192+(12\times12)=192+144=336$ ឯកតាផ្ទៃ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ $ABCDE$ មានរង្វាស់វិមាត្រ $10cm$ និង $18cm$ ។ កម្ពស់មានរង្វាស់ $12cm$ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។



ក. តើពីរ៉ាមីត $ABCDE$ ជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តឬទេ?

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

ចម្លើយ :

ក. ពីរ៉ាមីត $ABCDE$ មិនមែនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តទេព្រោះបាត $BCDE$ មិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

ដោយ AH និង AG ជាកម្ពស់នៃមុខខាង ។

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ AFH

$$AF^2+FG^2=AG^2$$

$$12^2+9^2=AG^2$$

$$15=AG$$

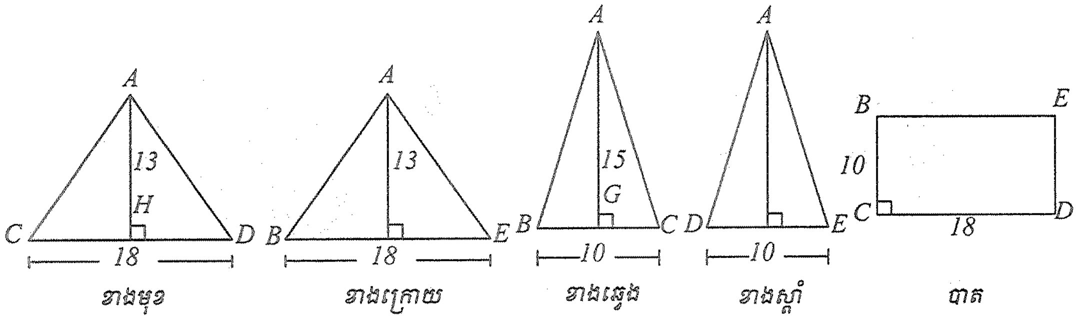
តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករអនុវត្តក្នុងត្រីកោណ AFG គេបាន

$$AF^2 + FH^2 = AH^2$$

$$12^2 + 5^2 = AH^2$$

$$13 = AH$$

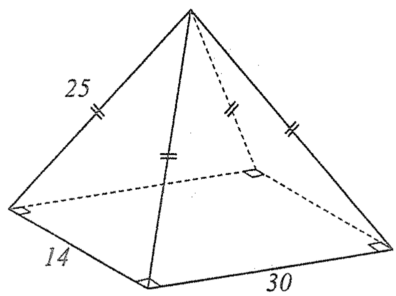
មុខទាំង 5 នោះគឺ



$$S_T = S_{ACD} + S_{ABE} + S_{ACB} + S_{AED} + S_{BCDE}$$

$$S_T = \frac{1}{2}\cdot(13\times 18) + \frac{1}{2}\cdot(13\times 18) + \frac{1}{2}\cdot(10\times 15) + \frac{1}{2}\cdot(10\times 15) + (10\times 18) = 564cm$$ ។

ប្រតិបត្តិ : បាតនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខជាចតុកោណកែងមានវិមាត្ររង្វាស់ $14cm$ និង $30cm$ ។ ទ្រនុងខាងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។

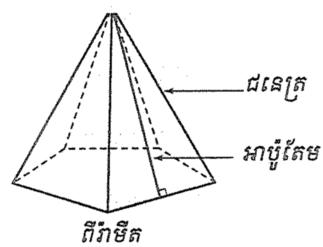


ក. ហេតុអ្វីបានជាពីរ៉ាមីតនេះមិនមែនជាពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត?

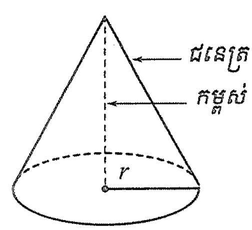
ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

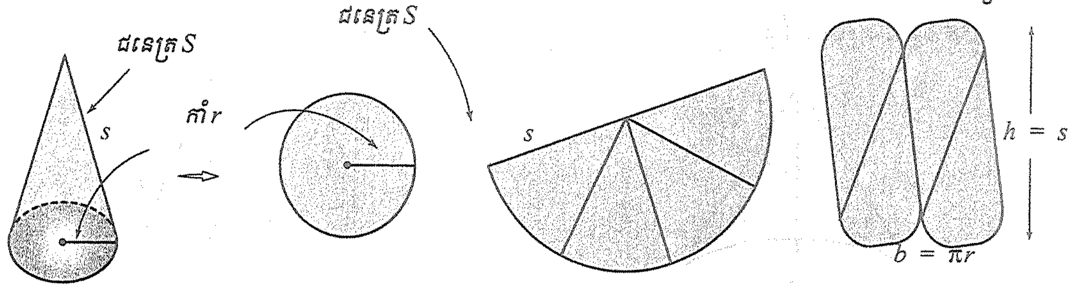
៣. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណ



កោណមានរាងដូចពីរ៉ាមីត ប៉ុន្តែវាមានបាតជាថាស ។ នៅក្នុងពីរ៉ាមីតអាប៉ូតែមនិងជនេត្រមានរង្វាស់មិនស្មើគ្នាទេតែនៅក្នុងកោណវាមានរង្វាស់ដូចគ្នា ក្នុងមេរៀននេះពាក្យថាកោណ មានន័យថាកោណបរិវត្ត ជាកោណដែលមានកម្ពស់កាត់តាមផ្ចិតនៃថាសបាត ។



បើគេពន្លាតផ្ទៃខាងកោណតាមជនេត្រមួយ គេបាន

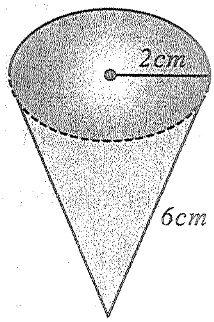


បាតនៃកោណជាថាសកាំ r មានផ្ទៃក្រឡា $B = \pi r^2$ និងផ្ទៃក្រឡាខាងជាចំរៀកថាសដែលគេកាត់វាជាចំរៀកៗហើយផ្គុំជារាងប្រលេឡូក្រាម ។ បាតនៃប្រលេឡូក្រាមស្មើពាក់កណ្តាលនៃបរិមាត្របាតកោណឬ $\frac{1}{2}\times 2\pi r = \pi r$ ហើយកម្ពស់ជាជនេត្រនៃកោណ s ។

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណគឺ $S_l = \pi rs$ ។

> ***ជាទូទៅ :*** ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណដែលមានជនេត្រ s និងកាំបាត r កំណត់ដោយ $S_l = \pi rs$ ។ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ និងផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ កំណត់ដោយ $S_T = S_l + B = \pi rs + \pi r^2 = \pi r\cdot(s+r)$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណ $(\pi \approx 3.14)$ ។



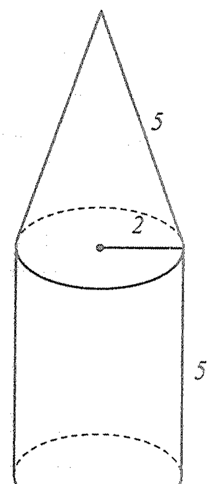
ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណដែលមានជនេត្រ $S = 6cm$ និងកាំបាត $r = 2cm$

កំណត់ដោយ $S_l = \pi rs = 3.14\times 6\times 2 = 37.68m^2$ ។

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាខាងកោណនិងផ្ទៃក្រឡាបាតកោណកំណត់ដោយ

$S_T = S_l + B = \pi rs + \pi r^2 = 37.68 + 3.14\times 2^2 = 50.24cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត $(\pi \approx 3.14)$ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតចែកជាបីផ្នែក

ផ្ទៃក្រឡាបាត ផ្ទៃក្រឡាខាងស៊ីឡាំង និងផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ

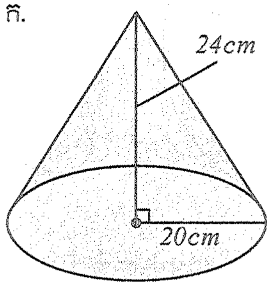
$S_T = \pi r^2 + 2\pi rh + \pi rs$

$= 3.14\times 2^2 + 2\times 3.14\times 2\times 5 + 3.14\times 2\times 5$

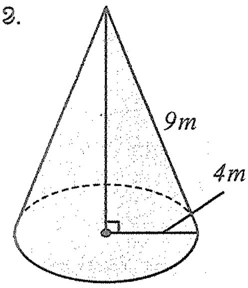
$= 106.8$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតដូចរូបខាងក្រោម ។ គេឱ្យ ($\pi \approx 3.14$) ។

ក.



ខ.



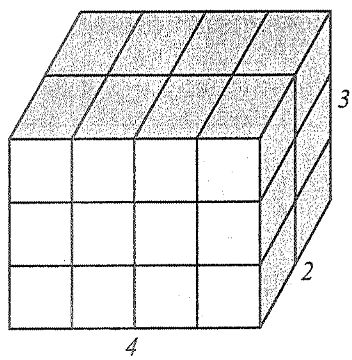
4. គេគណនាមាឌព្រីស

ដើម្បីកំណត់មាឌនៃរូបធរណីមាត្រដែលមានវិមាត្របី គេបំពេញវាដោយឯកតាគូបតូចៗដែលជ្រុងមានរង្វាស់ $1mm$ ឬ $1cm$ ឬ $1dm$ ឬ $1m$ ។ ព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2cm$, $3cm$ និង $4cm$ ។ គេអាចរាប់ចំនួនគូបតូចៗដូចខាងក្រោម

ស្រទាប់បាតមាន $2\times4 = 8$ គូប

ស្រទាប់កណ្ដាលមាន $2\times4 = 8$ គូប

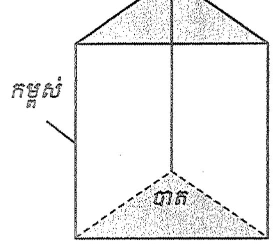
ស្រទាប់លើមាន $2\times4 = 8$ គូប



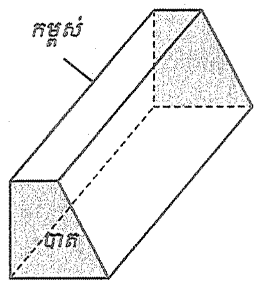
ចំនួនគូបដែលផ្គុំគ្នាបង្កើតជាព្រីសត្រង់មានចំនួន 24 គូបនោះគេអាចគណនាមាឌព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2cm$, $3cm$ និង $4cm$ គឺ $V = 2\times3\times4 = 24cm^3$ ។

ជាទូទៅ : មាឌព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងមានទទឹង a ស្មើ 1 ឯកតា បណ្ដោយ b ស្មើ 1 ឯកតា និងកម្ពស់ h ស្មើ 1 ឯកតា កំណត់ដោយរូបមន្ត $V = a\times b\times h$ ។

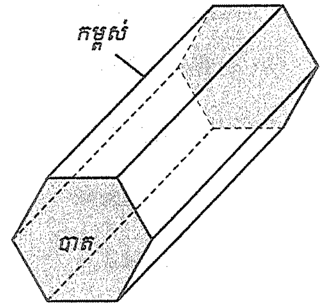
សំគាល់: ព្រីសទាំងអស់មិនមែនសុទ្ធតែមានបាតជាចតុកោណកែងទេ ។



ព្រីសត្រីមុខ



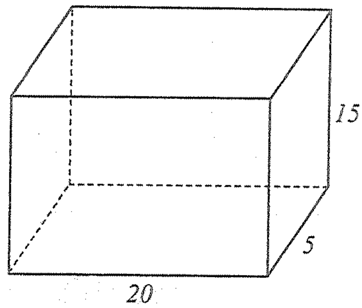
ព្រីសចតុមុខ



ព្រីសបញ្ចមុខ

ជាទូទៅ : ព្រីសដែលមានផ្ទៃក្រឡាបាត B ឯកតាផ្ទៃ និងកម្ពស់ h ឯកតាផ្ទៃ នោះមាឌព្រីសកំណត់ដោយ $V = Bh$ ឯកតាមាឌ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាមាឌព្រីសត្រង់ដែលមានបាតជាចតុកោណកែងដូចរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ :

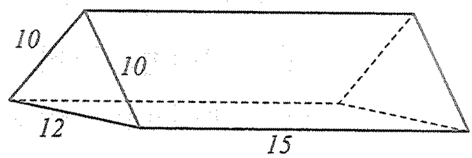
មាឌព្រីសកំណត់ដោយ

$V = lwh$ ឬ $V = Bh$

$= 20 \times 5 \times 15$ ឬ $= (20 \times 5) \times 15$

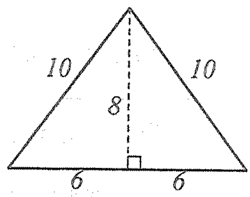
$= 1500$ ឯកតាមាឌ $= 1500$ ឯកតាមាឌ

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាមាឌព្រីសត្រីមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ :

បាតនៃព្រីសជាត្រីកោណកំណត់ដោយ



$B = \frac{1}{2} \times 12.8 = 48$ ។

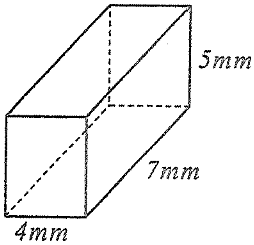
មាឌព្រីសកំណត់ដោយ$V = Bh$

$= 48 \times 15$

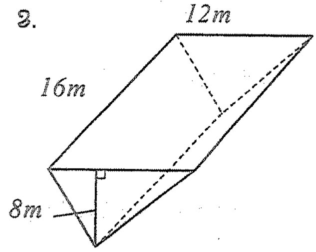
$= 720$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាមាឌនៃព្រីសដូចរូបខាងក្រោម ។

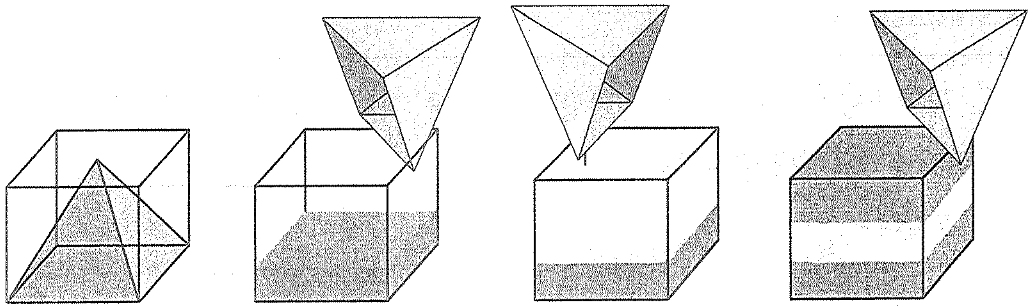
ក.



ខ.



5. គណនាមាឌពីរ៉ាមីត



គេធ្វើពិសោធន៍មួយដើម្បីរកឱ្យឃើញនូវទំនាក់ទំនងរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីសដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

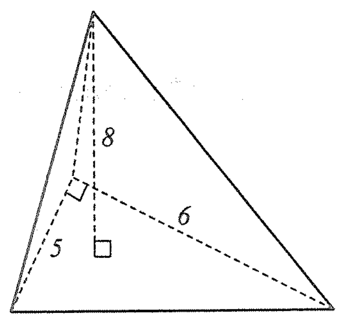
1. បាតពីរ៉ាមីតនិងបាតព្រីសប៉ុនគ្នា
2. កម្ពស់ពីរ៉ាមីតនិងកម្ពស់ព្រីសប៉ុនគ្នា

គេឃើញថាមាឌពីរ៉ាមីតតូចជាងមាឌព្រីស ។ ឱ្យសិស្សប្រើគំរូនេះនិងខ្សាច់ពណ៌ ដើម្បីធ្វើការប្រៀបធៀបមាឌវា ។ គេឃើញថា មាឌព្រីសត្រូវបានបំពេញដោយមាឌពីរ៉ាមីតបី ។

ដូចនេះគេបានមាឌពីរ៉ាមីតស្មើមួយភាគបីនៃមាឌព្រីសគឺ $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ ។

> *ជាទូទៅ :* ពីរ៉ាមីតដែលមានផ្ទៃក្រឡាបាត B ឯកតាផ្ទៃ និងកម្ពស់ h ឯកតាមានមាឌកំណត់ដោយ $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ ឯកតាមាឌ ។

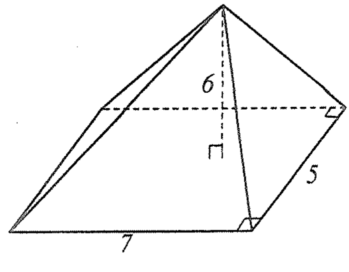
លំហាត់គំរូទី 1 : គណនាមាឌពីរ៉ាមីតត្រីមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : បាតនៃពីរ៉ាមីតជាត្រីកោណកែង គេបានផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $B = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ ***ឯកតាផ្ទៃ*** ។

មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ$V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \times 5 \times 8 = 40$ ឯកតាមាឌ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាមាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខដូចរូបខាងស្តាំ ។



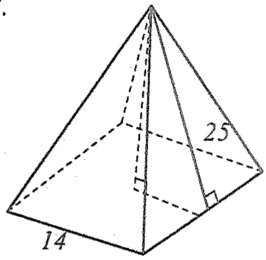
ចម្លើយ : បាតនៃពីរ៉ាមីតជាចតុកោណកែង គេបានផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $B = 7 \times 5 = 35$ ឯកតាផ្ទៃ ។

មាឌពីរ៉ាមីតកំណត់ដោយ

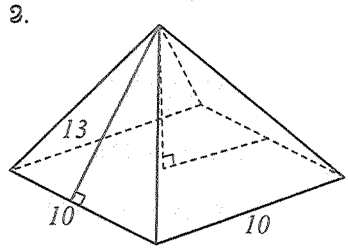
$V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \times 35 \times 6 = 70$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។

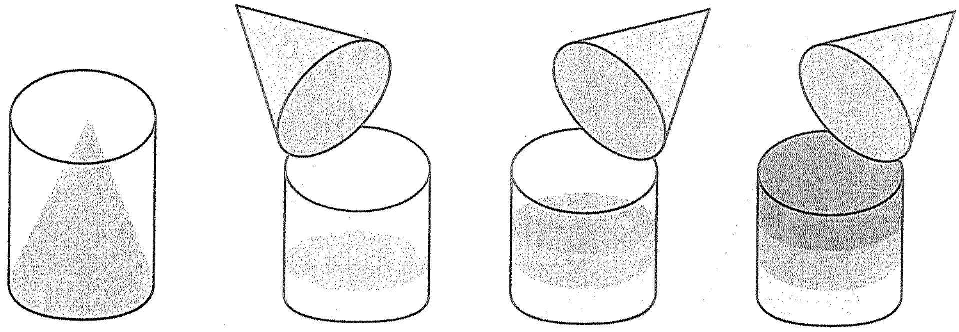
ក.



ខ.



6. គណនាមាឌកោណ



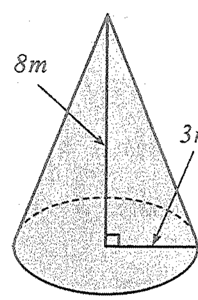
តាមរយៈការពិសោធរវាងមាឌពីរ៉ាមីត និងមាឌព្រីសនាំឱ្យគេគិតឃើញថា មាឌកោណនិងមាឌស៊ីឡាំងមានទំនាក់ទំនងដូចគ្នាដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

1. បាតកោណ និងបាតស៊ីឡាំងប៉ុនគ្នា
2. កម្ពស់កោណ និងកម្ពស់ស៊ីឡាំងប៉ុនគ្នា

ដោយប្រើគំរូដូចគ្នានេះនិងខ្សាច់ពណ៌ឃើញថា មាឌកោណស្មើមួយភាគបីនៃមាឌស៊ីឡាំងគឺ $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ ។

> ***ជាទូទៅ :*** កោណដែលមានកាំ r ឯកតា និងកម្ពស់ h ឯកតានោះមាឌកោណកំណត់ដោយ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ឯកតាមាឌ ។

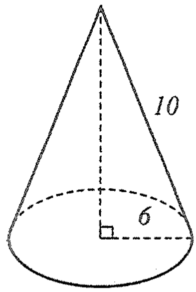
លំហាត់គំរូទី 1: គណនាមាឌកោណ (យក $\pi \approx 3.14$) ដូចរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : កោណដែលមានកាំ $r = 3m$ និងកម្ពស់ $h = 8m$ នោះមាឌកោណកំណត់ដោយ

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times\ 3.14 \times\ 3^2 \times\ 8 = 75.36m^2$$ ។

លំហាត់គំរូទី 2៖ គណនាមាឌកោណ (យក $\pi \approx 3.14$)ដូចរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ ៖ គណនាកម្ពស់កោណ

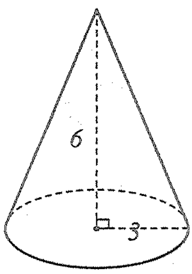
តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករគេបាន

$h^2+6^2 = 10^2$ នាំឱ្យ $h = \sqrt{100-36} = 8$

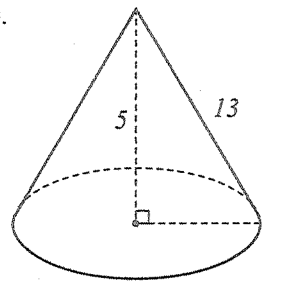
កោណដែលមានកាំ $r = 6$ និងកម្ពស់ $h = 8$ នោះមាឌកោណកំណត់ដោយ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\times 3.14\times 6^2\times 8 = 301.4$ ឯកតាមាឌ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ គណនាមាឌកោណ(យក $\pi \approx 3.14$)ដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។

ក.

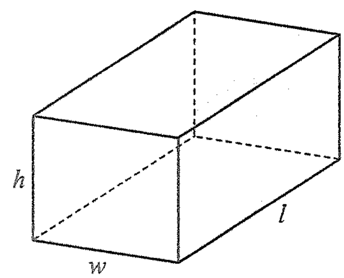


ខ.



លំហាត់

1. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រដូចខាងក្រោម ។

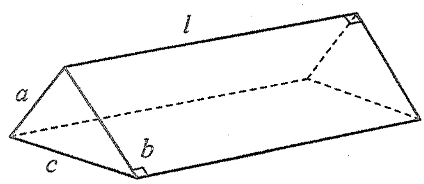


ក. $l = 13cm$, $w = 6cm$, $h = 10cm$

ខ. $l = 12mm$, $w = 8mm$, $h = 13mm$

គ. $l = 8dm$, $w = 11dm$, $h = 19dm$ ។

2. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃព្រីសត្រង់ត្រីមុខដែលមានវិមាត្រដូចខាងក្រោម ។



ក. $a = 3cm$, $b = 5cm$, $c = 7cm$, $h = 10cm$

ខ. $a = 12mm$, $b = 7mm$

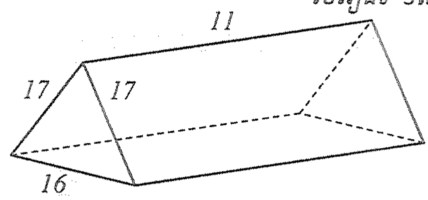
$c = 7mm$, $h = 15mm$ ។

3. គេមានព្រីសត្រង់ត្រីមុខដែលមានបាតជាចតុកោណសមបាត ។ ចូរគណនា

ក. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃព្រីស ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាបាតមួយនៃព្រីស ។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីស ។

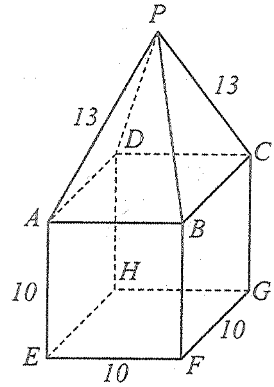


4. សូលីតនៃរូបខាងស្ដាំនេះផ្គុំឡើងដោយព្រីសនិងពីរ៉ាមីតនិយ័ត ។

ក. តើ $ABCD$ ជាមុខនៃសូលីតនេះឬទេ?

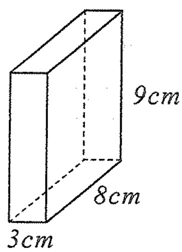
ខ. តើសូលីតនេះមានមុខចំនួនប៉ុន្មាន?

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃសូលីត

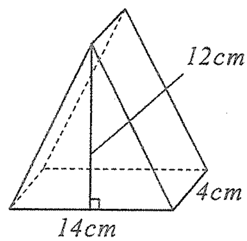


5. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃព្រីសត្រង់ដូចរូបខាងក្រោម ។

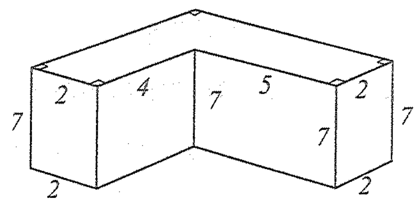
ក.



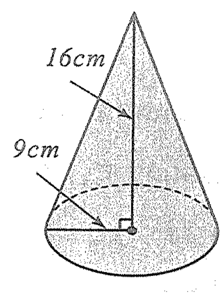
ខ.



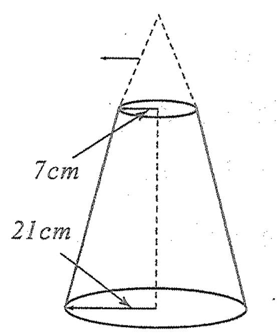
គ.

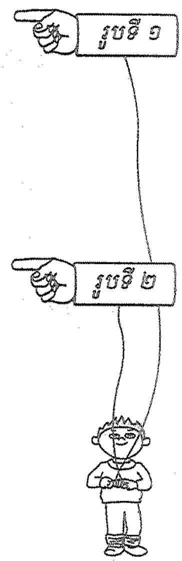


6. គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃកោណក្នុងរូបទី 1 នេះ ។

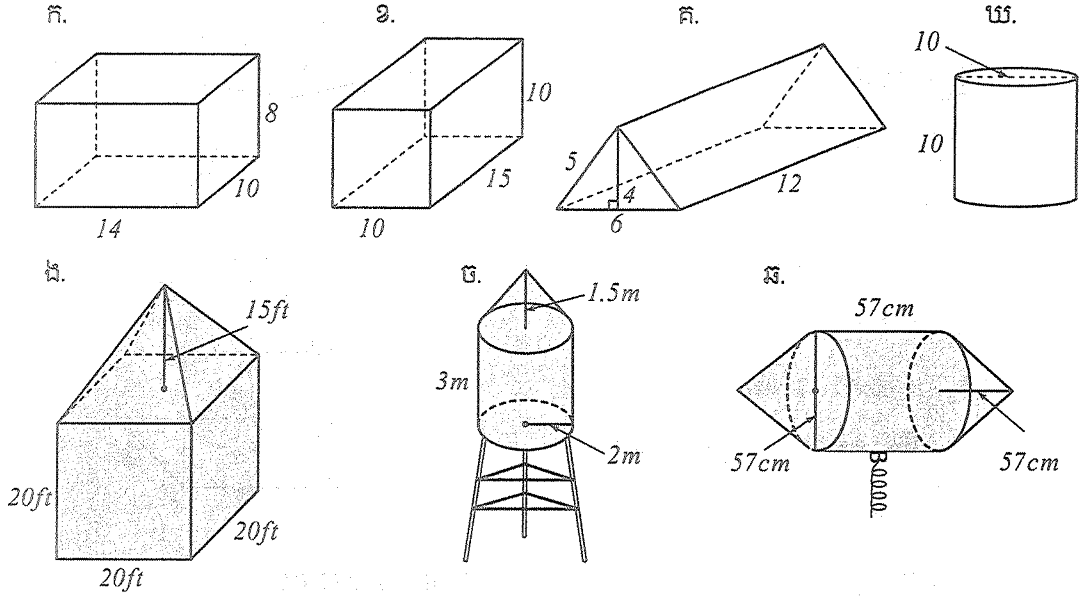


7. គេផលិតចង្កៀងគោមដោយកាត់កោណតូចដែលមានកាំ $7cm$ ចេញពីកោណធំដែលមានកាំ $21cm$ ។ ជនេត្រនៃកោណធំមានរង្វាស់ $55cm$ និងជនេត្រនៃកោណតូចមានរង្វាស់ $10.5cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃចង្កៀងគោម(យក $\pi \approx 3.14$) ។ (ដូចរូបទី 2)

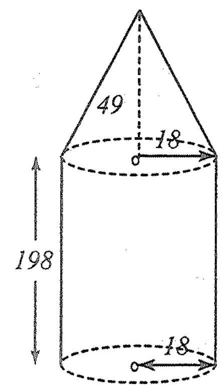




8. គណនាមាឌនៃសូលីតខាងក្រោម ។



9. គ្រាប់រ៉ុកែតមួយផលិតឡើងដោយភ្ជាប់កោណដែលមានកម្ពស់ $49cm$ និងកាំបាតរង្វាស់ $18cm$ ទៅនឹងស៊ីឡាំងដែលមានកម្ពស់$198cm$ និងកាំបាតរង្វាស់ $18cm$ ។ បើគ្រាប់រ៉ុកែតមានម៉ាស $2145g$ ។ រកម៉ាសមាឌនៃគ្រាប់រ៉ុកែត?

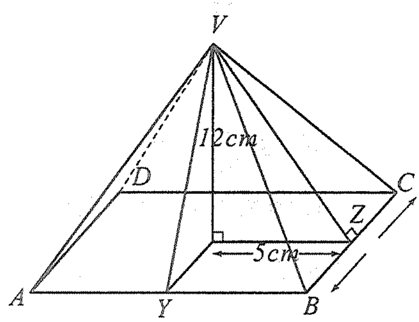


10. គេមានពីរ៉ាមីតចតុមុខដែលមានបាតជាចតុកោណកែងហើយចំណុច Y , Z ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងនៃជ្រុង AB , BC រៀងគ្នា ។ O ជាផ្ចិតនៃបាតពីរ៉ាមីត ។ គណនា

ក. មាឌពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។

គ. ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃពីរ៉ាមីតចតុមុខ ។



11. មាឌនៃកោណមានរង្វាស់ $18\pi cm^3$ និងផ្ទៃក្រឡាបាតមានរង្វាស់ $6\pi cm^2$ ។ គណនា

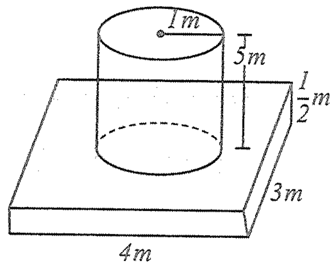
ក. កម្ពស់នៃកោណ

ខ. ជនៃត្រនៃកោណ បើផ្ទៃក្រឡាខាងមានរង្វាស់ $16\pi cm^2$ ។

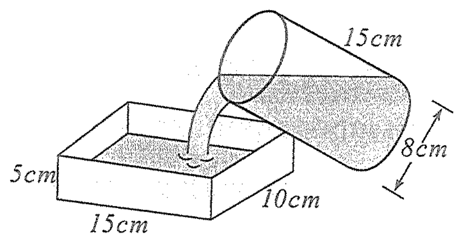
12. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃកោណ បើផ្ទៃក្រឡាបាតមានរង្វាស់ $160cm^2$ និងជនៃត្រមានរង្វាស់ $12cm$ (យក $\pi \approx 3.142$) ។

13. មាឌនៃកោណមានរង្វាស់ $420\pi cm^3$ និងកម្ពស់មានរង្វាស់ $15cm$ ។ ផ្ទៃក្រឡាខាងមានរង្វាស់ $216\pi cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃកោណ(យក $\pi \approx 3.142$) ។

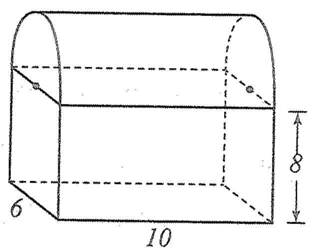
14. គណនាមាឌស៊ីម៉ង់ដែលគេចាំបាច់ត្រូវចាក់បំពេញជើងទម្រដងទង់វត្ត(ទុកចម្លើយជា π) ។



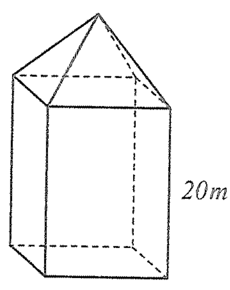
15. គេផ្ទេរទឹកពេញពីកែវរាងស៊ីឡាំងទៅផើងរាងប្រលេពីប៉ែតកែងដូចក្នុងរូប ។ តើទឹកក្នុងផើងហៀរចេញឬទេ?



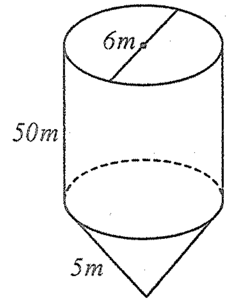
16. គេផលិតកេសដែកមួយដែលមានគម្របរាងជាកន្លះស៊ីឡាំងបន្តប់ពីលើប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិមាត្រដូចក្នុងរូប ។
ក. គណនាមាឌនៃកេសដែកនោះ ។
ខ. គណនាផ្ទៃសរុបនៃបន្ទះដែកដែលគេប្រើសម្រាប់ផលិតកេសដែក ។



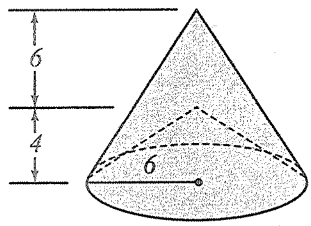
17. គេមានប៉មមួយមានកម្ពស់សរុប $24m$ ។ កម្ពស់នៃជញ្ជាំងប៉មមានរង្វាស់ $20m$ ។ បាតនៃប៉មមានរាងជាចតុកោណកែងដែលមានផ្ទៃក្រឡា $25m^2$ ។ គណនាមាឌសរុបនៃប៉ម ។



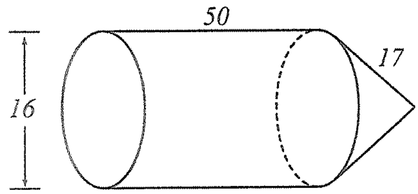
18. អណ្តូងទឹករាងស៊ីឡាំងមួយមានជម្រៅ $50m$ និង អង្កត់ផ្ចិត $6m$ ។ បាតស្រួចនៃអណ្តូងមានរាងជាកោណដែលមានជនទ្រេតរង្វាស់ $5m$ ។ គណនាមាឌនៃអណ្តូង ។



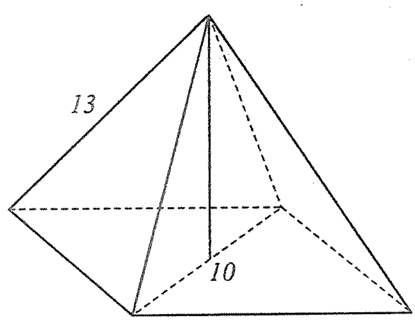
19. គណនាមាឌកោណដែលនៅសល់បើគេដកយកកោណតូចចេញពីកោណធំ ។



20. យានអាវកាសមួយមានវិមាត្រដូចរូប ។ បើ 60% នៃយានសម្រាប់ផ្ទុកប្រេង ។ គណនាមាឌប្រេង ។ គណនាមាឌដែលនៅសល់នៅក្នុងយាន ។



21. បាតនៃពីរ៉ាមីតមានរាងជាការេដែលមានអង្កត់ទ្រូងរង្វាស់ $10dm$ ។ ទ្រនុងខាងនីមួយៗមានរង្វាស់ $13dm$ ។ គណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត ។



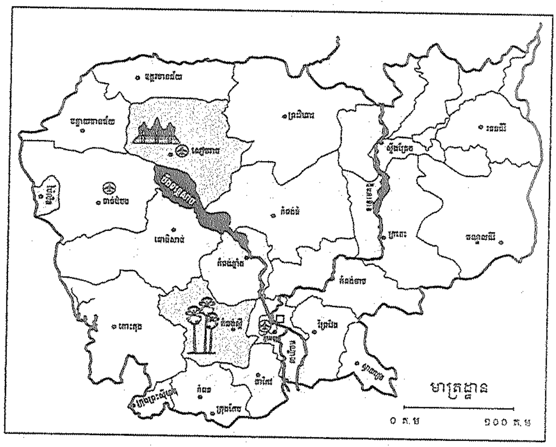
មេរៀនទី

18 មាត្រដ្ឋាន

វត្ថុបំណង

- កំណត់សញ្ញាណប្លង់និងផែនទីបានច្បាស់លាស់
- ចេះគូសគំនូសតាងមាត្រដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
- ចេះដោះស្រាយចំណោទមាត្រាដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ ។

1. ផែនទីនិងប្លង់

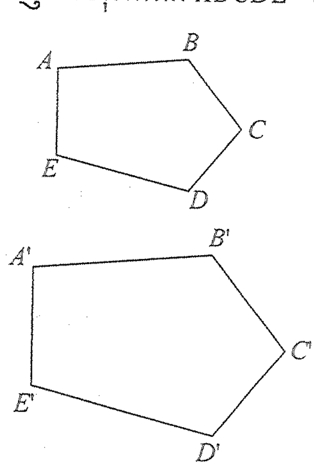


សញ្ញាណទូទៅ : នៅលើក្រដាសមួយសន្លឹកគេមិនអាចតាងទំហំពិតប្រាកដនៃប្រទេសមួយបានទេគេត្រូវគូសគំនូសមួយតូចជាង ។ រូបដែលគូសនៅលើក្រដាសត្រូវឱ្យដូចរូបពិត បានសេចក្តីថា រូបទាំងពីរមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នាតែមានរាងដូចគ្នា ។

គេបានលទ្ធផលនេះដោយគូសបង្រួមវិមាត្រនៃប្រទេស ក្នុងសមាមាត្រដដែល ។ គំនូសតាងបែបនេះហៅថា ប្លង់ ឬ ផែនទី ។

ឧទាហរណ៍ : គេមានពហុកោណ $A'B'C'D'E'$ ដែលពង្រីកចេញពីពហុកោណ $ABCDE$ ។

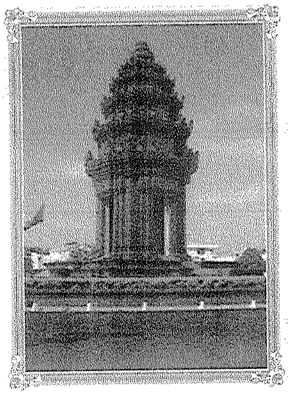
គេថា ពហុកោណទាំងពីរដូចគ្នា ។

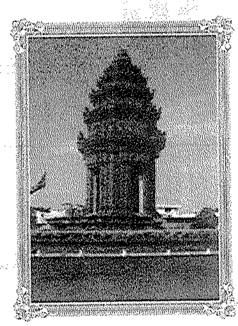


យើងសង្កេតឃើញថា

- ចម្ងាយវាស់លើរូបមួយសមាមាត្រនឹងចម្ងាយត្រូវគ្នាលើរូបមួយទៀត
- មុំត្រូវគ្នាលើរូបទាំងពីរមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : យើងមានរូបថតវិមានឯករាជ្យពីរសន្លឹក ដែលរូប B បានចម្លងចេញពីរូប A ។ បើគេវាស់កម្ពស់ រូបថតទាំងពីរគេបាន $26mm$ ចំពោះរូប A និង $39mm$ ចំពោះរូប B ។ តែបើគេវាស់ទទឹងរូបថតទាំងពីរ គេបាន $6mm$ ចំពោះរូប A និង $9mm$ ចំពោះរូប B ។ ចូរសរសេរផលធៀបរូបថតទាំងពីរ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្ដេចចំពោះរូបថតទាំងពីរសន្លឹកនេះ ។


រូប B


រូប A

ចម្លើយ : ផលធៀបកម្ពស់រូបថត

បើគេវាស់ $26mm$ ចំពោះរូប A និង $39mm$ ចំពោះរូប B

គេបាន $\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$

ផលធៀបទទឹងរូបថត

បើគេវាស់ $6mm$ ចំពោះរូប A និង $9mm$ ចំពោះរូប B

គេបាន $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

យើងសង្កេតឃើញថាផលធៀបទាំងពីរស្មើគ្នា ។ ម្យ៉ាងទៀតបើយើងរកផលធៀបរវាងចម្ងាយត្រូវគ្នា នោះយើងសង្កេតឃើញថាផលធៀបមានតម្លៃថេរដដែលគឺ $\frac{2}{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ : សុខា យករូបថតដែលមានទំហំ $4cm \times 6cm$ មកផ្តិតពង្រីកទំហំ $12cm \times 24cm$ ។ ចូរសរសេរផលធៀបរូបថតទាំងពីរ ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្ដេចចំពោះរូបថតទាំងពីរសន្លឹកនេះ ?

2. មាត្រដ្ឋាន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើប្រវែង $1cm$ នៅលើផែនទីតាងឱ្យប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី $1\ 000cm$ នោះគេថាផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{1\ 000}$ ឬ គេសរសេរ 1/1 000 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើប្រវែង $1cm$ នៅលើផែនទីតាងឱ្យប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី $10\ 000cm$ នោះគេថាផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{10\ 000}$ ឬ គេសរសេរ 1/10 000 ។

សំគាល់ : ផែនទីយុទ្ធសាស្ត្រគេនិយមប្រើ មានមាត្រដ្ឋាន 1/50 000 ឬ 1/20 000 ។ ផែនទីក្រុងស្វិយោជីគេកំរិតមាត្រដ្ឋាន 1/20 000 ។

លំហាត់គំរូទី 1 : នៅពេលកំពុងធ្វើដំណើរសាម៉ុល បានឃើញផែនទីផ្លូវមួយខ្សែដែលកំពុងជួសជុលមានដាក់មាត្រដ្ឋាន 1/80 000 និងប្រវែងនៅលើផែនទី $150mm$ ។ តើផ្លូវនោះមានប្រវែងប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រ ?

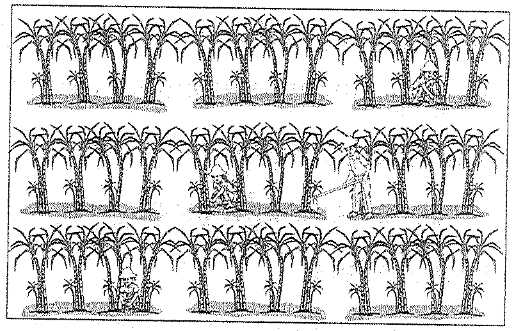
ចម្លើយ : ចំពោះមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 មានន័យថាប្រវែង $1mm$ នៅលើផែនទីមានប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីប្រវែង $80\ 000mm$ ឬ $80m$ ។ ប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីគឺ $80m \times 150 = 12\ 000m$ ឬ $12km$

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវគឺ $12km$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ផ្លូវជាតិពីភ្នំពេញទៅស្ទឹងត្រែងមានប្រវែងពិត $455km$ តាមផ្លូវជាតិលេខ $6A$ លេខ 7 និងលេខ 13 ។ តើនៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 មានចម្ងាយប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ : ចំពោះមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 មានន័យថាប្រវែង $1cm$ នៅលើផែនទីមានប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីប្រវែង $200\ 000cm$ ឬ $2km$ ។ ប្រវែងនៅលើផែនទីគឺ $455 \div 2 = 227.5cm$

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវនៅលើផែនទីគឺ $227.5cm$ ។



ប្រតិបត្តិ : នៅលើប្លង់ផែនទីរបស់ស្ងួរិយាជីបណ្តោយចំការអំពៅមួយមានប្រវែង $3.5cm$ បើបណ្តោយពិតមានប្រវែង $70m$ ។ តើផែនទីនោះមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន ?

3. តំណាងមាត្រដ្ឋាន

គេតាងផែនទីដោយប្រភាគមួយ ដែលភាគយកជាប្រវែងនៅលើផែនទី រីឯភាគបែងជាប្រវែងពិតនៃវត្ថុប្រវែងទាំងពីរនេះដែលត្រូវគិតឯកតាដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : មាត្រដ្ឋាន មានន័យថា $\frac{1cm}{1\ 000cm}$ មានន័យថា $\frac{1cm \text{ លើផែនទី}}{1\ 000cm \text{ លើដី}}$

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{1\ 000}$ នោះគេបាន

- $1mm$ លើផែនទី ត្រូវនឹង $1\ 000mm$ លើដី ។
- $1cm$ លើផែនទី ត្រូវនឹង $1\ 000cm$ លើដី ។
- $1dm$ លើផែនទី ត្រូវនឹង $1\ 000dm$ លើដី ។

សំគាល់ : វិមាត្រទាំងឡាយនៃរូបនៅលើផែនទីត្រូវចែកនឹងមួយចំនួនដូចគ្នា ។

ចំពោះផែនទីមួយបើវិមាត្រចែក នឹង 100 000 នោះគេថាផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{100\ 000}$

គេសរសេរ 1/100 000 ។

លំហាត់គំរូ : មាត្រដ្ឋានមួយតាងឱ្យចម្ងាយពិតនៅលើដី $\frac{1}{2\,500}cm$ ។ រកចម្ងាយពិតនៅលើដី ?

ចម្លើយ : មាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}cm$

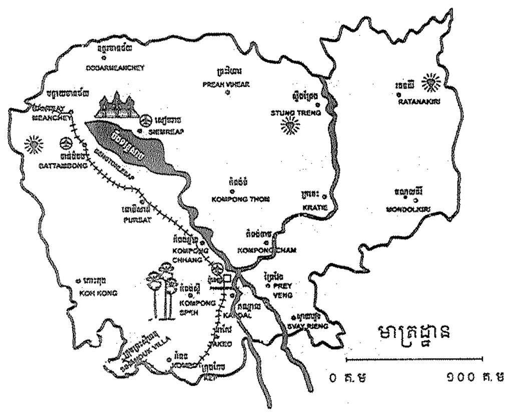
មានន័យថា $1cm$ លើផែនទីត្រូវនឹង $2\,500\ cm$ លើដី ឬ $25m$

ដូចនេះ ចម្ងាយពិតនៅលើដីគឺ $25m$ ។

ប្រតិបត្តិ : គ្រូណែនាំឱ្យសិស្សសង្កេតមើលផែនទីនៅក្នុងថ្នាក់រៀន ។ បន្ទាប់មកយកបន្ទាត់មកវាស់ប្រវែងទីតាំងសំខាន់ៗ ឱ្យសិស្សគណនាប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី ។

4. ចំណោទ

ឧទាហរណ៍ : ផែនទីនៃប្រទេសកម្ពុជាមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{500\,000}$ ។ បន្ទាត់ត្រង់តាងប្រវែងពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតមានប្រវែង $27cm$ ។ ចូររកចម្ងាយពិតនៅលើដី ។ បើមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{500\,000}$ នោះចម្ងាយពិតមាន 500 000 ដងធំជាងប្រវែងនៅលើផែនទី ។



ចម្ងាយពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតតាមបន្ទាត់ត្រង់មាន

$27cm \times 500\,000 = 13\,500\,000\,cm$ ឬ $135km$ ។

ដូចនេះ ចម្ងាយពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតតាមបន្ទាត់ត្រង់ $135km$ ។

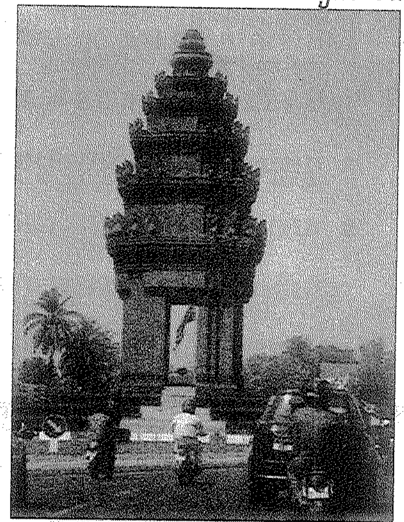
លំហាត់គំរូទី 1 : រកប្រវែងនៅលើផែនទីភូមិបាលមួយ ដោយដឹងថាផែនទីនោះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}$ បើភូមិទាំងពីរឃ្លាតពីគ្នាចម្ងាយ $1\,500\,m$?

ចម្លើយ : បើមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}$ នោះប្រវែងនៅលើផែនទីភូមិបាលគឺ 2 500 តូចជាងចម្ងាយពិត ។

ប្រវែងនៅលើផែនទីមាន

$1\,500 = 0.06m$ ឬ $60cm$

ដូចនេះ ប្រវែងនៅលើផែនទីគឺ $60cm$ ។



លំហាត់គំរូទី 2 : វិមានឯករាជ្យមានកម្ពស់ពិត $37m$ បើគេវាស់ក្នុងប្លង់នៃផែនទីមួយវាមានកម្ពស់ $18.50cm$ ។ តើប្លង់នៃផែនទីមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ : កម្ពស់ក្នុងប្លង់ $18.50cm = 0.185m$

មាត្រដ្ឋាននៃប្លង់នោះគឺ $\frac{0.185}{37} = \frac{1}{200}$

ដូចនេះ មាត្រដ្ឋាននៃប្លង់នោះគឺ $\frac{1}{200}$ ។

ប្រតិបត្តិ : ទីក្រុងពីរមានចម្ងាយពិត $225km$ ។ តើចម្ងាយនេះតាងឱ្យប្រវែងប៉ុន្មាននៅលើផែនទី បើគេយកមាត្រដ្ឋាន ។

ក. $\frac{1}{50\ 000}$ ខ. $\frac{1}{80\ 000}$

គ. 1/20 000 ឃ. 1/100 000

ង. ចំពោះមាត្រដ្ឋានខាងលើតើអ្នកជ្រើសរើសយកមួយណាដើម្បីគូរផែនទីផ្លូវថ្នល់ឱ្យមានវិមាត្រសមរម្យ ។

? លំហាត់

1. ផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 ។ គណនាចម្ងាយពិតនៅលើដី បើគេវាស់ចម្ងាយទីក្រុងពីរលើផែនទី $343mm$ ។
2. ចំការដូងប្រេងមួយមានរាងត្រីកោណដែលមានជ្រុង $6km$, $4.5km$ និង $3.9km$ ។ ចូរតាងចំការនោះលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 : 750 ។
3. ផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ របស់ចំការចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រ $4cm$ និង $3.5cm$ ។ បើគេលក់ចំការនោះក្នុងមួយអារថ្លៃ 10 000 000៛ គណនាថ្លៃចំការនោះ ។
4. នៅលើផែនទីភូមិបាលមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ មានចំការមួយរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ $52mm$ និងទទឹង $25mm$ ។ រកប្រវែងវិមាត្រពិតនិងផ្ទៃក្រឡាចំការពិតជាហិចតា ។
5. នៅលើផែនទីចំការដំឡូងមីមួយរាងចតុកោណកែងមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{200\ 000}$ ។ បើគេវាស់បណ្តោយនៅលើផែនទីមានប្រវែង $10.7dm$ និងទទឹង $4.7dm$ ។ តើប្រវែងពិតនៃវិមាត្រចំការនោះមានប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

6. នៅលើមាត្រដ្ឋាន 1/20 000 មានទីក្រុងបីដែលដៅចំណុច A , B និង C ផ្គុំគ្នាជារាងត្រីកោណកែង ត្រង់ A ដែលមានជ្រុង $AB = 4.5cm$ និង $AC = 5.2cm$ ។

ក. ចូរគូសរូបឱ្យបានត្រឹមត្រូវរួចវាស់ប្រវែង BC នៅលើផែនទី ។

ខ. គណនាប្រវែងពិត AB , AC និង BC នៅលើផ្ទៃដី ។

7. នៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 ចម្ងាយរវាងខេត្តពីរមាន $66mm$ ។ តើចម្ងាយពិតរវាងខេត្តទាំងពីរនៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 និង 1/100 000 ។ ស្មើប៉ុន្មាន ?

8. នៅក្នុងផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 : 1 000 000 គេគាងកោះមួយក្នុងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $15cm$ និង $7cm$ ។ គ្រូបានឱ្យសិស្សម្នាក់ចម្លងផែនទីនោះដាក់ក្នុងចតុកោណកែងមួយដែលមានទទឹងប្រវែង $9.3cm$ ។

ក. តើបណ្ដោយមានប្រវែងប៉ុន្មាន cm ?

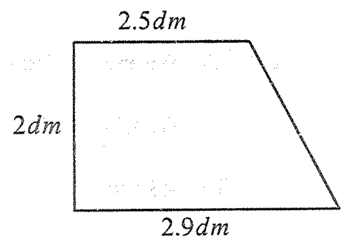
ខ. រកមាត្រដ្ឋាននៃផែនទីនោះ ។

9. គូសត្រីកោណ ABC នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{15}$ ។ បើជ្រុងទាំងបីរបស់ត្រីកោណមានប្រវែង $5.1dm$, $4.5dm$ និង $3.6dm$ ។

10. ប្លង់បន្ទប់មួយមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 ដែលមានរាងដូចរូបខាងស្ដាំ

ក. រកមាឌខ្យល់នៅក្នុងបន្ទប់បើវាមានកម្ពស់ $3.75m$ ។

ខ. រកប្រាក់ដែលគេត្រូវទិញឥដ្ឋការ៉ូ បើគេក្រាលឥដ្ឋការ៉ូក្នុង $1m^2$ មានតម្លៃ 1 600 ៛ ។



11. ចូរវាស់ជ្រុងទាំងអស់និងមុំទាំងអស់នៃរូបទាំងពីរខាងក្រោម ។ រួចសរសេរលទ្ធផលនៃរង្វាស់ទាំងនេះដាក់ក្នុងតារាងមួយ រួចគណនាផលធៀបនៃជ្រុងត្រូវគ្នា ។

តើរូបទាំងពីរនេះដូចគ្នាដែរឬទេ ?